HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année MDCCVIII.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Academie.



A PARIS,
PAR LA COMPAGNIE DES LIBRAIRES.

MDCCXXX.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

A PARIS,

Chez
- GABRIEL MARTIN, ruë Saint Jacques à l'Etoile.
- JEAN-BAPTISTE COIGNARD Fils, Imprimeur du Roy & de l'Academie Françoiſe, ruë Saint Jacques.
- HYPPOLITE-LOUIS GUERIN, ruë Saint Jacques, à Saint Thomas d'Aquin.

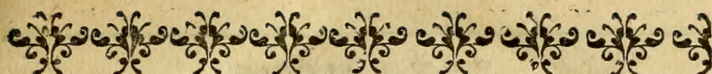


TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

Sur le Tonnerre. Page 1
Sur un nouveau Barometre. 3
Sur la dilatation de l'Air. 11
Sur la declinaison de l'Aiman. 19
Diverses Observations de Physique generale. 20

ANATOMIE.

Sur la Circulation du sang entre la Mere & le Fœtus. 36
Sur les Cataractes des yeux. 39
Sur un Ver rendu par le nez; 42
Sur des Guérisons faites par des brûlures. 46
Sur la Generation des Limaçons. 48
Diverses Observations Anatomiques. 52

CHIMIE.

Sur la Cire. 53
Sur l'Aloës. 54
Sur la Manne. 56
Sur plusieurs Eaux minerales de France. 57
Sur la Nature du Fer. 61
Diverses Observations Chimiques. 65

BOTANIQUE.

Sur la perpendicularité des Tiges des Plantes par rapport à l'horison. 67
Observation Botanique. 69

ARITHMETIQUE. 70

ALGEBRE.

Sur la Construction des Egalités. 71

GEOMETRIE.

Sur les Conchoïdes en general. 73
Sur la Rectification des Roulettes, dont la Generatrice est un Cercle, & la Base un Cercle quelconque. 80
Sur les Courbes à l'infini produites par le mouvement d'une ligne droite, qui passe toûjours par un point fixe, & parcourt par une de ses extremités une ligne quelconque. 82
Sur une nouvelle proprieté de la Cycloïde. 84
Sur une Methode de décrire de grands Arcs de Sections Coniques. 89

ASTRONOMIE.

Sur le retour d'une Tache de Jupiter, 90
Sur un Globe celeste construit par rapport au mouvement des Etoiles fixes. 93
Sur la Comete de 1707, *& sur les Cometes en general.* 97
Sur les trois Eclipses de cette année. 104
Sur les Refractions. 105
Sur des Taches du Soleil. 107
Diverses Observations celestes. 109

GEOGRAPHIE. 111

DIOPTRIQUE.

Sur les Verres ardents des Anciens. 112

MECANIQUE.

Sur la Résistance des Poutres, 116
Sur la Résistance des Milieux au mouvement. 123
Machines ou Inventions approuvées par l'Academie en 1708. 142

Eloge de M. de Tournefort. 143

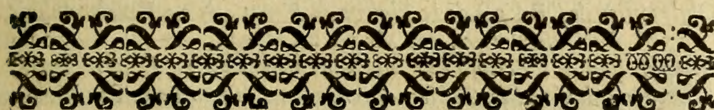


TABLE
POUR
LES MEMOIRES.

OBservation de l'Eclipse du cœur du Scorpion Antares par la Lune, faite à Paris, à Marseille, & à Montpellier le 3 Septembre 1707. Par M. CASSINI le fils. Page 1
Extrait des Observations faites au Indes Occidentales en 1704, 1705, *&* 1706 *par le P. Feüillée Minime, Mathematicien du Roy; comparées à celles qui ont été faites en même temps à l'Observatoire Royal.* Par M. CASSINI le fils. 5
Des Résistances des Poûtres par rapport à leurs longueurs ou portées, & à leurs dimensions & situations; & des Poûtres de plus grande résistance, indépendamment de tout systême Physique, Par M. PARENT. 17
Des Conchoïdes en general. Par M. DE LA HIRE. 32
Observations de la quantité d'eau de pluïe qui est tombée à l'Observa-

toire Royal à Paris pendant l'année 1707, *& des hauteurs du Thermometre & du Barometre.* Par M. DE LA HIRE. 60

Sur la maniere de conserver les Grains. Par M. RENEAUME. 63

Methode generale pour rectifier toutes les Roulettes à bases droites & circulaires. Par M. NICOLE. 86

Reflexions sur la Comete qui a paru sur la fin de l'année 1707. Par M. CASSINI. 89

Observations sur les Analyses du Corail & de quelques autres Plantes pierreuses, faites par M. le Comte Marsigli. Par M. GEOFFROY. 102

Observation de l'Eclipse de Venus par la Lune du 23 *Fevrier* 1708. Par Mrs CASSINI & MARALDI. 106

Comparaison des Observations de l'Eclipse de Venus par la Lune, faites à Paris & à Marseille le 23 *Fevrier* 1708. Par M. CASSINI le fils. 107

Observation de l'Eclipse de la Planete de Venus, le 23 *Fevrier au soir* 1708 *à l'Observatoire.* Par Mr DE LA HIRE. 110

Comparaison de l'Eclipse de Venus par la Lune du 23 *Fevrier* 1708. *avec le calcul tiré des Tables Astronomiques de mon Pere.* Par M. DE LA HIRE le fils. la même.

Des mouvemens primitivement variés dans des milieux qui leur résistent en raison des vitesses ausquelles ils s'opposent. Par M. VARIGNON. 113

Description d'un nouveau Barometre pour connoître exactement la pesanteur de l'air, avec quelques remarques sur les Barometres ordinaires. Par M. DE LA HIRE. 154

Extrait des Observations Astronomiques & Physiques faites en Sardaigne, & à Malte par le P. Feüillée Mathematicien du Roy. Par M. CASSINI le fils. 168

Reflexions sur la variation de l'Aimant observée par le sieur Houssaye Capitaine Commandant le vaisseau l'Aurore pendant la Campagne des Indes Orientales faite par l'Escadre des vaisseaux commandée par M. le Baron de Pallieres en 1704 *&* 1705. Par M. CASSINI le fils. 173

Observation de l'Eclipse de Lune du 5 *Avril* 1708 *au matin à l'Observatoire Royal.* Par Mrs de la HIRE. 179

Observation d'un cercle lumineux autour du Soleil. Par M. DE LA HIRE. 180

Observation de l'Eclipse de Lune du 5 *Avril au matin de l'année* 1708. Par Mrs CASSINI & MARALDI. 182

Observation de l'Eclipse de Lune faite par le P. Laval & M. Chazelles à Marseille le 5 *Avril* 1708. *Comparée à celles qui ont été faites à Paris & à Strasbourg.* Par M. CASSINI le fils. 185

Problême d'Anatomie, sçavoir : si pendant la grossesse il y a entre la femme & son fœtus une circulation de sang réciproque. Par M. MERY. 186

Observation de la Conjonction de Jupiter avec la Lune du 30 Avril 1708 faite en plein jour. Par M. CASSINI le fils. 195

Maniere generale de trouver une infinité de Lignes courbes nouvelles, en faisant parcourir une ligne quelconque donnée, par une des extremités d'une ligne droite donnée aussi, & toujours placée sur un même point fixe. Par M. REAUMUR. 197

Démonstration de ce que M. Hughens s'est contenté d'énoncer à la fin de son discours de la cause de la pesanteur, *touchant le mouvement des corps graves dans un milieu qui leur resisteroit à chaque instant en raison de leurs vitesses.* Par M. VARIGNON. 212

Du plan sur lequel un corps descendant fait sur chaque partie des impressions qui sont en raison réciproque des tems qu'il employe à les parcourir. Par M. PARENT. 224

Observations sur le Nostoch, qui prouvent que c'est véritablement une Plante. Par M. GEOFFROY le jeune. 228

Explication Physique de la direction verticale & naturelle des tiges des Plantes & des branches des arbres, & de leurs racines. Par M. DE LA HIRE. 231

Observations du retour de la Tache ancienne de Jupiter. Par M. MARALDI. 235

De la Cataracte & du Glaucoma. Par M. MERY. 241

Remarques sur la Cataracte & le Glaucoma. Par M. DE LA HIRE le fils. 245

Differentes manieres de déterminer la Courbe que décriroit un corps de pesanteur constante, jetté suivant quelque direction que ce fût dans un milieu dont les résistances seroient en raisons des vitesses de ce corps. Par M. VARIGNON. 250

Experiences & Remarques sur la dilatation de l'air par l'eau boüillante. Par M. DE LA HIRE. 274

Methode pour décrire de grands arcs de Sections Coniques, sans avoir leur centre ni la grandeur d'aucun diametre. Par M. DE LA HIRE. 289

Reflexions sur les Observations de la variation de l'Aiman, faites sur le Vaisseau le Maurepas dans le voyage de la Mer du Sud ; avec quelques Remarques de M. de la Verune Commandant de ce Vaisseau, sur la Navigation des Côtés de l'Amerique & de la Terre de Feu. Par M. CASSINI le fils. 292

Observation du passage de la Lune par les Etoiles Meridionales des Pleïades le matin du 10. *Aoust* 1708. Par Mrs CASSINI & MARALDI. 297

Observation du passage de la Lune par les Pleïades, le 10 *Aoust* 1708 *au matin à l'Observatoire.* Par M. DE LA HIRE. 299

Accord des solutions du Mémoire du 18 *Juillet dernier, pag.* 250. *&c. avec celles de M. Nevvton, & de M. Hughens, touchant la ligne que décriroit un corps de pesanteur constante jetté suivant quelque direction que ce fût dans un milieu dont les resistances seroient en raison des vitesses de ce corps.* Par M. VARIGNON. 302

Memoire touchant les Acides & les Alkalis, pour servir d'addition à l'article du Sel principe, imprimé dans nos Memoires de l'année 1702. *pag.* 36. Par M. HOMBERG. 312

Observation d'une Comete qui a paru à la fin de Novembre 1707, *faite à Bologne par Mrs Manfredi & Stancari dans l'Observatoire de M. le Comte Marsigli, avec des reflexions de M. Cassini.* 323

Eclaircissemens sur la construction des Egalitez. Par M. ROLLE. 339

Conjectures sur la position de l'Isle de Méroé. Par M. DE LISLE 365

Nouvel éclaircissement sur la prétenduë production artificielle du Fer, publiée par Becher & soûtenuë par M. Geoffroy. Par M. LEMERY le fils 376

Observations de l'Eclipse du Soleil arrivée le 14 *Septembre* 1708 *au matin, à l'Observatoire.* Par M. DE LA HIRE. 403

Sur l'Observation de l'Eclipse de Lune arrivée le 29 *Septembre au soir* 1708 *à l'Observatoire* Par Mrs DE LA HIRE. 405

Observations de l'Eclipse du Soleil du 14 *Septembre* 1708. Par Mrs CASSINI & MARALDI. 407

Observations de l'Eclipse de Lune du 29 *Septembre* 1708. Par Mrs CASSINI & MARALDI. 409

Reflexions sur lès Eclipses du Soleil & de la Lune du mois de Septembre 1708. Par M. CASSINI. 410

Comparaison de diverses Observations de l'Eclipse du Soleil du 14 *Septembre* 1708. Par M. CASSINI le fils. 415

Observations de l'Eclipse de Lune du 29 *Septembre* 1708, *faites à Genes par Mrs le Marquis Salvago & l'Abbé Barabbini, & à Marseille par le P. Laval & M. Chazelles, rapportées* Par Mrs CASSINI & MARALDI. 418

Autres Solutions du Problême déja résolu dans le Mémoire du 18 *Juillet dernier, pag.* 251, *&c. touchant la Courbe que décriroit un corps de pesanteur constante jetté dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps.* Par M. VARIGNON. 419

Reflexions sur les Observations faites par le P. Laval à la Sainte Baume & aux montagnes des environs. Par M. CASSINI le fils. 456

Conjecture sur le redressement des Plantes inclinées à l'horison. Par M. ASTRUC, de la Societé Royale des Sciences de Montpellier, 463

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU ROY DE FRANCE ET DE NAVARRE : A nos amez & feaux Conſeillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de nôtre Hôtel, Grand Conſeil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra : SALUT. Nôtre Academie Royale des Sciences Nous ayant très-humblement fait expoſer, que depuis qu'il Nous a plû luy donner par un Reglement nouveau de nouvelles marques de nôtre affection, elle s'eſt appliquée avec plus de ſoin à cultiver les Sciences qui font l'objet de ſes exercices ; enſorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnez au public, elle ſeroit en état d'en produire encore d'autres, s'il nous plaiſoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que nous lui avons accordées en date du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de nôtre Conſeil d'Etat du 13. du mois d'Aouſt dernier ; & deſirant donner à ladite Academie en corps, & en particulier à chacun de ceux qui la compoſent, toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au public ; Nous avons permis & permettons par ces Preſentes à ladite Academie, de faire imprimer, vendre & debiter dans tous les lieux de notre obéïſſance, par tel Imprimeur qu'elle voudra choiſir, en telle forme, marge, caractere, & autant de fois que bon lui ſemblera : *Toutes les Recherches ou Obſervations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Aſſemblees de l'Academie Royale des Sciences* ; comme auſſi *les Ouvrages, Memoires ou Traitez de chacun des particuliers qui la compoſent*, & generalement tout ce que ladite Academie voudra faire paroître ſous ſon nom, lorſqu'après avoir examiné & approuvé leſdits Ouvrages aux termes de l'art. XXX. dudit Reglement, elle les jugera dignes d'être imprimez : & ce pendant le tems de dix années conſecutives, à compter du jour de la date deſdites Preſentes. Faiſons très-expreſſes défenſes à tous Imprimeurs, Libraires, & à toutes ſortes de perſonnes de quelque qualité & condition que ce ſoit, d'imprimer, faire imprimer en tout ni en partie, aucun des Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Academie ; comme auſſi d'en introduire, vendre & debiter d'impreſſion étrangere dans nôtre Royaume ſans le conſentement par écrit de ladite Academie ou de ſes ayans cauſe, à peine contre chacun des contrevenans de confiſcation des Exemplaires contrefaits au profit de

ſondit Imprimeur, de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & intereſts : à condition que ces Preſentes ſeront enregiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Imprimeurs-Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : Que l'impreſſion de chacun deſdits Ouvrages ſera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformement aux Reglemens de la Librairie ; & qu'avant que de les expoſer en vente il en ſera mis de chacun deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de nôtre Château du Louvre, & un dans celle de nôtre très-cher, & feal Chevalier Chancelier de France le ſieur Phelyppeaux Comte de Pontchartrain Commandeur de nos Ordres, le tout à peine de nullité des Preſentes ; du contenu deſquelles Vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Academie ou ſes ayans cauſe pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons que la copie deſd. Preſentes qui ſera imprimée au commencement ou à la fin deſdits ouvrages ſoit tenuë pour dûëment ſignifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conſeillers & Secretaires foy ſoit ajoûtée comme à l'original : Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & neceſſaires ſans autre permiſſion, & nonobſtant Clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires : CAR tel eſt nôtre plaiſir. DONNE' à Verſailles le neuviéme jour de Fevrier, l'an de grace mil ſept cens quatre, & de nôtre regne le ſoixante & uniéme. Par le Roy en ſon Conſeil, LE COMTE.

L'Academie Royale des Sciences par déliberation du 27 Fevrier 1707 à cedé le préſent Privilege à JEAN BOUDOT fils ſon Libraire, pour en joüir conformément au Traité fait par l'Academie avec feu le ſieur Boudot ſon pere le 13. Juillet 1699. En foy de quoy j'ay ſigné, à Paris ce 27. Fevrier 1707.

FONTENELLE, *Secretaire de l'Academie Royale des Sciences.*

Regiſtré ſur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, Numero CVI. *pag.* 136. *conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arreſt du Conſeil du* 13. *Aouſt dernier. A Paris, ce* 13. *Fevrier* 1704. P. EMERY, *Syndic.*

HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCVIII.

PHYSIQUE GENERALE

SUR LE TONNERRE.


L se fait dans l'Air des operations Chimiques, aussi-bien que dans nos Laboratoires, & quelquefois les mêmes. Le Tonnerre n'est que cette inflammation, dont on a parlé dans l'Hist. de 1701.*, causée par le mêlange d'une matiere sulphureuse avec un esprit Acide. Mais la conformité même de ces deux Phenomenes peut faire naître une difficulté.

* Pag. 67.

Les deux matieres convenables, mêlées ensemble par un Chimiste, ayant été une fois enflamées, se dissipent absolument, & il ne se peut plus faire d'inflammation

nouvelle ſans de nouvelles matieres. Mais nous voyons ſouvent ſortir d'une même Nuë un grand nombre d'Eclairs les uns après les autres, qui marquent autant d'inflammations differentes, & comment, après que ce qui étoit inflammable dans cette Nuë s'eſt enflammé, s'y fait-il des inflammations naturelles ?

M. Homberg conçoit que les mêmes matieres qui par leur union s'enflamment, & par cette inflammation ſe ſéparent auſſi-tôt, peuvent ſe rejoindre de nouveau, s'enflamer encore, & ainſi pluſieurs fois de ſuite. Elles ne le pourroient pas ſur la terre, parce que dès qu'elles ſont enflamées, & par conſequent devenuës très-rares & très-legeres, l'Air inferieur plus peſant qu'elles, qui les preſſe de tous côtés, les éleve juſqu'à une Region où elles ſe trouvent en équilibre avec un Air plus délié, & où elles ſont perduës pour nous. Mais ſi ces mêmes matieres ſe ſont élevées en exhalaiſons du ſein de la Terre par l'action de la chaleur, elles ſont parvenuës juſqu'à cette Region de l'équilibre ; c'eſt-là qu'elles s'enflament, & là elles ne trouvent point d'air plus peſant, qui après leur inflammation puiſſe les faire monter ; elles ne ſe diſſipent donc point, elles demeurent où elles étoient, & peuvent ſe rejoindre, juſqu'à ce qu'une Pluïe les rabattent ſur la Terre, & en nettoye l'air.

Cette explication eſt d'autant plus vrai-ſemblable, qu'elle eſt fondée ſur l'operation même, qui repreſente le Tonnerre. Si au lieu de verſer bruſquement de l'Eſprit de Nitre ſur une Huile eſſentielle, ce qui produit une inflammation ſubite, on le verſe goutte à goutte, il ſe fait ſeulement une efferveſcence ſans inflammation, & le mélange des deux liqueurs devient une Reſine, qui étant miſe dans une Cornuë, & diſtillée par degrés rend l'Acide & l'Huile, dont elle a été formée. Cet Acide & cette Huile ſont encore capables ou de s'enflamer par leur union, ou de produire une nouvelle Reſine, qui ſoutiendra autant qu'on voudra la même operation qu'elle a eſſuyée. Le feu de la diſtillation fait ici la même ſépara-

tion des matieres, qu'auroit fait la flamme, si on leur avoit permis de s'enflamer, & par consequent il paroît que si elles ne nous échapoient pas, elles seroient aussi propres à faire par leur réünion une nouvelle flamme, qu'une nouvelle Resine.

Comme à chaque instant où un Eclair frape nos yeux, il y a une assés grande quantité de matiere qui s'enflame, il se pourroit faire, selon M. Homberg, que toutes ces inflammations réïterées donnassent une certaine détermination de mouvement à l'Air, & causassent quelqu'un de ces Vents *variables*, qui viennent indifferemment de tous les points de l'Horison, & sont les seuls que nous connoissions dans nos climats temperés. Delà viendroit peut-être que nous avons plus de Vents de Sud que de Nord, car il y a toujours de grands Tonnerres entre les Tropiques, qui sont au Sud à notre égard. Toujours il est certain que cette idée expliqueroit assés bien pourquoi nos Vents soufflent par reprises; les Eclairs se suivent d'assés près, & chacun donneroit son impulsion à part. Si l'on étoit bien assuré que les Vents *alisés* & reglés soufflent plus continuëment, ce seroit une confirmation.

SUR UN NOUVEAU BAROMETRE.

LE Barometre est une invention assés importante dans la Phisique, & assés précieuse aux Phisiciens, pour meriter qu'ils se piquent à l'envi les uns des autres de contribuer à sa perfection. Le Hazard fit naître d'abord le Barometre simple, il y a peut-être 60 ans. M. Huguens le changea en Barometre double pour le rendre plus *sensible*, c'est-à-dire, pour lui faire marquer dans une plus grande étenduë, & plus sensiblement le degré de la variation du poids de l'air. M. Amontons poposa ensuite des moyens & de le rectifier *, & d'étendre son usage

V. les M. p. 154.

* V. l'Hist. de 1704, p. 1.

jusques sur la Mer *. Maintenant M. de la Hire donne de nouvelles vûës, qui vont à le corriger de tous ses défauts.

* V. l'Hist. de 1705. p. 1.

Je suppose la construction du Barometre double de M. Huguens connuë, comme elle l'est en effet de tout le monde. Si l'on en retranchoit l'Eau seconde, ou l'Huile de Tartre qui remplit une partie de la boëte inferieure, & du second tuyau, ce ne seroit plus qu'une espece de Barometre simple, quoique le tuyau en fût recourbé. Lorsque le Mercure s'abaisseroit dans la boëte superieure, & par consequent s'éleveroit dans l'inferieure, il marqueroit la diminution du poids de l'Atmosphere, & en effet comme la colonne du Mercure qui répond à toute la hauteur de l'Atmosphere & lui fait équilibre, n'est dans un tuyau recourbé que la difference de hauteur de la surface superieure du Mercure à l'inferieure, il est visible que cette colonne seroit devenuë plus courte. Ce seroit le contraire si le Mercure s'étoit élevé dans la boëte superieure, & abaissé dans l'inferieure. Mais parce que toute la variation de la hauteur de la colonne de Mercure est renfermée dans l'étenduë de 2 pouces, les differens changemens seroient peu sensibles, à moins qu'ils ne fussent & forts grands & subits.

Le secret que M. Huguens imagina pour les rendre beaucoup plus sensibles, fut de remplir d'une liqueur la moitié ou à peu près de la boëte inferieure, & une partie d'un tuyau qui en sort, & qui a un diametre beaucoup plus petit. La liqueur est supposée plus leger que le Mercure, par exemple 14 fois davantage, ainsi qu'on le trouve par experience. Je prends seulement le cas où le Mercure s'abaisse dans la boëte superieure, & s'éleve dans l'inferieure, il sera aisé d'en conclure le cas contraire, qui ne sera que le même renversé.

Lorsqu'il survient de nouveau dans la boëte inferieure une certaine quantité de Mercure, il faut necessairement qu'il en sorte une égale quantité de liqueur, qui entre dans le petit tuyau. & qui y monte d'autant plus que le diametre en est plus petit par rapport à celui de la boëte.

Ainsi la grande inégalité de ces diametres fait qu'une très-petite élevation dans la boëte est assés grande dans le tuyau, & que le Mercure en haussant peu fait beaucoup hausser la liqueur. Mais d'un autre côté comme les liqueurs agissent ou pesent par leur hauteur, plus cette liqueur monte en vertu de l'inégalité des diametres, plus elle devient un grand poids qu'il faut que la colonne de Mercure soutienne, outre celui de l'Atmosphere. Elle repousse donc en embas le Mercure de la boëte inferieure qui s'étoit élevé, & par là elle redescend elle-même dans son tuyau, ou pour parler plus juste, elle n'y monte qu'autant que lui permet l'équilibre qui doit être entre la colonne de Mercure & le poids de l'Atmosphere, plus celui de la liqueur élevée à une certaine hauteur. Il est vrai que comme elle est 14 fois plus legere que le Mercure, il suffit, quand elle est élevée à 14 lignes, par exemple, qu'une ligne de Mercure la contre-balance, & par consequent elle n'abaisse le Mercure de la boëte inferieure, & ne redescend elle-même en l'abaissant, qu'autant qu'il faut pour donner une ligne de plus en hauteur à la colonne de Mercure qui lui est opposée, ce qui diminuë peu l'élevation de la liqueur.

Il suit de tout ce raisonnement qu'au lieu que dans le Barometre simple, tel que nous l'avons imaginé d'abord, la colonne de Mercure qui fait équilibre à l'Atmosphere est la difference de hauteur des surfaces du Mercure des deux boëtes, ici c'est cette difference augmentée de la 14e partie de la liqueur, car toute la liqueur qui est sur le Mercure de la boëte inferieure vaut une petite colonne de Mercure 14 fois moins haute. Ainsi en concevant dans le Barometre de M. Huguens la colonne de Mercure qui soutient l'Atmosphere, toûjours augmentée de la 14e partie de la hauteur de la liqueur, on a un Barometre simple renfermé dans le double, & cette 14e partie de la hauteur de la liqueur en étant retranchée, le reste est l'étenduë par laquelle le barometre double marque sa variation, & qu'il a de plus que le Barometre simple qu'il

contient, c'eſt le plus de *ſenſibilité* que lui donne l'artifice de ſa conſtruction.

Il s'agit maintenant de voir juſqu'où peut aller l'excès de ſenſibilité du Barometre double ſur ſon Barometre ſimple. Cet excés a-t'il des bornes ? Le peut-on pouſſer ſi loin qu'on voudra ? Il dépend 1°, de ce que le diametre du tuyau de la liqueur eſt plus petit que celui de la boëte inferieure, ou même des deux boëtes qu'on fait égales en tout ; 2°, de ce que la liqueur eſt plus legere que le Mercure. Si l'on conçoit le diametre du tuyau de la liqueur infiniment petit par rapport à celui des boëtes, la liqueur y montera infiniment haut pour une élevation finie du Mercure, par conſequent elle deviendra un poids infini, & quoiqu'elle ne repouſſe enſuite le Mercure en embas, & ne redeſcende elle-même, que d'une certaine partie de ſon élevation, cette partie d'une élevation infinie le ſera auſſi, c'eſt-à-dire, que la liqueur redeſcendra infiniment, ou plutôt ne montera pas infiniment, même dans un tuyau infiniment petit. Puiſqu'à cet égard la ſuppoſition de l'infini ne donne pas une élevation infinie de la liqueur, c'eſt une marque certaine que cette élevation eſt renfermée entre de certaines bornes qu'elles ne peut jamais paſſer. Il eſt encore plus évident que la legereté d'une liqueur par deſſus le Mercure, eſt neceſſairement bornée, & par conſequent l'avantage de ſenſibilité qu'a le Barometre double ſur ſon Barometre ſimple ne peut jamais aller qu'à un certain point.

Pour le déterminer, le calcul eſt abſolument neceſſaire. M. de la Hire trouve que l'étenduë dans laquelle le Barometre double marque ſes variations, eſt à celle dans laquelle ſon Barometre ſimple marque les ſiennes, comme 14 fois le quarré du diametre d'une des boëtes, à 1 fois ce même quarré, plus 27 fois le quarré du diametre du tuyau de la liqueur. Par-là il eſt clair que le Barometre double ne peut jamais être 14 fois plus ſenſible que l'autre, car il faudroit pour cela que 27 fois le quarré du diametre du petit tuyau fût une grandeur infiniment pe-

rite par rapport au quarré du diametre de la boëte, ou, ce qui eſt la même choſe, que le diametre de ce tuyau fût infiniment petit, celui des boëtes étant fini, ou celui des boëtes infiniment grand, celui du tuyau étant fini, & l'un & l'autre eſt également impoſſible. Il reſte donc que l'on approche toûjours de la proportion de 14 à 1, en diminuant de plus en plus le diametre du tuyau, ou en augmentant de plus en plus celui des boëtes.

On ne peut pas dans la pratique, & de plus on ne devroit pas quand on le pourroit, diminuer le diametre du tuyau juſqu'à un certain point, parce que le tuyau ſeroit capillaire, & que par conſequent la liqueur s'y ſoûtiendroit à une plus grande élevation que celle où l'équilibre la doit mettre.

C'eſt par cette raiſon que M. Huguens veut que ce diametre ait un peu plus d'une ligne, & quoique cette largeur du tuyau ſoit aſſés conſiderable, M. de la Hire remarque que la liqueur n'y a pas ſon mouvement bien libre, que quand elle deſcend, elle ne deſcend pas d'abord autant qu'elle devroit, parce que la ſurface qu'elle abandonne eſt moüillée, & qu'elle y demeure accrochée pour quelque tems, & qu'au contraire quand elle s'éleve, elle ne s'éleve pas d'abord aſſés haut, parce qu'elle s'attache difficilement à une ſurface ſeche, Mais il faut convenir que cela ne peut produire qu'une très-legere irrégularité.

Le tuyau ne pouvant donc avoir moins d'une ligne de diametre, on ne peut plus qu'augmenter celui des boëtes; mais outre qu'en l'augmentant à un certain point, on feroit un inſtrument difforme, & trop peſant, on y dépenſeroit beaucoup de Mercure, ce qui le rendroit trop cher, & en même tems difficile à tranſporter d'un lieu en un aure. M. Huguens ſe contente que ſes boëtes ayent 14 ou 15 lignes de diametre, moyennant quoi la ſenſibilité du Barometre, qui ne peut jamais être 14, & eſt conſiderablement moins, le petit tuyau ayant une ligne, eſt à peu près 12. Comme il faudroit que le diame-

tre des boëtes augmentât depuis 15 lignes jusqu'à l'infini, pour faire que le Barometre allât depuis la sensibilité exprimée par 12 jusqu'à celle qui est exprimée par 14, il est manifeste qu'une très-grande augmentation du diametre des boëtes par delà 15 lignes, n'en produiroit qu'une très-petite & nullement considerable dans la sensibilité du Barometre au-delà de 12, qu'il seroit donc plus desavantageux qu'utile d'augmenter les boëtes, & que le Barometre de M. Huguens construit selon les proportions marquées est le plus sensible & en même tems le plus commode que l'on puisse avoir, en ne changeant rien à sa construction générale.

Mais n'y peut-on rien changer? Voici ce que M. de la Hire imagine sur ce sujet. Il allonge indefiniment le tuyau de la liqueur, en lui laissant toujours une ligne de diametre, & au bout de ce tuyau il met une troisiéme boëte égale en tout aux deux autres. Elles ne peuvent avoir moins de 2 pouces de haut, parce que les 2 premieres doivent contenir, comme dans le Barometre de M. Huguens, toute l'étenduë de la variation du Mercure, qui n'est que de deux pouces; on verra dans la suite pourquoi la troisiéme doit être égale aux 2 premieres; leur diametre reste encore indéfini. Si l'on suppose la pesanteur de l'air dans un état moyen, la moitié de la seconde boëte & la moitié du petit tuyau sont remplies d'Huile de Tartre à l'ordinaire, au-dessus de laquelle est une seconde liqueur moins pesante, comme de l'Huile de Petrole, qui va jusqu'à la moitié de la troisiéme boëte. Ces deux liqueurs sont telles qu'elles ne se mêleront jamais ensemble, à cause de leur difference de pesanteur, qui est cependant très-peu considerable, & n'empêche pas qu'on ne puisse sans erreur sensible les prendre également toutes deux pour être 14 fois plus legeres que le Mercure. La troisiéme boëte finit en un petit bout de tuyau ouvert, pour recevoir les impressions de l'air exterieur. Cela étant, si l'air devient, par exemple, moins pesant que dans l'état moyen, le Mercure de la premiere boëte baisse,

baiſſe, comme dans le Barometre de M. Huguens, il entre dans le petit tuyau de nouvelle Huile de Tartre, & par conſequent cette liqueur y monte, & une quantité égale d'Huile de Petrole entre dans la troiſiéme boëte. C'eſt le mouvement ſeul de l'Huile de Tartre dans le petit tuyau, qui marque les variations de ce Barometre; elle ſe diſtinguera par ſa couleur.

La conſtruction fait voir que quelque variation qui arrive le petit tuyau ſera toujours plein de l'une ou de l'autre liqueur, ou de toutes les deux; & que de plus, autant qu'il manquera d'Huile de Tartre à la ſeconde boëte pour la remplir, autant il y aura d'Huile de Petrole dans la troiſiéme, puiſque ces deux boëtes ſont égales en tout, & c'eſt-là pourquoi elles le ſont. Par conſequent il y aura dans toutes les variations differentes une même hauteur de liqueur qui peſera ſur le Mercure de la ſeconde boëte, ou une colonne toujours également haute & peſante, puiſque les deux liqueurs ſont ſenſiblement du même poids. Voilà en quoi conſiſte toute la fineſſe du nouveau Barometre, voilà ce qui lui donne une ſenſibilité infinie, du moins dans la ſpeculation, & beaucoup plus grande dans la pratique que celle du Barometre de M. Huguens.

Nous avons dit que dans l'ancien Barometre plus la liqueur monte, plus elle repouſſe en embas le Mercure de la boëte inferieure, parce qu'elle le preſſe par le poids d'une plus haute colonne. Elle ne peut le faire deſcendre ſans redeſcendre elle-même, de ſorte qu'elle redeſcendroit infiniment par cette cauſe, ſi en vertu de la proportion des boëtes & du petit tuyau elle étoit montée infiniment. Mais la cauſe qui la fait redeſcendre n'a point de lieu dans le Barometre de M. de la Hire, puiſque le Mercure de la ſeconde boëte y eſt toujours preſſé par une colonne de liqueur également haute & peſante, & par conſequent rien n'empêche plus que la proportion des boëtes & du petit tuyau ne rende ce Barometre d'une ſenſibilité infinie.

Le calcul geometrique de cette ſenſibilité eſt parfaite-

ment d'accord avec ce raiſonnement, quoiqu'établi ſur d'autres principes. L'étenduë de la variation du Barometre de M. de la Hire eſt à l'étenduë de la variation du Barometre ſimple qui y eſt contenu, ou de ſa colonne de Mercure qui fait équilibre avec l'Atmoſphere, comme le quarré du diametre des boëtes eſt à 2 fois le quarré du diametre du petit tuyau. Par-là on voit qu'au lieu que la ſenſibilité du Barometre de M. Huguens eſt renfermée dans des bornes fort étroites, celle du Barometre de M. de la Hire n'en a aucunes, & qu'on la peut pouſſer auſſi loin qu'on voudra par l'augmentation de l'inégalité des diametres. Celui du petit tuyau étant déterminé dans la pratique à une ligne, on ne peut plus qu'augmenter celui des boëtes.

Puiſqu'en l'augmentant, on augmente la ſenſibilité du Barometre, ou, ce qui eſt la même choſe, l'étenduë dans laquelle ſe fait tout le mouvement de l'Huile de Tartre; & que ce mouvement ſe fait dans le petit tuyau, qui eſt entre la ſeconde & la troiſiéme boëte, il eſt évident que plus un Barometre ſera ſenſible, plus le petit tuyau ſera long, & la troiſiéme boëte élevée. De ce que le petit tuyau ſera plus long, il s'enſuivra qu'il contiendra plus d'Huile de Petrole qui pourra entrer dans la troiſiéme boëte, & il faudra que cette boëte ſoit un peu plus haute que de 2 pouces, & par conſequent les deux autres. Il faudra auſſi que le premier ou plus gros tuyau, toûjours rempli de Mercure, en devienne plus long, quoique beaucoup moins, parce que plus le petit tuyau eſt long, plus la colonne de Mercure contenuë dans l'autre a un grand poids à ſoûtenir outre le poids de l'Atmoſphere. Le diametre des boëtes étant déterminé, toutes ces autres dimentions viennent d'elles-mêmes, & ce n'eſt pas la peine de nous y arrêter, parce qu'elles ne dépendent d'aucun principe particulier. Dès que l'on ira juſqu'à la pratique, on ne s'appercevra que trop facilement des limitations qu'elle apportera à la Theorie.

Si la proportion des boëtes & du petit tuyau eſt la mê-

-e dans le Barometre de M. de la Hire que dans celui de M. Huguens, le Barometre de M. de la Hire sera 225 fois plus sensible que le Barometre simple qu'il contient, au lieu que le Barometre de M. Huguens n'est que 12 fois plus sensible que son Barometre simple. Et si l'on veut réduire le Barometre de M. de la Hire à n'être pas plus sensible par rapport à son Barometre simple que celui de M. Huguens, il en faudra diminuer les boëtes à tel point qu'il n'y entrera plus que la 9e. partie du Mercure qui entroit dans celles de l'autre, ce qui est encore un avantage considerable. Ainsi on pourra choisir entre les deux avantages differens, ou plutôt prendre un parti moyen qui les accorde tous deux.

Les inconveniens que peuvent causer la rerefaction & la condensation des liqueurs par le chaud ou par le froid, sont communs d'eux-mêmes au Barometre de M. Huguens, & à celui de M. de la Hire. Mais M. de la Hire donne pour le sien une maniere de les prévenir par une certaine graduation, qu'il seroit inutile de repeter ici. Nous n'avons prétendu que donner ici l'idée générale de son Barometre, & pour ainsi dire, l'ame de l'invention.

SUR LA DILATATION DE L'AIR.

L'Approbation que l'Academie donna au Thermometre de feu M. Amontons *, &, ce qui est encore d'un plus grand poids, celle que le Public paroît lui avoir donnée, n'empêchent point l'Academie elle-même de l'examiner encore de nouveau. Il n'y a guere de choses en Phisique si bien décidées qu'il n'y ait toûjours lieu à la revision, & il est difficile que la Nature, lors même que nous croïons la saisir le mieux, ne nous échape par quelque endroit. V. les M. p. 274.

* V. l'Hist. de 1702. pag. 1.

M. Amontons avoit trouvé par ses experiences que la

chaleur de l'eau boüillante augmentoit d'un tiers la force élaſtique d'un air, qui étant enfermé ne pouvoit augmenter ſon volume, du moins ſenſiblement, & c'eſt-là un des principes ſur leſquels il a fondé la conſtruction de ſon Thermometre; mais M. de la Hire après avoir fait des experiences plus ſimples que celles de M. Amontons, & qui par conſequent devroient être plus ſûres, croit que ce principe n'en eſt pas un. Il a trouvé que le reſſort de l'air qui augmenté par la chaleur de l'eau boüillante auroit dû ſoûtenir 9 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$ de Mercure de plus que la peſanteur de l'Atmoſphere, car ces 9. pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$ en étoient alors le tiers, ne ſoûtenoit que 8 pouces de plus, ce qui s'écarte trop de la regle de M. Amontons, & s'en écarte d'autant plus que l'air étoit alors plus froid, & plus peſant, & par conſequent plus diſpoſé à une grande force élaſtique, que dans un autre experience de M. de la Hire, qu'il avoit trouvé un peu moins éloignée de la prétenduë regle.

Une Obſervation de M. de la Hire ſembleroit prouver qu'une petite quantité d'air augmente plus ſon reſſort par l'eau bouillante qu'une plus grande; mais il ne faut pas ſe preſſer encore de rien conclure. Comme les experiences en cette matiere varient beaucoup, on eſt porté naturellement à attribuer chaque variation à quelque circonſtance particuliere que l'on apperçoit, mais peut-être y en entre-t-il quelque autre que l'on n'apperçoit pas, ou même, ce qu'il y a aſſés lieu de ſoupçonner, il peut reſter encore dans la nature de l'air quelque choſe d'inconnu, qu'on ne doit pas deſeſperer de découvrir avec le temps.

On ne commence que depuis peu à s'appercevoir que l'humidité apporte de grands changemens à ſa vertu de reſſort; elle eſt beaucoup plus grande, lorſqu'il eſt plus humide, ou, ce qui revient au même, il ſe rarefie davantage, s'il a la liberté de s'étendre.

Tandis que M. de la Hire s'aſſuroit ici de cette verité, M. Stancari ſçavant Mathematicien, & Correſpondant

de M. Caſſini, en faiſoit autant à Bologne. Il avoit un tuyau de verre recourbé dont les deux branches étoient fort inégales en longueur, & dont la plus petite portoit une aſſés groſſe boule. Il la plongeoit dans de l'eau boüillante, & alors l'air qu'elle contenoit ſe rarefioit beaucoup par une ſi grande chaleur, & il en ſortoit la plus grande partie par la longue branche qui étoit ouverte. Après cela M. Stancari la bouchoit bien exactement avec le pouce, ôtoit le tuyau de l'eau boüillante, & le plongeoit dans de l'eau froide, retiroit le pouce, & laiſſoit entrer l'eau dans le tuyau & dans la boule. Cette eau ne pouvoit pas remplir la boule entierement, parce que comme elle y pouſſoit tout l'air qui avoit été contenu dans les deux branches, & que la boule en étoit pleine auſſi, il falloit neceſſairement qu'elle lui laiſſât quelque place, mais il eſt viſible que plus cet air avoit été rarefié par la chaleur de l'eau boüillante, plus l'eau froide le réduiſoit en un petit eſpace dans la boule, car plus la rarefaction avoit été grande, moins il reſtoit d'air dans le tuyau. Or il ſe trouvoit toûjours que quand le tuyau avoit été humide par dedans avant l'experience, l'eau froide rempliſſoit une plus grande partie de la boule, c'eſt-à-dire, que l'air avoit été plus rarefié par la chaleur. Les experiences de M. de la Hire faites à même fin, quoique d'une maniere differente, donnent la même concluſion.

L'effet de l'humidité eſt ſi grand, qu'à peine eſt-il croïable. M. de la Hire s'étant ſervi d'une phiole bien ſeche dans une experience de la dilatation de l'air, & ayant enſuite recommencé la même experience avec la même phiole où il avoit ſeulement laiſſé 11 grains d'eau attachés à ſa ſurface interieure, il trouva la dilatation de l'air 8 fois plus grande la ſeconde fois que la premiere; & M. Stancari a éprouvé qu'ayant ſoufflé dans un tuyau, la ſeule humidité de ſon haleine avoit fait ſoûtenir à l'air 6 pouces de Mercure de plus qu'il ne devoit ſoûtenir dans l'état où il étoit.

Tout cela favoriſe la penſée de M. Homberg ſur le Ba-

rometre de M. le Chancelier, dont il a été parlé dans l'Hist. de 1705 *. Il est certain qu'il avoit été lavé en dedans avec de l'Esprit de vin, & d'un autre côté il est plus que vrai-semblable que le vuide qui se fait au haut d'un Barometre ne peut jamais être si parfait qu'il n'y reste un peu d'air. Si l'humidité de l'haleine donne à l'air une force élastique égale à 6. pouces de Mercure, l'humidité que l'Esprit de vin avoit laissée au Barometre de M. le Chancelier a bien pû donner au peu d'air qui y restoit une force de 18 lignes, avec laquelle il repoussoit le Mercure en embas. Ces 18 lignes, dont ce Barometre se tenoit toûjours plus bas que les autres, & qui paroissoient quelque chose de prodigieux, ne sont que le quart des 6 pouces de l'experience de M. Stancari, & comme il y a toute apparence qu'on doit rapporter l'une & l'autre quantité à la même cause, la seconde merveille explique la premiere, ou du moins la fait disparoître. Toutes les experiences de M. Maraldi rapportées dans l'Hist. de 1706 * confirment encore l'augmentation de la force élastique de l'Air par l'humidité, pourvû qu'on veüille bien supposer avec nous que le vuide du haut des Barometres n'est pas absolument parfait.

* p. 16. & suiv.

* p. 1. & suiv.

On pourroit même pousser plus loin ce petit commencement de Sistême. La fameuse Regle de M. Mariotte que l'Air se comprime à proportion des poids dont il est chargé, se trouve vraïe toute les fois qu'on fait des experiences d'un air enfermé dans des tuyaux, & qui ensuite se rarefie, & cela, lors même qu'il se rarefie 200 fois audelà de son état naturel; & cette même Regle n'est plus vraïe dès qu'il s'agit de l'Air libre, qui est, par exemple, depuis le pied d'une Montagne jusqu'au haut; il est réellement au haut de la Montagne plus rarifié qu'il ne devroit être selon la proportion des poids, & cependant il ne l'est seulement pas 1 fois plus qu'au pied. Nous avons exposé cette difficulté dans l'Hist. de 1705 * avec beaucoup plus d'étenduë, & même plus de force, & n'en avons donné aucune solution. Seulement nous avons demandé

* p. 16. & suiv.

si l'Air qui est depuis la surface de la Terre jusqu'au haut des Montagnes ne devroit point être consideré comme une matiere heterogene, & inégalement susceptible de dilatation en ses differentes parties, de sorte qu'il entrât dans ses differentes dilatations quelque autre principe que l'inégalité des poids, au lieu que l'Air pris sur la surface de la Terre, & enfermé dans un tuyau seroit parfaitement homogene, & ne se dilateroit ou ne se condenseroit que selon les poids?

Les termes dans lesquels cette question a été proposée, insinuent d'eux-mêmes la réponse qu'on y pourroit faire selon les idées presentes. L'Air libre, dont la surface de la Terre est couverte jusqu'à une certaine hauteur, est une matiere heterogene, à cause de l'humidité ou des vapeurs aqueuses, qui y sont inégalement répanduës, & comme il est apparent qu'elles sont en plus grande quantité vers le haut des Montagnes où elles s'assemblent pour former les pluïes, on y trouve la rarefaction de l'air, ou sa force élastique plus grande qu'elle ne doit être suivant la proportion des poids. Mais l'Air qu'on enferme dans un tuyau pour faire des experiences étant dans toute son étenduë également humide, on ne doit plus appercevoir dans ses dilatations d'autre difference que celle que la difference des poids y peut causer.

Si cela est, le Thermometre de M. Amontons ne sera pas universel, c'est-à-dire, propre à donner le rapport des degrés de chaleur de differens païs. Car quoique la chaleur de l'eau boüillante pût être un point fixe commun à tous ces Thermometres, la differente humidité de l'air dans les lieux, & aux tems de leur construction altereroit tout, & troubleroit tous les rapports. Cependant malgré ces difficultés de Theorie, ce Thermometre réüssit fort dans l'usage, & M. Stancari, par exemple, qui l'a étudié avec soin, en rend un témoignage fort avantageux.

Il ne faut pas oublier à cette occasion une remarque & une reflexion ingenieuse du même M. Stancari. Il a observé que plusieurs Thermometres qu'il avoit construits à la maniere de M. Amontons étoient en tout tems par-

faitement d'accord, à moins qu'il ne les mît aux rayons du Soleil, ce qui les faisoit hausser inégalement. Sur cela il a conçû que comme la surface interieure des tuyaux de verre n'est pas exactement circulaire, mais presque toûjours irrégulierement courbe, & par consequent differente en differens tuyaux, il s'y formoit par la reflexion des rayons du Soleil differentes Caustiques, qui rassemblant ces rayons dans des espaces plus ou moins grands, échauffoient inégalement la liqueur de differens Thermometres. Nous avons expliqué dans l'Hist. de 1703 * ce que c'est que les Caustiques.

* p.69.&suiv.

Comme en toute cette matiere de la dilatation de l'Air, la Regle de M. Mariotte est presque toûjours employée pour un principe fondamental, on ne peut trop s'assurer ou de sa verité, ou de sa fausseté, ou des restrictions qu'elle demande. M. Parent l'a éprouvée par les mêmes voïes qui ont servi à l'établir, c'est-à-dire, par des experiences pareilles à celles qu'avoit fait M. Mariotte, & dont nous avons donné l'idée dans l'Hist. de 1705 *. Nous la supposons ici. M. Parent avoit un tuyau de 46 pouces $\frac{1}{2}$, d'un diametre interieur parfaitement égal dans toute sa longueur, ce qui est fort rare, il fit toutes les mêmes operations en deux jours differens éloignés environ d'un mois, & toutes les deux fois, la pesanteur de l'Atmosphere étoit de 28 pouces justes, ce qui est commode pour les calculs. Voilà tous les avantages qu'on peut se ménager. M. Parent laissoit d'abord 1 pouce d'air naturel dans son tuyau, ensuite 2, ensuite 3, & toûjours ainsi selon la progression des nombres naturels jusqu'a 45, & pour plus de sûreté chacune de ses experiences particulieres étoit encore repetée plusieurs fois, & l'on prenoit un milieu entre les differens nombres que donnoit chaque experience repetée. L'air qui dans la premiere étoit plus dilaté après le renversement que dans aucun autre, l'étoit 18 fois $\frac{1}{2}$ plus que dans son état naturel, & alors il ne soûtenoit que 18 lignes de Mercure, ensuite il étoit toûjours moins dilaté, & portoit un plus grand poids, de sorte que

* p.12.&suiv.

si la regle de M. Mariotte étoit vraïe, les produits de chaque quantité d'air dilaté, & de sa charge devoient être toûjours égaux. Cette maniere de faire le calcul avoit encore cet avantage, que dès que la proportion de M. Mariotte manquoit, le defaut se rendoit très-sensible. M. Parent trouva qu'elle se soûtenoit assez bien par tout pour devoir être suivie dans la pratique sans scrupule, mais qu'à prendre la chose à la rigueur, il y entre quelque variation.

Il observe dans cette variation une regularité semblable à celle des Ordonnées d'une Courbe qui iroient d'abord en diminuant, ensuite deviendroient égales, augmenteroient, redeviendroient égales, & finiroient en rediminuant. Ce Phenomene lui a fait naître une idée qui pourra paroître hardie, c'est que l'air n'a point de ressort. Que l'air eût un ressort, ç'a été apparemment au tems de la découverte un paradoxe fort étrange, & aujourd'huy ce n'est pas un moindre paradoxe qu'il n'en aît point.

Il faut donc imaginer, selon M. Parent, que les parties de l'Air ne sont ni des lames pliées qui s'ouvrent, ni des spires qui se deroulent, ni rien d'équivalent, mais de simples petites molecules flotantes dans la matiere étherée infiniment plus subtile, & toûjours fort agitée. Elles sont d'autant plus écartées les unes des autres, &, ce qui fait l'apparence d'une force de ressort, elles tendent d'autant plus à s'écarter, que cette matiere étherée qui remplit leurs intervalles est plus abondantes, & se meut avec plus de rapidité, & c'est d'elle seule que leur vient toute la force qu'elles ont pour faire impression sur d'autres corps, par exemple, sur le Mercure.

Cela supposé, M. Parent conçoit que quand la dilatation de l'Air est encore petite, elle est moindre que selon la proportion des poids dont il est soulagé, parce que la contrainte où il est dans un tuyau étroit empêche que le peu de matiere étherée qui est entrée de nouveau dans les intervalles de l'air ne fasse tout son effet, qu'ensuite

dans de plus grandes dilatations cette matiere entrant en plus grande quantité, augmente toûjours la proportion de la dilatation, la fait arriver à la proportion des poids, & enfin la pousse au-delà, mais qu'après cela quand la matiere étherée est mêlée en si grande quantité parmi les parties de l'air, qu'elle peut les briser, les attenuer, & par-là les rendre capables de penetrer la surface du Mercure, & incapables par consequent de la comprimer, la proportion de la dilatation diminuë, parce que le Mercure est moins repoussé en embas par l'air du tuyau qu'il ne devroit l'être. Ces variations de la dilatation, que M. Parent trouve qui s'expliquent plus facilement par l'hipothêse de la matiere étherée, lui ont fait abandonner celle du ressort.

Une experience singuliere & fort surprenante s'accorde avec cette pensée, ou plutôt la prouve, M. Parent a pris plusieurs petites phioles de verre rondes, d'environ 1 pouce de diametre, avec un col fort long comme de 8 ou 10 pouces, & large de 1 ligne. Il a mis dans chacune de ces phioles une liqueur differente, & en assez petite quantité, de l'Eau, du Vin, de l'Esprit de vin, de l'Huile de Tartre, de l'Huile de Petrole, du Mercure. Ensuite il a fait entrer leur col dans un trou fait au Recipient d'une Machine Pneumatique, il a pompé l'air, après quoi il a fondu avec la lampe la partie du col qui étoit en dehors en la tortillant, & aussi-tôt le poids de l'air environnant l'a scellée heremetiquement, de sorte qu'on étoit sûr que toutes ces phioles étoient bien vuides d'air. Il y en avoit en même tems d'autres toutes pareilles, & bien scellées aussi, où l'on avoit laissé tout l'air qu'elles pouvoient contenir. On mettoit les unes & les autres sur des charbons ardents; celles qui étoient pleines d'air, & qui par la grande augmentation que la chaleur causoit à sa force de ressort, auroient dû crever avec grand bruit, ne faisoient que se fondre à l'endroit qui touchoit les charbons, & l'air s'échapoit paisiblement par cette ouverture. Celles au contraire qui ne contenoient point d'air, mais seule-

ment un peu de liqueur, faisoient toutes une grande detonation, & sautoient en éclats. Que devient dans ce phenomene le ressort de l'air ? Il paroît que la matiere ètherée introduite par le feu dans les phioles ne pouvoit pas faire contre leurs parois interieures un aussi grand effort par le moyen des particules de l'air, subtiles & deliées comme elles sont, que par le moyen des particules plus massives de ces autres liqueurs.

Par-là on expliqueroit fort aisémenr pourquoi l'humidité augmente à un si haut degré les effets qu'on attribuoit au ressort de l'air. On ne seroit plus en peine de sçavoir comment ce ressort peut agir encore dans de grandes rarefactions, où il ne semble pas que les parties de l'air puissent se toucher, ni s'appuïer les unes sur les autres. Mais nous étendrions peut-être les consequences plus loin qu'il ne nous est permis presentement, il y a pour les veritez de Phisique une certaine maturité, que le tems seul leur peut donner.

SUR LA DECLINAISON DE L'AIMAN.

L'Attention de l'Academie à verifier le systême de M. Halley sur la declinaison de l'Aiman * subsiste toûjours, & elle profite de tous les Journaux de Navigations de long cours, que M. le Comte de Pontchartrain a la bonté de lui communiquer. M. Cassini le fils ayant examiné celui qui a été fait par M. Houssaye pendant un Voyage des Indes Orientales en 1704 & 1705, y a trouvé les declinaisons de l'Aiman observées si peu differentes de celles de la Cartes de M. Halley, que l'on peut legitimement attribuer toute la difference à l'extrême difficulté de faire ces sortes d'observations sur Mer avec exactitude. On ne pretend pas comprendre dans ceci le changement qui doit être arrivé depuis l'an 1700, Epoque de

*V. les M. p. 173.
* V. l'Hist. de 1705. p. 9. & celle de 1706. p. 3.

la Carte de M. Halley, au contraire rien ne peut tant confirmer son Sistême que des changemens qui peuvent paroître proportionnez au tems, & qui en differens endroits sont ou des augmentations ou des diminutions selon que la Carte le demande. Mais il s'en faut bien que l'on puisse encore rien determiner ni sur leur grandeur, ni sur la progression qu'ils suivent; s'ils en suivent quelqu'une. On voit seulement qu'en differens lieux ils ne sont pas de la même grandeur, les plus grands que l'on connoisse sont de 16′ par an, & les plus petits de 7; celui de Paris qui est de 11 à 12 est moyen entre ces deux.

*V. les Mem. p. 292.
M. Cassini le fils a fait plus que verifier la Carte de M. Halley : comme la Mer du Sud y manque parce que l'Auteur n'en avoit pas d'observations, M. Cassini a tâché d'y suppléer en partie par la Relation d'un Voyage fait en cette Mer dans les années 1706, 1707, & 1708, mais le peu qu'il a pû faire est encore assez foiblement établi. Il paroît cependant que sans trop se presser on peut croire que dans la Mer du Sud près de la côte Occidentale de l'Amerique la declinaison de l'Aiman augmente à mesure que la latitude Meridionale augmente aussi. On verra dans le même Memoire de M. Cassini diverses Observations Geographiques tirées de la même Relation, & dont quelques-unes sont fort importantes.

DIVERSES OBSERVATIONS

DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

MOnsieur de Tournefort a fait voir des Coquillages enfermez dans un morceau de Rocher, percé d'un grand nombre de cavitez, qui étoient comme leurs demeures. L'entré de ces cavitez étoit souvent plus étroite que le fond, de sorte qu'il falloit que ces animaux, après y être entrez encore petits, y eussent crû, & eussent com-

primé la pierre encore tendre, à mesure qu'ils croissoient.

II.

On ne soupçonneroit pas que les rayons du Soleil eussent la force de presser & de pousser, même quand ils sont réünis par le Miroir ardent. M. Homberg a observé que s'il y exposoit une matiere fort legere telle que l'Amiante, & en assez grande quantité, elle étoit renversée par les rayons du foyer de dessus le charbon qui la portoit, à moins qu'elle ne fût presentée fort doucement, & une partie après l'autre, de sorte qu'elle ne fût pas heurtée par le foyer trop rudement, ni dans toute sa surface à la fois. De plus, M. Homberg ayant redressé un ressort de Montre, & en ayant engagé un bout dans un bloc de bois, il poussa par secousses réïterées contre le bout libre du ressort le foyer d'une Lentille de 12 à 13 pouces de diametre, & il vit que le ressort faisoit des vibrations fort sensibles, comme si on l'avoit poussé avec un bâton. Cette force de la matiere de la lumiere s'accorde bien avec la pesanteur, qu'on lui a trouvée par d'autres experiences.

III.

M. Homberg a éprouvé qu'en Eté la glace fond beaucoup plus vîte dans le Vuide qu'à l'air. La raison en est fort simple, la glace ne se fond que par l'action de la matiere subtile, ou étherée, & dans le Vuide tout l'espace n'est rempli que de cette matiere.

IV.

M. Homberg a remarqué que les verres tendres, c'est-à-dire, qui ont dans leur composition plus de sel, & moins de sable, ou ceux qui ayant plus de sable sont fort minces, sont moins sujets à casser au feu & au Miroir ardent. Il est aisé de voir que le verre n'est cassant que par l'extrême heterogeneité des parcelles de sel & de sable dont il est composé, qu'il casse par la difficulté que la matiere subtile, lorsqu'elle est fort agitée, trouve à se mouvoir librement dans les interstices de ses parties, & qu'elle trou-

ve moins de resistance dans les particules de sel que dans celles de sable, qui sont plus solides.

V.

Une personne ayant appliqué sur un morceau de glace d'environ un demi pied en quarré une pâte de Blanc d'Espagne, & de Colle de gant, mit le tout au Soleil pendant les grandes chaleurs de l'Eté. La pâte qui étoit tournée du côté du Soleil, ayant été fort échauffée; se recourba vers le Soleil, & se roula en enhaut, de sorte que dans ce mouvement sa superficie inferieure posée sur la glace s'élevoit. Mais ce qu'il y eut de singulier, c'est que cette superficie enleva avec elle, & arracha une feüille de la glace. Cette feüille faisoit sur la pâte une espece de vernis; comme de la fayance; l'épaisseur en étoit inégale, mais elle ne passoit point une demi-ligne. Il est assez étonnant que l'adherence de la pâte sur le verre ait été si forte; il l'est aussi qu'il ait pû se détacher du verre une feüille assez considerable. Il avoit été soufflé, & apparemment qu'on avoit replongé dans le Creuset à differentes fois la Canne avec laquelle on le souffloit, ce qui lui avoit donné differentes feüilles, qui cependant ne paroissoient point, parce qu'elles étoient fort exactement appliquées les unes sur les autres. C'est à M. Geoffroy que l'on doit cette observation.

VI.

La guerison extraordinaire, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1707 *, ne l'est plus tant, ou du moins elle n'est plus unique, en voici encore un exemple que nous tenons de M. de Mandajor Maire d'Alais en Languedoc, homme d'esprit & de merite. Un Maître à danser d'Alais s'étant pendant le Carnaval de 1708 d'autant plus fatigué aux exercices de sa profession, qu'ils sont plus agréables, en tomba malade dès le commencement du Carême. Il fut attaqué d'une fievre violente, & le 4 ou 5e jour il tomba dans une letargie dont il fut long-tems à revenir. Il n'en revint que pour entrer dans un delire furieux & muet, où il faisoit des efforts continuels pour

* p. 7. & 8.

sauter hors de son lit, menaçoit de la tête & du visage ceux qui l'en empêchoient, & même tous ceux qui étoient presens, & refusoit obstinément, & toûjours sans parler, tous les remedes qu'on lui presentoit. M. de Mandajor le vit en cet état, il lui tomba dans l'esprit que peut-être la Musique pourroit remetre un peu cette imagination si dereglée, & il en fit la proposition au Medecin. Il ne desapprouva pas la pensée, mais il craignit avec justice le ridicule de l'execution, qui auroit été encore infiniment plus grand, si le Malade fût mort dans l'operation d'un pareil remede. Un Ami du Maître à danser, que rien n'assujettissoit à tant de menagemens, & qui sçavoit joüer du Violon, prit celui du Malade, & lui en joüa les airs qui lui étoient les plus familiers. On le crut plus fou que celui qu'on gardoit dans son lit, & on commençoit à le charger d'injures, mais presque aussi-tôt le Malade se leva sur son séant, comme un homme agréablement surpris, ses bras vouloient figurer les mouvemens des airs, mais parce qu'on les lui retenoit avec force, il ne pouvoit marquer que de la tête le plaisir qu'il ressentoit. Peu à peu cependant ceux même qui lui tenoient les bras éprouvant l'effet du Violon, se relâcherent de la violence dont ils les tenoient, & cederent aux mouvemens qu'il vouloit se donner, à mesure qu'ils reconnurent qu'il n'étoit plus furieux. Enfin au bout d'un quart-d'heure le Malade s'assoupit profondement, & eut pendant ce sommeil une crise qui le tira d'affaire.

VII.

On est presentement mieux instruit de la nouvelle Isle, qui s'est formée auprès de celle de Santerini, ou Santorin, & dont il a été parlé dans l'Hist. de 1707. Une Lettre que le P. Bourgnon Jesuite Missionnaire à Santorin, témoin oculaire de tout ce Phenomene, à écrite à M. de Ferial Ambassadeur de France à la Porte, & que ce Ministre a envoyée en France, a été communiquée à l'Academie. * p. 23.

Le 23 May 1707 au lever du Soleil on vit de Santorin

à 2 ou 3 milles en Mer comme un Rocher flotant que l'on n'avoit point encore vû. Quelques-uns crurent que c'étoit un Bâtiment qui alloit se briser contre quelques petites Isles ou Rochers qui sont-là, & ils y allerent pour piller. Ils furent bien surpris de trouver un nouvel Ecueil, & ils eurent assez de hardiesse pour y descendre, quoïqu'il fût encore tout mouvant, & qu'il augmentât presque sensiblement sous leurs pieds. il en rapporterent pour temoignages de leur courageux débarquement, de la Pierre-ponce d'une finesse & d'une delicatesse extraordinaire, & des Huîtres fort grosses & exquises, que le Rocher où elles étoient attachées avoit élevées avec lui du fond de la Mer. On avoit eu un petit tremblement de terre dans Santorin, deux jours avant la naissance de cet Ecueil. Il augmenta très-sensiblement tant en largeur qu'en hauteur jusqu'au 13 ou 14 Juin, sans que cet accroissement fût accompagné d'aucun accident. Il avoit alors près d'un demi-mil de circuit, & 20 ou 25 pieds de haut. Il étoit rond & blanc, la terre en étoit legere, & tenoit un peu de l'argille.

On commençoit à croire que ce nouvel enfantement de la Nature étoit fini, mais les eaux de la Mer vinrent à se troubler de jour en jour plus sensiblement, & à se teindre de diverses matieres minerales, entre lesquelles le souffre dominoit, les flots avoient une agitation & un boüillonnement qui venoit du fond, ceux qui vouloient approcher de la nouvelle Isle y sentoient une chaleur immoderée qui en défendoit l'accès, enfin il se répandoit dans l'air une puanteur qui infectoit toute l'Isle de Santorin, & en incommodoit extrêmement les Habitans: tout cela annonçoit à cet endroit du monde quelque changement terrible, & l'épouvante regnoit dans tous les Esprits. En effet on vit le 16. Juillet au coucher du Soleil une grande chaîne de 17 ou 18 Rochers noirs & obscurs, un peu separez les uns des autres, qui sortoient du fond de la mer vers la nouvelle Isle, & qui sembloient devoir bien-tôt s'unir entr'eux & avec elle, ce qui arriva effectivement

fectivement quelques jours aprês. Le 18 il en fortit pour la premiere fois une fumée très-épaiffe. & on entendit des bruits qui partoient du fond de la nouvelle terre, d'autant plus menaçans qu'ils étoient encore plus fourds. Le 19 le feu commença à paroître, fort foible d'abord, mais il augmenta continuellement. Toutes les nuits la nouvelle Ifle paroiffoit n'être formée que d'un grand nombre de fourneaux qui vomiffoient des flames, & comme fi le Ciel eût voulu contribuer à cette affreufe illumination, on vit une nuit à la fin de Juillet, mais pendant peu de momens, une Lance toute de feu, qui voloit en l'air d'Orient en Occident.

Pendant ce tems-là l'ifle qui venoit de naître prenoit de grands accroiffemens, même en hauteur. Les eaux de la Mer boüillonnoient plus violemment, elles étoient plus chargées de Souffre & de Vitriol, & l'infection étoit fi grande dans Santorin, que l'on n'y refpiroit plus, furtout quand le Vent y pouffoit la fumée. Vers la fin d'Aouft les bruits foûterrains devinrent plus frequens, & fi terribles qu'ils égaloient celui de 6 ou 7 gros Canons qu'on auroit tirez tout à la fois, le feu fe faifoit tous les jours de nouvelles ouvertures, & il s'élançoit en l'air tantôt une quantité prodigieufe d'une cendre fubtile qui endommageoit beaucoup les moiffons de Santorin, tantôt une pareille quantité de petites pierres enflammées qui faifoient paroître toute en feu une petite Ifle voifine de Santorin, où elles retomboient quelquefois, tantôt de gros Rochers embrafez qui s'élevoient comme des Bombes & des Carcaffes, & fe précipitoient enfuite dans la Mer à plus de 7 milles de diftance.

Ces décharges affreufes étoient devenuës toûjours plus frequentes depuis la fin d'Aouft, & enfin au mois de Novembre où finit la Relation du P. Bourgnon, elles ne difcontinuoient prefque plus. Il eft fort remarquable qu'alors il ne s'élançoit plus de fi groffes Pierres ni en fi grande quantité, que la Mer n'étoit plus fi trouble, que fon boüillonnement fe calmoit, que la puanteur ne fe faifoit

presque plus sentir dans Santorin, & que d'un autre côté cependant la fumée étoit tous les jours plus noire, plus épaisse, & plus abondante, les feux plus grands, la pluïe de cendre journaliere, & les bruits soûterrains continuels & si violens, qu'on ne les distinguoit presque pas de celui du Tonnere. La Relation ne va que jusqu'áu 20 Novembre, & il s'en faut bien que les prodiges de la nouvelle Isle ne fussent encore disposés à cesser.

Celle de Santorin elle-même, qui s'appelloit autrefois Thera, a passé chez les Anciens pour une production nouvelle. Il est certain qu'en 726, en 1427, & en 1573 elle a reçû des accroissemens par les feux soûterrains, ou que de petites Isles voisines se sont formées comme la derniere dont nous venons de parler. Il y eut encore en 1650 un furieux ravage dans Santorin & aux environs, mais sans aucune autre production nouvelle, que celle d'un grand banc, qui sera peut-être le fondement d'une Isle. Il faut que la fournaise soûterraine, qui est en cet endroit du Globe terrestre, soit une des plus ardentes.

VIII.

M. Jean Jacques Scheuchzer Docteur en Medecine à Zuric, membres des Societez Royales d'Angleterre & de Prusse, ayant envoyé à l'Academie un grand nombre d'observations de la hauteur du Barometre qu'il a faites en differentes Villes de Suisse, & sur quelques Montagnes de ce Païs-là pendant les années 1705, 1706 & 1707, M. Maraldi s'en est servi pour trouver selon la Methode expliquée dans l'Hist. de 1703 * combien les lieux où elles ont été faites sont élevez sur le niveau de la Mer. Cette Methode demande que l'on sçache dans quelle proportion l'Air est toûjours plus dilaté de bas en haut, que l'on ait des observations correspondantes du Barometre faites en quelque lieu dont l'élevation au dessus du niveau de la Mer soit connuë, comme M. Maraldi avoit les siennes faites a Paris, & que l'on suppose que dans une grande étenduë de Païs, telle que celle qui comprend la France & la Suisse, le Barometre varîe de la même ma-

* p. 11. & suiv.

niere dans les mêmes tems. Par-là M. Maraldi trouve, par exemple, que la Montagne *Joch* est élevée sur la Mer de 1340 toises, & comme il y en a une autre assez proche appellée *Tittlisberg* toûjours couvertes de glace & de nege, que ceux du Païs disent être la plus haute Montagne de Suisse, & que M. Scheuchzer croit plus élevée que *Joch* de 2000 pieds, il s'ensuivroit que les plus hautes Montagnes de Suisse seroient élevées de 1660 toises. Elles le seroient plus que le Canigou, qui est une des plus hautes Montagnes des Pirenées.

Mais il faut avoüer que cette Methode pour mesurer des hauteurs seroit beaucoup plus sûre, si l'on n'étoit pas obligé de supposer que le Barometre varie de la même maniere & dans les mêmes tems en des lieux assez éloignez, ce qui n'est pas toûjours vrai, & si dans la même Contrée où l'on veut avoir une hauteur on avoit une observation du Barometre faite en même tems au bord de la Mer, ou en quelqu'autre lieu, dont l'élevation au-dessus de la Mer fût connuë. Alors il ne resteroit plus d'incertitude que dans l'hipothêse de la proportion selon laquelle l'Air qui envelope la Terre se dilate de bas en haut.

Cette incertitude commence même à se dissiper un peu, & la progression que M. Cassini a établie pour la dilatation de l'Air dans l'endroit ci-dessus cité de l'Hist. de 1703, se verifie assez.

Le P. Laval ayant mesuré geometriquement diverses hauteurs à la Sainte Baume & aux environs, il y a ensuite porté un Barometre, & a observé de combien il y étoit plus bas qu'à son Observatoire de Marseille, dont il connoissoit l'élevation sur le niveau de la Mer. Il a envoyé ses mesures & ses observations à Mrs Cassini, qui ont cherché quelle devoit être selon leur progression la hauteur des Montagnes que donnoit l'abaissement observé dans le Barometre, & ils ont trouvé les mêmes hauteurs que le P. Laval avoit trouvées d'ailleurs par les mesures geometriques. Il y a eu seulement des 2. ou 3. toises de diffe-

V. les M. p. 456.

rence, ce qui eſt peu conſiderable par rapport à de grandes hauteurs, & eſt d'ailleurs preſque abſolument inévitable, parce que dans la moindre dilatation de l'air, 1 ligne de Mercure répond à 6 toiſes d'air, & que par conſequent ſi dans l'obſervation de la hauteur du Barometre. faites au lieu le plus bas, on ſe trompe de $\frac{1}{2}$ ligne, ce qui eſt fort aiſé, on ſe trompe de 3 toiſes dans le calcul de la hauteur, & de beaucoup plus ſi cette même erreur eſt dans l'obſervation faite au lieu le plus haut. C'eſt là l'inconvenient general de toutes les operations où de fort petites grandeurs en doivent donner de grandes, auſquelles elles répondent.

Pour meſurer des hauteurs par le Barometre avec le plus de ſûreté qu'il ſoit poſſible, il faut que comme dans les operations du P. Laval les deux lieux où l'on obſerve la plus grande élevation & le plus grand abaiſſement du Mercure ſoient ſi peu éloignez, que l'on ne puiſſe pas ſoupçonner la peſanteur de l'Atmoſphere d'y être differente.

IX.

M. de Reaumur a obſervé la maniere ſinguliere & aſſez difficile à expliquer, dont un petit Coquillage ſe nourrit de Moules. Ce Coquillage eſt de l'eſpece de ceux qu'on appelle en Latin *Trochus* ou *Turbo*, c'eſt-à-dire, que ſa Coquille eſt d'une ſeule piece, & tournée en ſpirale. Le Poiſſon en ſort à demi, quand il veut, comme les Limaçons de la leur. La Moule enfermée entre ſes deux Coquilles ne paroîtroit pas devoir être la proïe de cet Animal; elle l'eſt cependant. Il s'attache à la Coquille d'une Moule, la perce d'un trou aſſez exactement rond, d'environ une ligne de diametre, & y fait paſſer une eſpece de trompe ou de petit boyau cilindrique, long de 5 ou 6 lignes, qu'il tourne en ſpirale, & avec quoi il ſuce la Moule.

La difficulté eſt de ſçavoir comment il fait le trou. Ce n'eſt pas avec la trompe qui ſuce, elle eſt trop molle & trop mouſſe pour percer une Coquille fort dure. M. de

Reaumur n'a pû par la diſſection de cet Animal lui trouver aucune partie propre à cet effet, quoique, s'il en avoit quelqu'une, elle dût être auſſi ſenſible que le trou ; il a même rencontré pluſieurs de ces petits Coquillages attachez à des Moules, qu'ils n'avoient pas encore achevé de percer, il les en a ſeparez, & n'a rien vû. De plus il a remarqué que ces trous imparfaits étoient preſque auſſi grands dans le fond qu'à leur ouverture, ce qui ne convient pas à la figure d'un inſtrument, qui ſeroit apparemment plus pointu à ſon extremité. Enfin il a vû auſſi des trous ovales, & il eſt difficile ni qu'un inſtrument en faſſe, ni que le même qui en fait de ronds en faſſe d'ovales.

Il croit donc que l'Animal peut jetter ſur la Moule quelque goutte de liqueur capable d'en percer la Coquille Cette goutte ſera naturellement ronde, & quelquefois elle deviendra ovale parce qu'elle ne tombera pas à plomb ſur la Moule, ou que la Moule ſe donnera quelque petit mouvement. Pour rendre cette conjecture encore plus vrai-ſemblable, il ſeroit à deſirer que dans les trous imparfaits, & auſquels l'Animal ſembloit encore travailler, M. de Reaumur y eût trouvé de cette eſpece d'Eau-forte.

Quoiqu'il en ſoit, il a remarqué que jamais il n'y a de trou dans toute la circonference où ſe joignent les deux Coquilles de la Moule, & ſur cela il attribuë à l'Animal qui l'attaque une précaution fort ingenieuſe. C'eſt que ſi elle entr'ouvroit ſes Coquilles la trompe du petit Poiſſon ne ſe trouveroit plus dans le trou qu'il auroit fait, elle s'en détourneroit facilement, & alors la Moule en refermant ſes Coquilles la ſerreroit, la couperoit peut-être, ou du moins tiendroit ſon ennemi captif.

M. de Reaumur a vû quelquefois pluſieurs trous ſur une même Moule, & quand il a trouvé des Coquilles de Moule vuides, il y a preſque toûjours vû de ces trous, ce qui lui fait croire que ces Coquillages ne contribuënt pas peu à détruire les Moulieres.

MOnſieur Jean Scheuchzer, Docteur en Medecine à Zuric, a fait l'honneur à l'Academie de lui dédier une Diſſertation Latine ſur l'*Origine des Montagnes*, ou ſur la *Formation de la Terre*, qui n'eſt pas encore imprimée.

Deſcartes, car il arrive ſouvent que l'hiſtoire de quelque recherche, ou de quelque découverte commence par lui, eſt le premier qui ait eu la penſée d'expliquer mechaniquement la formation de la Terre, enſuite Stenon, Burnet, Woodward, & enfin M. Scheuchzer, ont pris ou étendu ou rectifié ſes idées, & ont ajoûté les uns aux autres.

Si le globe de la Terre étoit parfaitement ſpherique, c'eſt-à-dire ici, ſans Montagnes, & ſi les differens lits de ſable, d'argille, de pierre dont il eſt compoſé étoient partout, comme ils le ſont en une infinité d'endroits, aſſez exactement paralleles entr'eux, & concentriques à la ſurface de ce globe, on imagineroit aiſément que le tout auroit été formé d'une liqueur trouble, pour ainſi dire, & heterogene, dont les differentes parties inégalement peſantes ſe ſeroient ſéparées naturellement les unes des autres par les loix de la peſanteur, & arrangées en differentes couches circulaires, qui auroient eu toutes le centre du globe pour centre commun. Cette ſéparation même auroit fait ceſſer la fluidité. Ce ſiſtême ne ſeroit pas ſeulement poſſible, mais preſque neceſſaire, car on ne pourroit guere attribuer à une autre cauſe le paralleliſme & la concentricité des couches. Que la Terre ait été d'abord un fluide, & que par les loix du mouvement elle ſoit devenuë ſolide avec le tems & ſe ſoit diſpoſée comme elle eſt, ou que Dieu l'ait creée tout d'un coup dans l'état ou les loix du mouvement l'auroient amenée, c'eſt la même choſe ſelon l'ingenieuſe reflexion de Deſcartes. Il eſt indifferent que Dieu ait créé d'abord l'œuf ou le Poulet.

Des parties d'Animaux terreſtres, ou aquatiques, des

branches d'arbres, des feüilles, &c. trouvées dans des lits de pierre, même assez profonds, confirment ce sistême de la fluidité de la Terre. Quel autre moïen que tout cela eût été enfermé où il l'étoit ? Mais il est vrai aussi qu'il faut supposer une seconde formation des lits ou couches, beaucoup moins ancienne que la premiere, du tems de laquelle la Terre n'avoit encore ni Plantes ni Animaux. Stenon établit plusieurs secondes formations causées en differens tems par des inondations extraordinaires, par des tremblemens de terre, par les matieres que vomissent les Volcans. Burnet, Woodward, & M. Scheuchzer aiment mieux attribuer au Déluge universel une seconde formation générale, qui n'exclut pourtant pas les particulieres de Stenon.

Mais les Montagnes semblent renverser le sistême de la fluidité, elles n'auroient jamais dû naître, puisque tout ce qui est liquide se met de niveau. Cependant ce sistême est si vrai-semblable en lui-même, & il se soûtient si bien dans la plus grande partie du globe terrestre, qu'il merite qu'on fasse quelque effort pour le conserver. C'est pour cela que M. Scheuchzer adopte la pensée de ceux qui ont crû qu'après le Déluge universel Dieu voulant faire rentrer les Eaux dans des Réservoirs soûterrains, avoit brisé & déplacé de sa main toute-puissante un grand nombre de lits auparavant horizontaux, & les avoit élevez sur la surface du globe. Toute la Dissertation a été faite pour appuïer cette opinion.

Comme il falloit que ces hauteurs ou éminences fussent d'une consistence fort solide, M. Scheuchzer remarque que Dieu ne les tira que des lieux où il y avoit beaucoup de lits de pierre. De-là vient que les Païs où il y en a grande quantité, comme la Suisse, sont fort montagneux, & qu'au contraire ceux qui comme la Flandre, l'Allemagne, la Hongrie, la Pologne, n'ont que du sable ou de l'argille, même à une assez grande profondeur, sont presque entierement sans Montagnes.

Il a été impossible que les lits rompus, déplacez & éle-

vez ſoient demeurez horizontaux ; auſſi n'en trouve-t'on jamais dans les Montagnes qui ayent cette direction, mais ce qui eſt un reſte de celle qu'ils avoient, ils ſont encore paralleles entr'eux, & c'eſt en effet, ſuppoſé le déplacement, tout ce qu'ils en ont pû conſerver.

M. Scheuchzer a obſervé leurs differentes directions dans toute une chaîne de Montagnes de 3 lieuës ſur les bords du Lac d'Uri, & en a envoïé à l'Academie une Carte fort curieuſe. Il n'y a aucun lit horizontal, au lieu qu'ils le ſont tous dans les Plaines, preſque aucun qui faſſe un angle droit avec l'Horizon ; on trouve indifferemment tous les autres angles. Il eſt viſibles que cela s'entend de la ſuperficie ou du glacis des lits. Quant à leurs contours, que l'on verroit ſi un côté de la Montagne étoit coupé ſelon ſon inclinaiſon à l'Horiſon, ils ſont fort differens en differentes Montagnes, & quelquefois dans la même. Les uns ſont en arc ou en voûte, d'autres ſont ondoyans, d'autres ſont en quelque ſorte triangulaires, & ont quelques angles fort aigus, mais les contours d'un lit, quels qu'ils ſoient, ſont toûjours exactement paralleles à ceux de pluſieurs autres lits voiſins. Ce qu'il y a de plus ſingulier ſur cela dans la Carte de M. Scheuchzer, ce ſont les contours extrêmes de deux ſuites differentes de lits, qui ſe rencontrent par leurs convexitez, & font la figure de deux ramaux d'une Courbe qui rebrouſſe.

M. Scheuchzer a fait dans la celebre Carriere de Glaris, d'où l'on tire grand nombre de Tables de pierre, une obſervation peu favorable au ſiſtême de la fluidité, & qu'il ne diſſimule pourtant pas. Les lits de cette Carriere qui n'ont qu'un pouce d'épais ſont de deux natures differentes, & alternativement durs & mous, & pour en faire des Tables qui puiſſent ſervir, il faut couper une couche dure avec une molle ſans les ſéparer. La dure ſoûtient la molle, qui doit être au-deſſus, quand on les met en œuvre, comme elle y eſt dans la Carriere. Il paroît que dans un fluide tout ce qui a été le plus peſant a dû

dû se précipiter au fond, & qu'il ne peut y avoir de couches alternativement plus legeres & plus pesantes. Cependant un seul lit où le plus leger est toûjours en haut, prouve encore la fluidité, il n'y a que la situation alternative des couches qui embarrasse. Il vaut mieux pour satisfaire solidement à cet difficulté attendre de nouvelles observations que M. Scheuchzer semble promettre, que d'imaginer quelque solution qui ne seroit qu'ingenieuse. D'ailleurs nous ne nous sommes déja que trop étendus sur un travail qui appartient à cet habile Philosophe, & dont l'Academie n'a pas droit de se parer.

MOnsieur Jean Jacques Scheuchzer, frere de celui dont on vient de parler, Docteur en Medecine à Zuric comme lui, & aussi grand Phisicien, a envoyé aussi à l'Academie une dissertation Latine *sur le Cristal*, qu'il n'avoit pas encore publiée.

Il y a beaucoup de Cristal dans les Montagnes de Suisse, & c'est un Voyage que l'Auteur y fit en 1705 qui a donné lieu à la Dissertation. On n'a que trop peu de ces sortes de recherches phisiques faites par d'habiles gens, qui ayent vû de leurs propres yeux. M. Scheuchzer ramasse avec une grande érudition tous les differens Cristaux, parfaits, ou imparfaits, teints, mêlangez, differemment figurez, dont les Auteurs tant anciens que modernes ont parlé, il les range sous certaines especes, & rapporte les differens noms qui leur ont été donnez, ou leurs *synonimes*, ce qui, comme l'on sçait, est très-utile en ces matieres, & manquoit encore à celle-cy.

Il entre ensuite dans la Phisique de la formation du Cristal, & entreprend même de prouver geometriquement la necessité de la figure hexagone, qui lui est ordinaire. M. Scheuchzer croit, selon le sistême commun, que le Cristal, ainsi que les pierres précieuses, a été liquide, & s'est formé dans des Pierres qui l'étoient aussi. Il paroît persuadé par experience qu'il ne se produit plus

de nouveaux Criſtaux. Sur ce fondement il conjecture que quand la *croute* exterieure de la Terre eut été extrêmement amolie par les eaux du Déluge univerſel, la matiere fluide du Criſtal la penetra, & alla s'amaſſer dans les cavitez & dans les fentes des pierres, où elle ſe congela avec le tems. On ne doit pas être étonné qu'un auſſi grand renverſement que celui qui fut cauſé par le Déluge ſur la ſurface de la Terre, ſoit une Epoque, ou une origine qui ſe retrouve ſouvent dans des recherches de Phiſique,

---

VOici encore dans une Diſſertation du même Auteur imprimée ſous le titre de *Piſcium querelæ & vindiciæ*, & envoyé à l'Academie le Déluge univerſel plus ſenſiblement marqué.

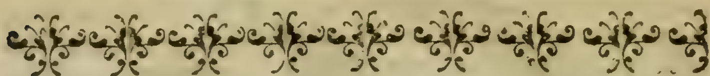
M. Scheuchzer a fait une eſpece de Catalogue de toutes les pierres qu'il connoît pareilles à celles dont nous avons parlé dans l'Hiſt. de 1703 * & dans celle de 1706 *, c'eſt-à-dire, qui renferment des Poiſſons, ou plutôt des repreſentations, & tout au plus des ſquelettes de Poiſſons. Nous avons déja dit combien ces ſortes de Pierres étoient éloignées d'être, comme on ſe l'eſt imaginé aſſez communément, des jeux de la Nature, ou des peintures fortuites; auſſi M. Scheuchzer introduit-il les Poiſſons qui ſe plaignent de ce qu'on prend ces Pierres qui ſont effectivement leurs tombeaux, pour de ſimples Pierres où leurs figures ſe trouvent gravées par hazard, & de ce qu'on rapporte ces Curioſitez au *Regne Mineral*, en les dérobant au *Regne Animal* à qui elles appartiennent. L'Auteur eſt perſuadé que ces Poiſſons enſevelis dans des Pierres l'ont été tous immediatement après le Déluge univerſel, & cela paroît vrai ſur-tout de ceux qui ſe trouvent dans des lieux où nul autre accident ne peut les avoir portez, & où l'on ne peut croire qu'il y ait jamais eu d'eau depuis ce tems-là. Telle eſt la Carriere d'Oningen dans le Dioceſe de Conſtance. Pluſieurs des Pierres de M.

* p. 22. & ſuiv.
* p. 9. & ſuiv.

Scheuchzer en ont été tirées. La plus remarquable & pour la grandeur, & pour la perfection de la figure est celle qui contient un grand Brochet, dont il reste même en quelques endroits des chairs petrifiées. Cela prouve encore la réalité de l'Animal, sinon plus sûrement, du moins plus palpablement, que ces délineations si fines & si délicates, qui n'ont point de substance.

Ce ne sont pas seulement des Poissons que M. Scheuchzer fait voir dans cette espece de Cabinet de curiositez qu'il expose aux yeux du Public, il y a aussi deux Os des Vertebres du dos d'un Homme, & même une plume d'Oiseau, trouvez dans des Pierres, mais parce qu'il s'y trouve toûjours plus de Poissons que de toute autre chose, ce sont eux qui dans le sujet de *plainte* commun portent la parole. Il est visible qu'il n'y a guere que des Poissons qui ayent pû demeurer enveloppé dans cette bourbe ou vase profonde que le Déluge laissa sur la surface de la Terre, & qui se durcissant ensuite forma differens lits. Tout ce qui n'étoit pas de nature à la pouvoir penetrer du moins jusqu'à une certaine profondeur, demeura exposé à l'air, ou fut à découvert bientôt après, & par consequent fut détruit. C'est par cette raison même qu'il se trouve beaucoup plus de Coquillages que de Poissons enfermez dans des Pierres, & presque toûjours des Coquillages les plus pesants. Leur poids les fit tomber plus bas dans cette vase generale, & ce qui s'y est trouvé le plus bas s'est le mieux conservé.

NOus renvoyons aux Memoires
Le Journal des Observations de M. de la Hire pendant l'année 1707. * V. les M. p. 60.



ANATOMIE.

SUR LA CIRCULATION DU Sang entre la Mere & le Fœtus.

V. les Mem. p. 186.

IL y a des Questions Phisiques de telle nature que les faits qui pourroient les décider sont ou assez rares ou assez peu observez, pour laisser aux Philosophes la liberté de faire differens sistêmes, & de soûtenir chacun le sien, mais enfin cette commodité cesse, & le tems amene des faits qui décident.

On tient communément que pendant la grossesse les Arteres de la Matrice versent leur sang dans le Placenta qui s'en nourrit, le surplus de ce sang entre dans les racines de la Veine Ombilicale, qui fait partie du Cordon, de-là il est porté au foye du Fœtus dans le tronc de la Veine-porte, d'où il passe dans la Veine-cave, & dans le Ventricule droit du cœur. Le sang de la Mere une fois arrivé au cœur du Fœtus, est ensuite distribué à l'ordinaire dans tout son Corps, à l'exception des changemens qu'apportent à la circulation le trou Ovale, & le Canal de communication. Le sang qui sort des Arteres Iliaques du Fœtus, entre dans le Cordon par les Arteres Ombilicales, de-là dans le Placenta, où il est repris par les Veines de la Matrice, qui le reportent à la Mere, & peut-être aussi par les racines de la Veine Ombilicale, qui le remêlent avec de nouveau sang de la Mere. Selon ce sistême c'est uniquement le sang de la Mere qui nourrit le Fœtus.

D'autres Anatomistes prétendent qu'il ne se nourrit que du Chile qui lui est fourni par les Glandes de la Matrice, & rejettent cette grande circulation du sang de la

Mére, où le fœtus eſt compris, comme le ſeroit un ſeul Membre. Ils n'admettent de circulation réciproque qu'entre le Placenta & le Fœtus. Le Placenta porte au Fœtus le Chile de la Matrice, ou devenu ſang, ou préparé à le devenir.

Les obſervations communes & journalieres ſuffiroient pour rendre cette opinion peu vrai-ſemblables. Quand le Placenta ſe détache de la Matrice, en quelque tems que ce ſoit de la groſſeſſe, il ne ſort que du ſang, & jamais de Chile, mais ſelon une obſervation plus particuliere de M. Méry rapportée dans l'Hiſt. de 1706 *, la Matrice n'a point du tout de Glandes pour en fournir. * p. 22.

Deux autres obſervations de M. Méry rapportées au même endroit, appuïent encore le ſiſtême commun. La ſurface interieure de la Matrice n'eſt point revêtuë de Membrane; d'ailleurs la ſurface exterieure du Placenta n'en eſt point revêtuë non-plus, & comme c'eſt par ces deux ſurfaces que le Placenta & la Matrice ſont en quelque ſorte colez enſemble, il paroît qu'elles ne ſont ſans Membrane que pour une communication immediate des Vaiſſeaux ſanguins. Et en effet, c'eſt la ſeconde obſervation, on voïoit leurs embouchures de part & d'autre ſenſiblement ouvertes.

Un dernier fait dont M. Méry a été témoin ſemble mettre la choſe entierement hors de doute. Une femme groſſe, qui touchoit à ſon terme, ſe tuë d'une chute très-rude preſque ſur le champ. On lui trouve 7 à 8 pintes de ſang dans la cavité du Ventre, & tous ſes vaiſſeaux ſanguins entierement épuiſez. Son Enfant étoit mort, mais ſans aucune apparence de bleſſure, & tous ſes vaiſſeaux étoient vuides de ſang auſſi-bien que ceux de la Mere. Le corps du Placenta étoit encore attaché à toute la ſurface interieure de la matrice, où il n'y avoit aucun ſang extravaſé. Par quelle route tout le ſang de l'Enfant pouvoit-il s'être vuidé dans la cavité du ventre de la Mere? Il falloit neceſſairement que ce fût par les Veines de la Matrice, & par conſequent ces Veines reportent à la

Mere le ſang de l'Enfant, ce qui ſeul établit la neceſſité de tout le reſte du ſiſtême commun. Si la circulation ne ſe faiſoit que du Fœtus au Placenta, & non-pas auſſi à la Mere l'Enfant mort auroit eu tout ſon ſang.

M. Méry fortifie encore de quelques reflexions le ſiſtême qu'il défend. Par exemple, s'il arrive de quelque maniere que ce ſoit que le Cordon Ombilical ſoit fortement comprimé, l'enfant périt auſſi-tôt, comme un Homme étranglé, & il ne paroît pas que cela puiſſe s'expliquer que par une raiſon commune à l'Homme & au Fœtus, c'eſt-à-dire, par le défaut d'air, également mortel à l'un & à l'autre. Mais ſi le Fœtus reçoit de l'air, il ne le reçoit qu'avec le ſang de ſa Mere, qu'elle lui tranſmet par le Cordon. Auſſi dès qu'elle ceſſe de reſpirer, l'Enfant meurt à l'inſtant. Et cela même prouve que ce n'eſt pas du Chile qu'il reçoit d'elle, car il s'en pourroit paſſer quelque tems dans ſon ſein, comme il ſe paſſe de nourriture quand il en eſt ſorti.

Le ſiſtême commun une fois affermi bien ſolidement la grande uniformité de la Nature permet, & ſemble même demander qu'on l'étende à tous les Animaux *vivipares*, & que l'on reconnoiſſe une circulation réciproque du ſang entre les Meres & les Fœtus. Il eſt ſeulement merveilleux qu'à un Tout auſſi renfermé en lui-même & auſſi bien lié que l'eſt le Corps d'un Animal, il s'y puiſſe ajoûter une partie nouvelle, qui s'y uniſſe auſſi étroitement que toutes les autres, & qu'après ſi être unie ſi étroitement elle s'en puiſſe détacher ſans aucune deſtruction.



SUR LES CATARACTES DES YEUX.

LA Verité commence à se découvrir sur la question des Cataractes, déja traitée par l'Academie dans les deux années précedentes *, & l'on ne doit ni avoir regret au tems que l'on a donné à attendre des faits, ni se repentir d'une espece de timidité avec laquelle on a emploïé les raisonnemens.

V. les M. p. 241. 245.

* V. l'Hist. de 1706. p. 12. & suiv. & celle de 1707. p. 22. & suiv.

M. Briceau, Medecin de Tournai, & M. Antoine, tous deux inventeurs en même tems, ou plutôt restaurateurs, sans le sçavoir, du nouveau sistême de feu M. Rohaut, qui confondoit le Glaucoma & la Cataracte, soûtenoient & par une suite de ce sistême, & par des experiences dont ils étoient convaincus, que l'on peut voir sans Cristallin, c'est-à-dire, sans ce qui a toûjours passé pour le principal instrument de la vision. Quelque étrange que soit ce Paradoxe, l'Academie en avoit dès l'année précedente apperçû la possibilité; mais enfin il est devenu un fait constant. L'Academie a vû un Cristallin que l'on avoit tiré à un Prêtre en presence de M. Méry, & elle a vû ce même Prêtre lire du même œil avec une forte loupe ces gros caracteres, que les Imprimeurs appellent *Parangon*.

Quand on a sçû que le Cristallin n'étoit plus si necessaire à la vision, on a cherché pourquoi il l'étoit moins qu'on n'avoit crû. M. de la Hire le fils a fait ce calcul geometrique. Il est certain qu'une sphere d'eau sur laquelle tomberoient des rayons paralleles à un axe déterminé, les réüniroit en un point, après qu'ils l'auroient traversée, du moins ceux qui ne seroient tombez qu'à quelque 20 degrez de cet axe, & que le point de réünion, ou foyer seroit à une distance égale à un demi-diametre de la sphere. Par consequent si l'on imagine que l'œil soit une sphere d'un pouce de diametre, & qu'il ne soit plein que d'eau,

le foyer sera 6 lignes au-delà de la Retine. Mais la convexité de la Cornée transparente est beaucoup plus grande que celle de l'œil, ou d'une sphere d'un pouce, ce qui augmente la refraction, & avance le foyer de quelque ligne, le Cristallin n'a donc que le reste à faire, & cette fonction peut être aisément suppléée par une loupe.

Encore une chose importante que l'on a apprise, c'est que dans une œil malade il est très-difficile de reconnoître un Glaucoma d'avec une Cataracte. M. Méry étoit très-persuadé que le Prêtre dont nous venons de parler avoit une Cataracte. Ce qu'il lui voyoit dans l'œil paroissoit une membrane blanche, exactement ronde, plate, environ de 3. lignes de diametre; située entre l'Iris & la Cornée transparente; le Cristallin ne doit pas paroître plat, mais plus épais au milieu, quand on le regarde avec attention, il n'a qu'environ 1 ligne ½ de diametre, il ne doit pas être blanc, mais verdâtre, quand il est glaucomatique; cependant il se trouva, au grand étonnement & de M. Méry, & de M. Petit, habile Chirurgien, qui en faisant l'operation crut tirer une Cataracte, que cette Cataracte prétenduë étoit le Cristallin devenu glaucomatique, car l'operation se faisoit selon la nouvelle methode proposée dans l'Hist. de 1707*, pour tirer les Cetaractes hors de l'œil plutôt que de les abattre.

* p. 24.

Il y a encore plus. M. Méry apporta un jour à l'Academie l'œil d'un Homme qui venoit de mourir, & à qui il avoit fait abattre une Cataracte un mois auparavant selon l'ancienne methode. Il apportoit cet œil pour l'ouvrir en presence de la Compagnie, très-convaincu qu'on y trouveroit une veritable Cataracte abatuë, tant parce que le corps qu'il y avoit vû avant l'operation en avoit toutes les apparences, que parce que le Malade immediatement après l'operation vit les objets assez nettement, & les vit toûjours de mieux en mieux, & M. Méry vouloit confirmer par-là contre Mrs Briceau & Antoine l'existence des veritables Cataractes, déja prouvée par M. Littre. Il ouvrit donc l'œil, & n'y trouva que le Cristallin abatu. Il

étoit glaucomatique, un peu rouſſâtre, & n'avoit perdu qu'une partie de ſa tranſparence.

La difficulté de diſtinguer dans un œil malade un Criſtallin glaucomatique d'avec une Cataracte, vient premierement de ce que la grandeur naturelle du Criſtallin vû dans les humeurs de l'œil, eſt fort changée par les refractions que ces humeurs cauſent. M. de la Hire le fils trouve par les regles de l'Optique que ſa grandeur apparente en doit être augmentée, & cela convient à la premiere experience de M. Méry. En ſecond lieu, ſa couleur peut être fort alterée par celle de ces mêmes humeurs au travers deſquelles il eſt vû. Enfin quand on verroit un corps plus épais en ſon milieu, pourquoi une Cataracte ne le pourroit-elle pas être auſſi?

Il eſt vrai cependant qu'en certaines occaſions cette diſtinction ne doit pas être ſi difficile. M. Geoffroy a parlé d'une Cataracte que M. Wolhouſe, celebre Oculiſte Anglois venoit d'abattre, & qui ſembloit devoir être une vraïe Cataracte. Elle paroîſſoit un peu longue, plus large & plus étenduë que le Criſtallin ne peut paroître, tranſparente à ſes bords, attachée à l'Iris interne par de petits ligamens viſibles, & même comme il y avoit certains endroits où elle ne fermoit pas le trou de la prunelle, le Malade voïoit quand on paſſoit la main devant ces endroits-là. Tous ces caracteres paroiſſent déciſifs pour une vraïe Cataracte, mais enfin ni ces caracteres, ni d'autres équivalents ne doivent ſe trouver ſouvent enſemble de maniere à donner un indice aſſuré, & il faut accorder à Mrs Briceau & Antoine que ſouvent on abat le Criſtallin en croïant abattre une Cataracte. On pourroit bien même être obligé de leur accorder encore que le Glaucoma du Criſtallin eſt une maladie beaucoup plus commune que la Cataracte; du moins depuis qu'on agite cette queſtion dans l'Academie, ce qu'on a crû Cataracte s'eſt toûjours trouvé Criſtallin glaucomatique, & l'on n'a vû que le ſeule Cataracte que M. Littre a montrée.

Après l'operation faite, ſi l'on n'a fait qu'abattre le

corps qui empêchoit la viſion, ſoit Criſtallin glaucomatique ; ſoit Cataracte, il eſt plus aiſé de reconnoître lequel c'étoit des deux. Si le Malade voit ſans loupe comme il voyoit auparavant, certainement c'étoit une Cataracte ; s'il ne voit qu'un peu moins parfaitement, c'étoit peut-être le Criſtallin, comme il eſt arrivé dans la ſeconde experience de M. Méry, & peut-être auſſi une Cataracte, parce que le vice des humeurs de l'œil qui l'avoit produite, peut y reſter encore, ainſi que nous l'avons dit
* p. 14. dans l'Hiſt. de 1706* ; cependant il doit être rare que le Criſtallin abatu cauſe peu d'alteration à la viſion. Enfin ſi le Malade ne peut du tout voir diſtinctement ſans loupe, c'étoit le Criſtallin. Comme il arrive le plus ſouvent qu'après l'operation il faut abſolument une loupe, c'eſt encore une marque que le plus ſouvent on abat le Criſtallin.

Quoiqu'il ſoit moins important de ſçavoir après l'operation ce qu'on a fait, qu'il ne le ſeroit de ſçavoir avant l'operation ce qu'on va faire, il eſt pourtant bon de ſçavoir ce qu'on a fait, parce que la même maladie revient quelquefois au même homme, ſoit que le Criſtallin ou la Cataracte remonte, & l'on en ſçauroit plus ſûrement ce qu'on auroit à faire. Enfin il faut toûjours ſe ſaiſir des connoiſſances que l'on peut avoir, & il y a tout lieu d'eſperer que celles que l'on a acquiſes depuis peu ſur cette matiere, ne ſeront pas inutiles à l'avenir.

SUR UN VER RENDU PAR LE NEZ.

UNe femme d'une bonne conſtitution, & qui ne connoiſſoit point les maux de tête, commença à l'âge de 36 ans à ſentir une douleur fixe au bas du front du côté droit & près du nez. Cette douleur qui ne tenoit d'abord qu'un petit eſpace, s'étendit peu à peu juſqu'à la temple du même côté, & au lieu qu'elle avoit dans ſes commencemens de grandes intermiſſions, elle devint au

bout de 2 ans, presque continuë, accompagnée de convulsions, & d'une insomnie presque perpetuelle, & enfin si violente, que la Malade en fut 2 ou 3 fois à l'agonie, & sa raison fort attaquée dans les grands accés. Au bout de 4 ans, après avoir fait inutilement toutes sortes de remedes, elle y renonça, se contentant de suivre un bon regime de vie, & de prendre par le nez du Tabac en poudre, dont elle esperoit quelque soulagement.

Elle n'en avoit encore usé que pendant un mois, lorsqu'un matin après avoir éternué avec effort, elle moucha un Ver tout ramassé en un Peloton parmi un peu de sang. Elle en fut fort effraïée, & guerie dans le moment. Elle sentit cesser tout à coup une si longue & si cruelle douleur, & tout ce qui put l'en faire encore souvenir, c'est qu'il coula un peu de sang de son nez pendant 2 ou 3 jours. Son esprit se remit aussi-tôt dans son assiete naturelle. M. Littre, à qui l'on doit cette observation, a eu soin d'averer exactement tous ces faits, aussi-bien que ceux qui vont suivre.

Le Ver étoit vivant; quand il s'allongeoit autant qu'il étoit possible, il avoit 6 pouces, & seulement 2. lorsqu'il se replioit en zic-zac, ce qui étoit sa figure la plus ordinaire. Il avoit 2 lignes de largeur, & 1 $\frac{1}{2}$ d'épaisseur dans l'endroit le plus gros de son corps, qui étoit vers le milieu. Il étoit de couleur de Caffé clair, convexe par dessus, & plat par-dessus, couvert par-tout, hormis à la tête, d'écailles annulaires larges d'une ligne, & toutes séparées les unes des autres par de petits intervalles, de chacun desquels il sortoit tant à droit qu'à gauche 56 pattes longues d'une ligne, & grosses comme des cheveux. Il paroît par-là que ce Ver étoit de l'espece de ceux qu'on appelle *Centipedes*. La tête étoit longue d'environ 2. lignes, on y distinguoit facilement 2 yeux, 2 cornes, une pince faite de 2 branches plus éloignées l'une de l'autre à leur racine que vers leur extremité, & une geule entre ces 2 branches. La queuë étoit armée de 2 especes d'aiguillons égaux, plus longs & plus gros que les pattes. Il

fut enfermé dans une fiole de verre vuide, où on le trouva vivant 18 heures après. Ensuite on s'avisa d'y verser de l'Eau de vie, & il ne laissa pas de vivre encore 2 ou 3 heures.

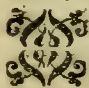
Le siége de la douleur fixe que sentoit la Malade marque assez que le Ver devoit être dans une cavité qu'on appelle *Sinus frontal*, pratiquée dans l'Os Coronal sous le sourcil. Elle a près de 2 pouces de long sur 8 à 10 lignes de large, & par consequent elle pouvoit contenir l'Animal replié. Il paroît par l'inclination qu'il avoit à prendre cette figure, qu'il y devoit être fort accoûtumé.

Il y a entre le sinus frontal & la narine un trou de communication, par où le sinus reçoit de l'air à chaque moment que l'on respire, & une forte respiration peut y avoir fait entrer avec l'air l'œuf invisible où cet Animal étoit renfermé en petit. Ce même œuf pourroit aussi être entré par la bouche avec quelque aliment, & avoir suivi la longue & tortueuse route de la circulation du sang, mais toûjours il est certain que l'Animal n'a pû sortir que par ce trou de communication. Il est vrai que le diametre en est plus petit que n'étoit celui du corps de l'Animal, mais comme ce trou est formé immediatement par une membrane, il a pû la dilater peu à peu, lorsqu'il a voulu sortir, & même les goutes de sang qui ont paru marquent qu'il l'a un peu déchirée.

L'œuf avoit trouvé dans le sinus frontal la chaleur, l'humidité, la limphe, enfin tout ce qui lui étoit nécessaire, pour éclore, & l'Animal, tout ce qu'il lui falloit pour sa subsistance, & pour un accroissement auquel apparemment il ne fût pas parvenu sur la terre. Il n'eût été ni si bien nourri, ni autant à l'abri d'une infinité d'accidens, qui ne permettent guere 4 années de vie à toutes ces espèces. A chaque mouvement qu'il faisoit, il devoit causer à la membrane délicate dont le sinus frontal est tapissé une irritation d'autant plus cruelle, qu'avec ces 2 cornes, ses 2 aiguillons, & ses 112 pattes, il ébranloit, &, pour ainsi dire, attaquoit en détail chaque petite fibre nerveuse de

la membrane, & plus il se fortifioit, plus le mal devoit être violent & insupportable. La grandeur de l'Animal, qui vint à lui rendre le lieu où il étoit trop incommode, & selon toutes les apparences, l'odeur du Tabac qui lui étoit contraire ainsi qu'à un grand nombre d'autres Insectes, l'obligerent enfin à chercher les moïens de sortir.

Les simptômes qu'à eus la Malade feroient assez aisément reconnoître un pareil accident. En ce cas-là, M. Littre juge qu'il faudroit d'abord prévenir l'inflammation de la membrane du sinus, par les moïens ordinaires que l'on pratique contre les inflammations. Il reste ensuite à attaquer le Ver. On le peut faire & par les remedes interieurs qui sont en usage contre les Vers, & en même tems par des remedes exterieurs, puisque ce Ver-là seroit dans un lieu où il pourroient aller. Il est déja à présumer que le Tabac seroit bon, mais on pourroit encore tirer fortement par le nez des sucs âcres ou acides, que l'on jugeroit ou que l'on reconnoîtroit les plus capables d'incommoder l'Animal. M. Littre croit que rien ne seroit plus propre à le tuer que de l'Huile, parce qu'on sçait qu'elle ôte la respiration aux Insectes, en bouchant les ouvertures de toutes leurs Trachées. Enfin si rien ne réüssissoit, il en faudroit venir à une operation chirurgique, que M. Littre assure qui ne seroit ni dangereuse ni difficile sur l'Os Coronal. Quels desordres peut causer un Atome dans la Machine du Corps humain! La Raison même en sera renversée.



SUR DES GUERISONS
FAITES PAR DES BRULURES.

VOici encore de violens maux de tête, dont la guérison a été soudaine & imprévûë. Une Dame de 35 ans & de bonne constitution, en avoit de continus, avec des redoublemens qui lui prenoient une fois reglément en 8 ou 10 jours, & duroient 10 ou 12 heures avec tant de violence qu'elle en étoit tantôt comme une hebêtée, & tantôt comme une furieuse. Le siége de la douleur étoit principalement au-devant de la tête, & dans les yeux qui devenoient alors fort rouges & étincelans. Les grands accez étoient accompagnez de nausées, & se terminoient toûjours par un vomissement de quantité de glaires blanches, mousseuses, & insipides, & d'une eau verte & fort amere qui ne venoit qu'à la fin. Pendant ces tems-là elle ne pouvoit prendre aucune nourriture, hors de là elle avoit bon appetit, & son embonpoint ne diminuoit point malgré la longue durée d'un état si fâcheux.

M. Homberg lui fit inutilement toutes sortes de remedes pendant 3 ans. L'Opium seul suspendoit pour quelques heures les douleurs de son mal de tête ordinaire, mais il ne pouvoit rien sur les redoublemens.

Un soir qu'elle en sentoit un qui s'approchoit, & qu'elle alloit se mettre au lit, elle voulu voir auparavant si ses yeux rougissoient beaucoup. Elle se regarda dans un petit Miroir de poche, & le feu d'une Bougie qu'elle avoit auprès d'elle prit à sa coëffure du nuit, qui étoit de toiles épaisses. Elle ne s'en apperçut pas d'abord, & par hazard elle étoit seule. Le feu lui brûla tout le front, & une partie de dessus la tête, avant qu'elle eût pû faire venir du monde pour l'éteindre. M. Homberg que l'on appella aussi-tôt la fit seigner dans le moment, & traita à l'ordinaire la brûlure, dont la douleur cessa en peu d'heures.

Mais le grand accès que l'on attendoit ne vint point, même le mal de tête ordinaire disparut presque de ce moment-là sans le secours d'aucun autre remede que la brûlure, & depuis 4 ans que cet heureux accident est arrivé, la Dame joüit d'une santé parfaite.

Un Medecin de Bruges a fait part à M. Homberg d'une histoire pareille dont il avoit été témoin. Une femme qui depuis plusieurs années avoit les jambes & les cuisses extraordinairement enflées & douloureuses, trouvoit du soulagement à se les froter devant le feu avec de l'Eau-de-vie les matins & les soirs. Un soir le feu prit par hazard à toute cette Eau-de-vie dont elle s'étoit frotée, & la brûla assez legerement. Elle mit quelque onguent à sa brûlure, & pendant la nuit toutes les eaux dont ses jambes & ses cuisses étoient gonflées, se vuiderent entierement par les urines, & l'enflure n'est point revenuë. C'est dommage que le Hazard ne se mêle plus souvent d'être Medecin.

Il a sans doute enseigné cette sorte de remede à plusieurs Peuples barbares qui le pratiquent avec succès, & peut-être d'autant plus volontiers qu'il est plus cruel, & leur donne plus d'occasion de montrer leur oourage. M. Homberg, né dans l'Isle de Java, se souvient que quand les Javans ont une certaine Colique, ou un cours de ventre douloureux qui est ordinairement mortel, ils s'en guerissent en se brûlant les plantes des pieds avec un fer chaud. S'ils ont un Panaris au doigt, ils se trempent le doigt dans l'eau boüillante à diverses reprises un instant à chaque fois, & M. Homberg lui-même, pour suivre en quelque chose les coûtumes de sa Patrie, s'est guéri d'un Panaris de cette maniere. On trouve dans les Relations des Voïageurs quantité d'autres maladies, que les Sauvages guérissent par des brûlures, & sans aller si loin nous-mêmes en plusieurs occasions nous appliquons ce remede aux Chevaux, aux Chiens de Chasses, aux Oiseaux de proïe, &c. mais il est vrai que notre délicatesse ne nous permet pas d'en faire usage pour nous, & peut-être nous fait-elle préferer de plus longues douleurs à de plus courtes.

Elle n'a pas souffert que l'on se servît long-tems en Europe de cette Mousse que les Espagnols avoient apportée d'Amerique, & qui guérissoit la Goutte, lorsqu'on la brûloit sur la partie affligée. Cependant M. Homberg a vû un Bourgeois de Hambourg qui par ce remede étoit quitte en 7 ou 8 jours de ses accès de Goutte, qui auparavant duroient 2 ou 3 mois, & en même tems les rendoit plus rares.

M. Homberg imagine que les brûlures peuvent guérir en trois manieres, ou en mettant les humeurs nuisibles dans un grand mouvement, ce qui leur fait enfiler des routes nouvelles, ou en les rendant fluides de visqueuses qu'elles étoient, ce qui revient au même effet, ou en détruisant une partie des canaux qui les apportoient en trop grande abondance.

SUR LA GENERATION
DES LIMAÇONS.

Les Philosophes à qui l'on reprocheroit d'étudier avec beaucoup de soin des Animaux aussi méprisables que les Insectes, pourroient répondre en demandant seulement, si les moindres ouvrages de la main de Dieu peuvent être à negliger. Mais ces mêmes ouvrages, qu'il a plû au commun des Hommes de regarder comme les moindres, sont justement ceux où l'on découvre le plus de miracles de Mechanique, & si nous préferons desormais les recherches de l'Anatomie du Corps humain, il n'y a que nôtre interêt qui puisse nous justifier.

Que l'on examine par dehors un Limaçon gris de Jardin hors du tems de son accouplement, qu'on le disseque avec toute l'attention possible, on ne lui trouvera aucune partie qui ait l'apparence de devoir servir à la generation. Cependant, ainsi que nous l'avons dit dans
* p. 40 l'Hist. de 1699 *, cet Animal est hermaphrodite, & par consequent

consequent il a par rapport à la generation un plus grand appareil d'Organes, qu'une infinité d'autres Animaux plus connus, ou plus étudiez. Tout ce qui se passe en lui sur ce sujet doit être aussi d'une nature fort particuliere. Nous allons rapporter ici les principales de ces singularitez, sans entreprendre d'expliquer en aucune façon par quelle mechanique elles s'éxecutent. Cette explication seroit inutile, si elle étoit moins circonstanciée qu'elle ne le sera dans le Memoire de M. du Verney, que la maladie de l'Auteur empêche de paroître cette année. On ne pourra guere y voir sans étonnement combien un Limaçon coûte à la Nature.

Cet Animal a au côté droit du cou une petite fente presque imperceptible, qui ne mene qu'à de petits conduits ou cavitez, & à des especes d'intestins fort tortueux, flotans dans son ventre. Au tems de l'accouplement tout cela change de forme, & l'Animal presque entier est metamorphosé. Ces especes d'intestins poussez alors du fond du ventre vers le cou, se gonflent, se retournent, se renversent, se disposent enfin & s'arrangent entr'eux de façon qu'ils se presentent à la fente du cou, alors fort dilatée, sous la figure d'une partie masculine, & d'une partie féminine, chacune toute prête à faire sa fonction. Cela n'arrive pleinement qu'après qu'un Limaçon en a rencontré un autre, & que par plusieurs mouvemens préliminaires plus vifs, & pour ainsi dire, plus passionnez qu'on ne l'imagineroit d'une espece aussi froide, ils se sont mis l'un l'autre dans une même disposition, ou se sont assurez d'une parfaite intelligence.

Ils ont un autre moyen fort singulier de s'en assurer encore mieux, & ils ne manquent jamais de le mettre en pratique. Avec la partie masculine & féminine, il leur sort aussi par l'ouverture du cou un Aiguillon, qui a la figure du fer d'une Lance à quatre aîles, & se termine en une pointe fort aiguë, & assez dure. Comme les deux Limaçons tournent l'un vers l'autre la fente de leur cou, il arrive que quand ils se touchent par cet endroit, l'Aiguil-

lon qui ſort de l'un pique l'autre, & la mechanique qui fait agir ce petit dard eſt telle qu'il abandonne en même tems la partie à laquelle il eſt attaché, de ſorte qu'il tombe par terre, ou que le Limaçon piqué le remporte. Ce Limaçon ſe retire auſſi-tôt, mais peu de tems après il rejoint l'autre, & le pique à ſon tour, & après cette bleſſure mutuelle jamais l'accouplement ne manque de s'accomplir, au lieu que tous les autres préludes peuvent n'avoir pas une ſuite ſi heureuſe. L'Aiguillon lancé des deux côtez paroît deſtiné à avertir les deux Limaçons qu'ils ſont également prêts, car dans cette eſpece hermaphrodite il n'y a pas, comme dans la nôtre, un ſexe principal & plus actif, dont la diſpoſition ſuffiſe.

Les Limaçons ont coûtume de s'accoupler juſqu'à 3 fois, éloignées l'une de l'autre environ de 15 jours. A chaque accouplement on voit un nouvel Aiguillon, & la Nature fait les frais de le reproduire pour un uſage en apparence ſi peu important. M. du Verney compare cette regeneration à celle du Bois des Cerfs, & en effet, les proportions gardées, cet Aiguillon paroît être d'une matiere ſemblable.

Après l'Aiguillon lancé, vient l'inſertion réciproque de la partie maſculine de chaque Limaçon, & comme ils ont l'un & l'autre les deux organes de la generation rangez de la même maniere à l'ouverture du cou, il faut afin que chaque organe réponde à celui qui ne lui reſſemble pas, que l'un des deux Limaçons ait la tête en-haut, l'autre en-bas, ce qu'ils ſçavent bien pratiquer.

Leur accouplement dure 10 ou 12 heures; il leur cauſe, ſur-tout lorſqu'il commence, ou un engourdiſſement, ou un tranſport qui les empêche de donner aucun ſigne de ſentiment. Il ne ſe ſéparent plus, quoique l'on faſſe, & ils ont pour cela une raiſon aſſez forte, c'eſt que le Gland de la partie maſculine vient à ſe glonfler de maniere qu'il ne peut plus reſſortir par-où il étoit entré. Il eſt peut-être une heure à acquerir cette extention peu-à-peu, & par degrez, & juſqu'à ce qu'il l'ait entierement acquiſe, il ne ſort aucune matiere ſeminal.

Elle n'eſt pas même encore formée, & ce n'eſt qu'après l'accouplement commencé, que la nature ſonge, pour ainſi dire, à y travailler, & qu'elle fait joüer toute la Mechanique qui la doit fournir. Cette matiere a encore une autre particularité très-remarquable, elle n'eſt point liquide, mais d'une conſiſtence de cire, & elle prend la figure des canaux par-où elle paſſe. Elle eſt pouſſée par un mouvement ſemblable à celui des Inteſtins qui chaſſent hors d'eux ce qu'ils contiennent. Pendant tout le tems de l'accouplement, excepté la premiere heure, elle file lentement des deux côtez en paſſant de l'un des Limaçons dans l'autre.

Elle ſort de canaux plus longs, que n'eſt le vaiſſeau de la partie féminine où elle eſt reçuë d'abord, & par cette raiſon elle eſt obligée de s'y replier. De-là elle paſſe dans d'autres vaiſſeaux qui appartiennent au ſexe féminin, & où elle cauſe enfin la fécondation, non-pas cependant immédiatement après le premier accouplement, ou le ſecond, mais ſeulement après le troiſiéme.

Au bout d'environ 18 jours, les Limaçons pondent par l'ouverture de leur cou des Oeufs qu'ils cachent en terre avec beaucoup de ſoin & d'induſtrie, mais encore une choſe ſinguliere, c'eſt que ſi on ouvre un Limaçon peu de tems avant qu'il ponde, on ne lui trouve point d'Oeufs, mais ſeulement de petits Embrions qui nagent dans une liqueur fort claire, & y ont des mouvemens aſſez vifs. Ces Embrions deviennent Oeufs dans le chemin qu'ils ont à faire pour ſortir, c'eſt-à-dire, qu'ils ſe revêtent de membranes qui leur ſont fournies par certaines liqueurs, & qui ſe durciſſent enſuite.

Tout ceci n'eſt que l'Hiſtoire naturelle de la generation des Limaçons, c'eſt ce qui ſe fait, & non la maniere dont il ſe fait, & ſi on laiſſoit cette maniere à deviner aux plus habiles Phiſiciens, ce ſeroit aſſurément un Enigme bien difficile. Elle eſt même encore preſque impenetrable, quoiqu'on ait toutes les piéces de cette Mechanique entre les mains, quoiqu'on les voïe joüer ſous ſes yeux,

& c'est un des plus grands efforts de l'intelligence & de la sagacité humaine, que d'en bien comprendre le jeu.

DIVERSES OBSERVATIONS

ANATOMIQUES.

I.

MOnsieur Morin a dit qu'à l'Hôtel-Dieu, dont il est Medecin, & où il y avoit pendant un tems 5 ou 600 Scorbutiques, il en avoit guéri parfaitement un très-grand nombre en leur faisant manger beaucoup d'Oseille, qui avoit été cuite avec des Oeufs.

II.

M. de Langlade, Chirurgien de Carcassonne, a mandé à M. du Verney, qu'il avoit vû une fille de son Païs, née le 8 Fevrier 1704, qui eut ses Regles 8 jours, ou selon d'autres rapports, 3 mois après sa naissance. Elle avoit alors, à l'âge d'un peu plus de 4 ans, 3 piez & demi de haut, tout le corps bien proportionné à sa hauteur, les Mammelles & les parties de la generation comme une fille de 18 ans, de sorte qu'elle paroissoit parfaitement nubile. M. de Langlade avoit fait avec soin toutes les observations necessaires. Les filles des Indes Orientales que les Voyageurs assurent qui ont des enfans à 9 ans, ne sont plus une merveille.

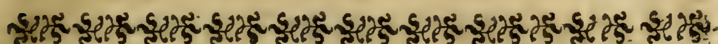
III.

Le même M. de Langlade disoit aussi qu'un Medecin l'avoit assuré tout recemment qu'il avoit vû une femme de 106 ans, qui avoit encore ses Regles. Voilà une merveille d'un genre tout opposé.

IV.

M. Saulmon ayant fait venir de la Mer des Oeufs de Séche en grappe, on a trouvé dans tous une petite Séche très-bien formée; ils tenoient chacun par un ligament assez long à un gros tronc ou cordon commun, d'où par-

toient tous ces ligamens, fort entortillez les uns dans les autres. On n'a pas crû que ce fut la même chose que ce qui s'appelle *Vesicaria marina*, & que les Mariniers croïent être cette même grappe d'Oeufs de Séche, d'où les petits Poissons sont sortis, & qui s'est dessechée. On ne voit dans la Vesicaria aucuns restes de ces ligamens des Oeufs, du moins on n'a pû s'en assurer, & les vesicules irregulieres, ou grains qui la composent semblent collez les uns aux autres.



CHIMIE

SUR LA CIRE.

CHaque Corps, chaque Mixte a ses petites merveilles a part, La Cire, selon les operations & les remarques de M. Lémery, a les siennes, dont peut-être le dénombrement ne sera pas indigne de la curiosité des Phisiciens.

1°. Quoique la Cire soit de la solidité & de la dureté, que tout le monde connoît, on ne lui trouve par les Analises Chimiques aucune partie terrestre. Elle s'éleve toute entiere par le feu.

2°. A mesure qu'il se sépare de la Cire plus de liqueur, ce qui reste, qui devroit apparemment être plus solide, est au contraire plus liquide. Lorsque l'*Esprit* de la Cire, qui est un flégme où des Acides nagent, s'est élevé par le feu, il reste une matiere plus molle que la Cire, & qu'on appelle le *Beurre*, & à force de *rectifier* ce Beurre, c'est-à-dire, d'en tirer le flegme & les Acides qu'il contient encore il ne reste qu'une Huile claire comme de l'Huile commune. Il paroît donc que la cire n'est qu'un mêlange de deux liqueurs, d'un flegme qui tient un Acide dis-

ſous, & d'une Huile. les deux liqueurs ont pris par leur union une conſiſtence aſſez ferme, & à meſure qu'elles ſe dégagent l'une d'avec l'autre, elles reprennent la forme de liqueur.

3°. De 8 onces de Cire M Lémery n'a pû tirer que 1 once & 6 gros d'Huile, ce qui eſt moins que le quart; le reſte eſt l'Eſprit ou flegme acide. M. Homberg a fait voir il y a long-tems, & nous l'avons dit pluſieurs fois que les Huiles ne deviennent fort inflammables que par le mêlange d'un Eſprit acide, mais cette proportion de principes, qui compoſent un Tout ſi combuſtible, merite d'être remarquée, & quand de la Cire brûle on pourroit dire que ce n'eſt preſque que de l'eau qui brûle.

SUR L'ALOES

MOnſieur Boulduc continuant ſon Traité des Purgatifs, dont pluſieurs des Volumes précedens * ont parlé, a examiné l'Aloës. C'eſt un ſuc concret, tiré d'une Plante de même nom, on ne ſçait pas bien certainement ni de quelles partie de la Plante, ni de quelle maniere il eſt tiré, il faut qu'il ſoit pur, tranſparent, amer, d'une odeur forte. Il y en a de trois eſpeces, le *Succotrin*, ainſi nommé de l'Iſle de Zocotora où l'Aloës croît en abondance, l'*Hepatique*, qui eſt moins eſtimé, & que l'on a crû qui convenoit particulierement au *foye*, ou à la digeſtion, & le *Cabalin*, le moindre des trois, & qui ne ſert qu'à purger les Chevaux. L'Aloës eſt rangé parmi les Purgatifs moyens.

* V. les Hiſt. de 1700. p. 46. 1701. p. 58. 1702. p. 45. 1705. p. 62.

Par les Analiſes d'*Extraction*, que M. Boulduc a emploïées juſqu'ici ſur tous ſes Purgatifs, & que nous avons aſſez expliquées, il paroît que l'Aloës Succotrin contient près de la moitié moins de Reſine, ou de matiere ſulfureuſe, & environ un tiers plus de matiere ſaline que l'Hepatique. Pour le Cabalin, il eſt ſi impur, & a tant de terre par rapport à la petite quantité de ſes ſouffres, & de ſes

ſels, qu'il ne merite pas qu'on en tienne compte.

La differente proportion des principes de l'Aloës Succotrin & de l'Hepatique pourroit bien être la cauſe de leurs differentes proprietez. Comme la partie reſineuſe de l'Aloës, à la difference des autres Purgatifs chargez de reſine, n'eſt que peu ou point purgative, le Succotrin qui a moins de cette raiſine a toûjours été préferé à l'Hepatique pour l'uſage interieur, & au contraire l'Hepatique, qui en a davantage, l'emporte ſur le Succotrin pour l'uſage exterieur, pour nettoyer des playes, refermer des coupures recentes, &c. M. Boulduc l'égale à cet égard aux Baumes naturels. On entend aſſez que ces effets appartiennent naturellement à la partie reſineuſe. & balſamique.

Les ſels de l'Aloës ſont très-actifs, ils corrodent les extremitez des Veines, ou les fibres ſont plus délicates, & de-là viennent des flux de ſang & des hemorragies. Il eſt donc très important que la partie ſaline de ce remede, qui a beſoin d'être reprimée par la reſineuſe, n'en ſoit pas ſéparée. Cependant elle l'eſt dans pluſieurs préparations d'Aloës, lorſqu'elles n'ont pas été faites par des mains fort habiles ; a on rejetté la partie reſineuſe comme trop groſſiere & inutile, parce qu'elle ſe tenoit au fond de la diſſolution. Auſſi M. Boulduc aſſure-t'il qu'il a été pluſieurs fois témoin des funeſtes ſuites qu'à euës le grand uſage de l'*Elixir de proprieté*, *des Grains de vie*, des *Pilules gourmandes*, &c. toutes préparations d'Aloës, ou qui avoient été mal faites, ou dont on avoit trop pris.

M. Boulduc eſt ſi éloigné d'approuver la ſéparation de la partie reſineuſe & de la ſaline de l'Aloës, qu'au contraire il voudroit qu'on les unît encore davantage par un Alcali, comme le ſel de Tartre. Non ſeulement on aide la Nature dans les Malades par les Remedes, mais il la faut aider auſſi dans les Remedes mêmes.

SUR LA MANNE.

LA Manne, dont nous avons déja plusieurs fois rapporté l'origine, est un Mixte peu different du Miel ou du Sucre par sa constitution. Elle prend feu à peu près de même, elle se fond presque aussi facilement que le Sucre dans les liqueurs aqueuses, & l'Esprit de vin n'en dissout que quelques particules en si petite quantité, qu'il n'en tire aucune teinture, marque assez certaine que dans ce Mixte les sels dominent beaucoup sur les souffres.

M. Lémery a tiré de la Manne une liqueur vineuse, comme il en avoit tiré une du Miel *, & par les mêmes operations, qu'il seroit inutile de repeter ici. Son Hidromel de Manne, pour ainsi dire, n'a pas été si fort, ni si agréable au goût que celui du Miel, & il n'y a rien là qui n'eût pû être prévû; il étoit entré 2 livres de Manne dans cette espece de Vin, & M. Lémery en tira 8 onces d'une Eau-de-vie, dont il tira encore 1 once $\frac{1}{2}$ d'Esprit ardent, inflammable comme l'Esprit de vin. Cet Esprit de Manne passe pour un bon sudorifique, pris depuis $\frac{1}{2}$ dragme, jusqu'à 1 dragme $\frac{1}{2}$.

* V. l'Hist. de 1707. p. 35. & suiv.

M. Lémery ayant laissé en un lieu chaud pendant une année & demie la liqueur qui étoit restée après l'extraction de l'Esprit de Manne, il trouva qu'elle s'étoit aigrie, & avoit déposé au fond des bouteilles 7 dragmes d un sel essentiel de Manne, blanc, dur, cassant, formé en aiguilles, d'un goût acide mêlé d'un peu de doux. Ce sel est un peu purgatif, pris au poids d'une dragme.

Toute la liqueur acide ayant été distillée, jusqu'à ce qu'il ne restât au fond de la Cucurbite qu'une matiere épaisse en consistence de Miel, M. Lémery trouva que cette matiere pesoit 20 onces, de sorte que des 2 livres de Manne il s'en étoit consumé 12 onces tant à faire de l'Esprit ardent; qu'à donner le goût ou la qualité acide à la liqueur que l'on avoit distillée.

Les

Les 20 onces de matiere épaiſſe furent encore diſtillées à un feu gradué & très-fort ſur la fin. Il s'éleva un Eſprit rougeâtre, brun, d'une odeur de feu, d'un goût âcre, mêlé de quelques gouttes d'huile noire, & il reſta dans la Cornuë 4 onces de charbon rarefié, leger & inſipe.

Il eſt à remarquer que le Miel, quelque pur qu'il ſoit, contient plus de terre que la Manne, puiſqu'il laiſſe $\frac{1}{4}$ de Charbon *, & qu'elle n'en laiſſe que $\frac{1}{8}$. Le Charbon de la Manne, comme celui du Miel boüillonne avec l'eau, à la maniere de la Chaux. Il s'y trouve auſſi un peu de fer.

* V. l'Hiſt. de 1706. p. 37.

La Manne, ainſi que les autres ſubſtances douces, perd ſa douceur, dès que l'Acide eſt ſéparé de l'Huile, nouvelle preuve de ce qui a été avancé dans l'Hiſt. de 1706, à l'endroit qui vient d'être cité.

SUR PLUSIEURS EAUX
MINERALES DE FRANCE.

N des premiers travaux de l'Academie naiſſante fut l'examen des principales Eaux minerales du Royaume, mais tranſportées à Paris.

M. du Clos, qui y avoit eu le plus de part, en publia un Traité. Ces Eaux ſont des potions medicinales, qui ſortent toutes préparées des entrailles de la Terre, & quoiqu'apparemment l'Experience ait la premiere découvert leurs vertus, il ſeroit très-avantageux de les connoître encore par raiſonnement, ſoit pour ſe conduire plus ſûrement dans l'uſage qu'on en fait, ſoit pour l'étendre à de nouvelles maladies, ſoit même pour imiter par Art ces remedes apprêtez par la Nature, & épargner aux Malades de longs voïages, toûjours fort incommodes, & quelquefois dangereux. C'eſt dans toutes ces vûës que l'on a recherché avec beaucoup de ſoin quels Mineraux entroient dans la compoſition de ces Eaux, & en quelle doſe.

M. Morin fit en 1696 un voïage avec feu M. Dodart

aux Eaux de Forges, qu'il ne manqua pas d'étudier. Il est constant qu'elles sont ferrugineuses, & vitrioliques. Il a été dit dans l'Hist. de 1707* que la solution du Vitriol mêlée avec la teinture de Noix de Galle devient fort noire sur le champ, mais non-pas l'Esprit de Vitriol, & que la même teinture de Galle mêlée avec de la limaille de fer devient noire, mais moins promptement que si on la mêloit avec une solution de Vitriol. Ces experiences découvrent la nature des Eaux de Forges. Quand on y jette de la Noix de Galle en poudre, elles prennent aussitôt une foible couleur de violet, qui pendant une demi-heure se fortifie toûjours, & tire enfin sur le noir, ce qui marque que ce n'est pas du Vitriol qu'elles contiennent, mais une limaille de fer très-fine & très-subtile, ou un Esprit vitriolique, qui tient de la nature du fer. Il y a trois sources, la Cardinale, la Royale, & la Reinette; on reconnoît par la couleur plus ou moins foncée qu'elles prennent, & par le plus ou le moins de promptitude dont elles la prennent, que la Cardinale est plus forte que la Royale, & la Royale plus que la Reinette.

* p.40.&suiv.

L'Esprit vitriolique dont ces Eaux sont impregnées s'en dégage en 4 ou 5 jours, puisqu'au bout de ce tems elles ne prennent plus de teinture de la Noix de Galle, toute leur vertu s'évapore avec cet Esprit, & par-là on peut regler la distance à laquelle il est permis de les transporter.

Les trois sources charrient & jettent tous les jours certains floccons de couleur de roüille, si legers & si deliez qu'étant pris entre les doigts ils sont entierement impalpables, & qui cependant ne se laissent pas rompre ni détruire par l'eau, & conservent assez constamment leur figure. Ils ressemblent parfaitement à ce *Saffran de Mars*, qui est une roüillure de fer faite à la rosée ou à la pluïe. Apparemment la superficie des mines de fer par où ces Eaux passent se roüille par leur humidité, & il s'en détache de legeres pellicules de roüillure.

Les effets medicinaux des Eaux de Forges sont trop

connus, pour nous y arrêter ici. Par l'activité & la volatilité de leur Eſprit vitriolique, elles penetrent rapidement, ouvrent, entraînent, par la force aſtringente & par l'*auſterité* de ce même Eſprit, elles raffermiſſent les parties ſolides, leur redonnent le reſſort neceſſaire, & même reſſerrent les fibres du ſang, & en chaſſent ce qui pourroit alterer leur tiſſure. Delà il eſt aiſé de conclure quelles ſeront les maladies auſquelles les Eaux de Forges conviendront, mais il faut s'attendre qu'à cette concluſion générale beaucoup de cas particuliers y feront des exceptions.

M. Morin rapporte une experience que fit M. Dodart, & qu'il eſt à propos de remarquer, pour délivrer d'une contrainte aſſez incommode ceux qui prennent des Eaux de Forges. Il eſt établi que pendant le tems qu'on en fait uſage il eſt mortel de dormir après dîné, & l'on raconte ſur cela pluſieurs hiſtoires funeſtes & effraïantes. M. Dodart ne laiſſa pas de faire un ſomme tous les jours après dîné dans le tems qu'il prenoit les Eaux, & s'en trouva fort bien. Il falloit être habile Medecin, & de plus courageux, pour oſer dormir dans ces circonſtances, & peut-être aura-t'on encore beſoin de courage pour dormir après lui.

Nous avons déja dit dans l'Hiſt. de 1702* que M. Chomel, qui a entrepris l'Hiſtoire des Plantes d'Auvergne, & qui a couru toute cette Province pour herboriſer, en avoit en même tems examiné les Eaux minerales, auſſi-bien que celles du Bourbonnois, les deux Provinces du Royaume où il s'en trouve en plus grande quantité. Il a eu ſur M. du Clos l'avantage de les examiner ſur les lieux, & à leurs ſources. Il leur a appliqué à toutes tous les differens *Eſſais* que la Chimie pouvoit fournir pour en faire découvrir la nature, mais nous n'entrerons point dans ce détail qui ſeroit trop long, & peut-être ennuyeux par une repetition continuelle, il nous ſuffira d'en donner les réſultats, qui feront voir quels Mineraux ſont mêlez dans ces Eaux, & en quelle doſe. De la connoiſſance de ce mê-

* p. 44.

lange, M. Chomel n'a pas encore inferé quelles devoient être les vertus medicinales, il attend avec ſageſſe qu'un aſſez grand nombre d'experiences ſûres & uniformes le mette en état de s'aſſurer de la Theorie par les faits.

Il a diviſé les Eaux minerales du Bourbonnois & de l'Auvergne en trois claſſes, en Eaux chaudes, tiédes, & froides. Il a commencé par les chaudes, qui ſont celles de Bourbon Lancy, de Bourbon l'Archambaut, de Bourboule près Murat, du Mont d'Or, de Chaudes aigues, d'Evaux, de Neris, & de Vichy.

De 1 livre des Eaux de Bourbon Lancy, il a tiré 12 grains de réſidence, c'eſt-à-dire, de matiere minerale, qui y étoit mêlée. De ces 12 grains, il y en avoit 2 de terre, le reſte étoit un ſel qui par tous les Eſſais paroît lixiviel, ou alkali, & chargé d'une petite portion de ſouffre. M. du Clos y trouvoit un peu moins de terre, & plus de ſel, & croïoit ce ſel tout-à-fait analogue au ſel marin.

De 1 livre des Eaux de Bourbon l'Archambaut, qu'on appelle ſimplement Bourbon, M. Chomel en a tiré 30 grains de réſidence, ce qui revient à fort peu près au calcul de M. Geoffroy ſur ces mêmes Eaux, rapporté dans l'Hiſt. de 1702*, & à celui de M. Burlet dans les Memoires de 1707*. Les trois Academiciens s'accordent auſſi à trouver que le ſel de ces Eaux eſt âcre, lixiviel, ſemblable à celui des Plantes, & mêlé de quelque portion de ſouffre. M. du Clos ne s'éloignoit pas de ce ſentiment, puiſqu'il rapportoit ce ſel au vrai Nitre au *Natron* des Anciens, qu'il prenoit pour le ſel fixe ſulphuré des Plantes brûlées.

* p. 43.
* p. 115.

Sur les Eaux de Vichi, M. Chomel n'a fait que confirmer ce qu'en avoient dit M. Geoffroy * & M. Burlet *.

V. l'Hiſt. de 1702. p. 43.
V. les Mem. de 1707. p. 97. & ſuiv.

De 1 livre des Eaux de Neris, M. Chomel a tiré plus de 8. grains de réſidence, dont $\frac{1}{3}$ n'étoit qu'une terre. M. du Clos en avoit tiré une réſidence plus de 5 fois plus forte. M. Chomel n'a pas trouvé non plus que le ſel de ces Eaux fut un Nitre pur: comme M. du Clos l'avoit ſoupçonné, mais un ſel fort ſemblable à celui des Eaux de Bourbon.

De 1 livre des Eaux d'Evaux, il a tiré un peu plus de 7 grains de résidence, dont $\frac{1}{8}$ étoit de la terre. La résidence trouvée par M. du Clos, étoit près de la moitié moindre. Il croïoit le sel de ces Eaux analogue au sel marin, mais il paroît par les Experiences qu'au sel marin qu'elles contiennent il se joint un sel alkali naturel, & un peu de souffre.

L'Hist. de 1702. a déja parlé de l'examen que M. Chomel a fait des Eaux du Mont d'Or. 1. livre lui a donné 12 grains de résidence, au lieu que M. du Clos en avoit tiré plus de 2 fois & demi davantage. Ils ne disconviennent pas beaucoup sur le sel de ces Eaux, qui est un Nitre mêlé d'une portion de souffre & d'un Esprit urineux, ou alkali volatil. * p. 44.

De 1 livre des Eaux de la Bourboule, M. Chomel a tiré 45 grains de résidence, presque entierement saline. Le sel est le même que celui des Eaux du Mont d'Or, mais il doit avoir plus de force, parce qu'il est en plus grande quantité. Ici, M. du Clos, & M. Chomel ne s'éloignoient pas beaucoup l'un de l'autre.

De 1 livre des Eaux de Chaudes-aigues, M. Chomel a tiré plus de 8 grains de résidence, dont $\frac{1}{8}$ étoit de la terre. Le sel est un alkali volatil, mêlé de souffre. M. du Clos sur une même résidence avoit trouvé plus de terre, & moins de sel, peut-être parce que le transport avoit fort alteré les principes, ce qui paroissoit par la mauvaise odeur que l'eau avoit contractée dans les bouteilles.

SUR LA NATURE DU FER

MOnsieur Lémery le fils a fait à M. Geoffroy la réponse qui avoit été annoncée dans le volume précedent. Nous supposons que l'on y ait vû le sujet & l'histoire de leur contestation *. V. les M. p. 376.

* V. l'Hist. de 1707. p. 45. & suiv.

M. Geoffroy prétendoit que de quelque maniere qu'on se prît à tirer du fer de l'Argille, on y en trouvoit infini-

ment moins, que quand on l'avoit mêlée avec l'Huile de Lin, & que par conſequent ce mêlange produiſoit du fer. M. Lémery nie la conſequence, car outre le fer qui ſe découvre aiſément dans l'Argille, ne peut-il pas y en avoir encore de caché, qui ne ſe développe que par l'Huile de Lin? Ce n'eſt là qu'une pure poſſibilité, ſuffiſante ſeulement pour empêcher un raiſonnement de conclure, mais voici des preuves de fait & poſitives.

Un point fixe dans cette diſpute, c'eſt que tout ce que l'Aiman attire, eſt fer. Mais on peut facilement mettre du fer en tel état qu'il ne ſoit plus ou preſque plus attiré par l'Aiman, il ne faut que boucher ſes pores par quelque matiere, ſoit ſaline ſoit huileuſe, qui empêche la matiere magnetique de les penetrer librement. M. Lémery ayant verſé un Acide ſur un certaine quantité de limaille de fer, lui a fait perdre la proprieté d'être attirée par l'Aiman, enſuite il a diviſé cette limaille en deux portions égales, à l'une deſquelles il a ajoûté de l'Huile de Lin, & les a miſes toutes deux ſur un même feu, qui étoit mediocre, & pendant un même tems. La portion où il y avoit de l'Huile de Lin eſt devenuë noire, & a repris ſa proprieté magnetique, tandis que l'autre en étoit encore preſque entierement privée, & toute rougeâtre, & il a fallu un grand feu de fonte pour la rendre ſemblable à la premiere. Il eſt donc bien ſur que l'Huile de Lin, & par conſequent toute autre Huile, eſt propre à faire reparoître un fer déguiſé, c'eſt-à-dire, que l'Aiman n'attire plus. Ce qui le déguiſoit dans l'experience de M. Lémery, c'étoient les Acides qui bouchoient ſes pores, & il eſt très-vrai-ſemblable que dans l'Argille où il ſe trouve certainement du fer tout dévelopé ſans aucune operation, il y en ait encore une plus grande quantité d'envelopé ſous differentes matieres, qui s'y ſont étroitement unies. Nous ne comptons point ici ce que l'Huile de Lin, qui comme il a été dit dans l'Hiſt. de 1707, contient elle-même du fer, en peut ajoûter de ſon propre fonds à ce que l'Argille en fournit.

Selon ce que nous venons de dire, il n'eſt que très-vraiſemblable que l'Argille contienne plus de fer envelopé qu'il n'y en paroît, mais il eſt certain qu'une mine de fer qui en donne beaucoup par la fonte, en contient beaucoup. Cependant M. Lémery en a une qui donne beaucoup de fer par la fonte, & qui en laiſſe beaucoup moins paroître au Couteau aimanté, que d'autres mines fort pauvres. Il eſt donc hors de doute que le fer peut être en grande quantité dans quelque matiere, & fort envelopé, & ne ſe découvrir que par la force des operations. Celles que l'on fait pour tirer le fer de ſa mine ſont parfaitement ſemblables à celles qui ſervent à le tirer de l'Argille. On y ajoûte un fondant ſulphureux, qui fait en même tems deux effets, il ſurmonte la difficulté nauturelle qu'a le fer à ſe mettre en fuſion, & il le dégage des matieres étran. geres qui le tenoient embarraſſé.

Ce que M. Lémery dit ſur le mêlange de l'Argille & de l'Huile de Lin, il le dit ſur celui de l'Huile de Vitriole, & de l'Huile de Therebentine, dont M. Geoffroy avoit tiré du fer. Enfin puiſque M. Lémery a prouvé & que ſouvent le fer ne paroît pas où il eſt, & que la terre en eſt pleine, & qu'il peut très-aiſément monter dans les Plantes, il eſt difficile d'en tirer d'aucune matiere qu'on ne pût legitiment ſoupçonner d'en contenir, & la préſomption ſera toûjours contre la production artificiel d'un Metal, en faveur de ſa préexiſtence.

Les Chimiſtes conviennent que l'on tire des Plantes les principaux Sels mineraux, le ſel Marin, le Nitre, le Vitriol, & il ſuffit à M. Lémery que ce ſoit en forme de Vitriol que le fer monte dans les Plantes. Mais comment ne ſe rend-il pas ſenſible au goût & à la vûë dans leurs ſucs, & dans les Huiles qu'on en tire? Car on ſçait par experience qu'un grain de Vitriol, quï ne tient pas ſa 4e partie de fer étant diſſous dans 12 pintes d'eau, c'eſt-à-dire une parcelle de fer mêlée avec 884736 parcelles d'eau qui lui ſont égales, leur donne un peu de goût, & les teint d'un rouge leger, lorſqu'on y verſe de la ſolution de Noix

de Galle. M. Lémery répond à cette objection, qui cependant ne l'intereſſe pas particulierement, que le grand nombre de parties ſalines, terreſtres, huileuſe, toutes differentes les unes des autres, & confonduës enſemble dans les ſucs des Plantes, empéche le Vitriol de s'y rendre ſenſible. Il a mis de la ſolution de Vitriol dans trois Verres, à chacun deſquels il a ajoûté un Acide different, la Noix de Galle en quelque quantité qu'il l'ait miſe n'a fait aucun effet ſur aucun des trois, au lieu qu'elle en eût fait un tres-prompt & très-manifeſte s'ils euſſent été ſans mêlange.

Pour prouver que le fer des Plantes eſt en forme vitrioque, ou, ce qui revient à peu près au même, qu'il eſt dans les Plantes comme dans le Vitriol, M. Lémery remarque que ni le Vitriol ni les Plantes ſimplement deſſechées ne donnent du fer qui ſe découvre par l'Aiman, parce que ſes pores ſont encore entierement bouchez par des Acides, que pour les en dégager, & le rendre par conſequent ſuſceptible des impreſſions de l'Aiman, il faut ou un grand feu de fonte, ou un intermede ſulphureux avec un ſimple feu de calcination, parce que ou la violence du feu chaſſe les Acides, ou les Huiles qui s'envolent aiſément les enlevent avec elles, que par cette raiſon le ſimple feu de calcination fait paroître le fer des Plantes, qui ont toûjours en elles-mêmes l'intermede ſulphureux neceſſaire, enfin que le fer tiré & des Plantes & du Vitriol eſt toûjours moins malleable, parce qu'il a perdu dans les operations une grande partie de ſes ſouffres, qui, comme on ſçait, font ſa malléabilité.

Cette qualité n'eſt qu'un eſpece d'accident, qui dépend de la doſe des ſouffres, & par conſequent ce n'eſt pas faire du fer, que de le rendre malleable, loſqu'il ne l'étoit pas, il ne faut que lui donner plus de ſouffres, qu'il n'en avoit. Ce n'eſt pas même faire du fer, que de rendre ſuſceptible des impreſſions de l'Aiman une matiere qui ne l'étoit pas, s'il ſuffit pour cela de chaſſer les Acides, ou les autres matieres étrangeres, qui bouchoient ſes pores,

pores. Par-là M. Lémery ſoûtient que ce n'a point été faire du fer que de donner par l'addition de quelque ſouffre une forme metallique à cette terre tirée du fer, dont nous avons parlé dans l'Hiſt. de 1707.* Elle ne recevoit plus les impreſſions de l'Aiman, mais comme elle avoit eſſuïé le grand feu, qui avoit été néceſſaire pour calciner le fer, elle s'étoit chargée des Acides du bois, ou du charbon. Après qu'on l'en avoit délivrée, & qu'elle avoit repris la proprieté d'être attirée par l'Aiman, elle n'étoit point malléable, mais on a vû qu'elle n'en devoit pas moins paſſer pour de veritable fer, puiſqu'il étoit ſi aiſé de lui rendre la malléabilité par quelques ſouffres. Ainſi, ſelon M. Lémery, le fer que l'on pourroit ſe flater d'avoir produit en quelques occaſions, n'eſt qu'un fer legerement déguiſé que l'on fait reparoître, & il n'eſt pas encore tems de concevoir l'agréable eſperance de la production artificielle des Metaux.

* p. 44.

DIVERSES OBSERVATIONS

CHIMIQUES.

I.

MOnſieur Morin a rapporté à l'occaſion des Eaux de Forges, qu'en ce lieu-là une eau naturelle qui paſſoit par deſſus une digue où il y a du Machefer, prenoit une teinture minerale & ferrugineuſe, telle qu'à 7 ou 8 lieuës de cette digue elle ſe teignoit encore très-fortement en noir, quand on la mêloit avec la Noix de Galle. Le Machefer eſt une pierre d'où l'on tire du Vitriol, & qui par conſequent contient du fer, mais fort envelopé. On voit par-là avec quelle facilité l'eau ſe charge de fer, & combien après cela il lui eſt difficile de s'en dépoüiller.

II.

M. Homberg a dit qu'aïant mis ſur un feu de digeſtion pendant 2 mois un Vaiſſeau où il y avoit de l'Huile d'O-

live sur du Mercure, l'Huile s'étoit tellement épaissie & durcie que le Mercure qui étoit dessous n'ayant plus la liberté du mouvement que demande la fluidité étoit devenu comme une masse parfaitement solide, quoiqu'il fût toûjours coulant de lui-même, car il le redevint dès qu'il fut hors du Vaisseau.

III.

Il y a une Maladie que quelques-uns appellent le *Fer chaud*. Elle consiste en une chaleur insupportable, que l'on se sent monter de l'Estomac le long de l'Oesophage jusqu'à la gorge. M. Homberg a dit que des Yeux d'Ecrevisse pris en poudre sans autre préparation appaisent cette douleur sur le champ. Apparemment elle est causée par de violens Acides, puisque ces Alcali terreux y remedient si sûrement. Ceux qui font un grand usage de la Biere, y sont principalement sujets.

NOus renvoyons aux Memoires

V. les M. p. 102.
Les Observations de M. Geoffroy sur les Analises du Corail & de quelques autres Plantes pierreuses, faites par M. le Comte Marsigli.

V. les M. p. 312.
Et un Eclaircissement de M. Homberg sur la nature des Acides & des Alcali, qui doit entrer dans ses essais de Chimie.



BOTANIQUE.

SUR LA PERPENDICULARITE' des Tiges des Plantes par rapport à l'Horizon.

ON a déja vû dans les Hist. de 1700 * & de 1702 * combien il est merveilleux que les tiges des Plantes s'elevent perpendiculairement à l'Horizon, tandis que leurs racines descendent, & qu'elle étoit sur cela la pensée de M. Dodart. M. de la Hire en avoit une autre qu'il ne découvrit point par une espece de déference pour son Confrere, mais maintenant il la propose, à l'occasion d'un Ouvrage que la Societé Roïale de Montpellier a envoyé à l'Academie pour cette année sur le même sujet.

V. les M. p. 231.
* p. 61. & suiv.
* p. 47. & suiv.

Il conçoit que dans les Plantes la racine tire un suc plus grossier & plus pesant, & la tige au contraire & les branches un suc plus fin, & plus volatil, & en effet la racine passe chez tous les Phisiciens pour l'Estomach de la Plante, où les sucs terrestres se digerent & se subtilisent au point de pouvoir ensuite s'élever jusqu'aux extremitez des branches. Cette difference des sucs suppose de plus grands pores dans la racine que dans la tige & dans les branches. en un mot une differente contexture, & cette difference de tissu doit se trouver, les proportions gardées, jusques dans la petite Plante invisible que la graine renferme. Il faut donc imaginer dans cette petite Plante comme un point de partage, tel que tout ce qui sera d'un côté, c'est-à-dire, si l'on veut, la racine, se développera par des sucs plus grossiers qui y penetreront, & tout ce qui sera de l'autre, par des sucs plus subtils.

Que la petite Plante, lorsqu'elle commence à se déve-

loper, soit entierement renversée dans sa graine, de sorte qu'elle ait sa racine en haut, & sa tige en bas, les sucs qui entreront dans la racine ne laisseront pas d'être toûjours les plus grossiers, & quand ils l'auront dévelopée, & en auront élargi les pores au point qu'il y entrera des sucs terrestres d'une certaine pesanteur, ces sucs toûjours plus pesans appesantissant toûjours la racine de plus en plus la tireront en embas, & cela d'autant plus facilement, ou avec d'autant plus d'effet, qu'elle s'étendra ou s'allongera davantage, car le point de partage supposé étant conçû comme un espece de point fixe de levier, ils agiront par un plus long bras. Dans le même tems les sucs volatils qui auront penetré la tige, tendront aussi à lui donner leur direction de bas en haut, & par la raison du levier, ils la lui donneront plus aisément de jour en jour, puisqu'elle s'allongera toûjours de plus en plus. Ainsi la petite Plante tourne sur le point de partage immobile, jusqu'à ce qu'elle se soit entierement redressée.

Comme la racine à mesure qu'elle descend trouve toûjours dans la terre une grande résistance à son mouvement de haut en bas, & qu'au contraire la tige n'en trouve aucune à son mouvement de bas en haut, dès qu'elle a gagné l'air, on pourroit dire que de-là vient que les tiges sont beaucoup plus perpendiculaires à l'horizon que les racines, qui même dans un grand nombre de Plantes s'étendent & se jettent presque horisontalement.

M. de la Hire appuïe par des experiences la mechanique qu'il a imaginée pour le redressement des Plantes. Nous nous contentons de l'avoir exposée, sa simplicité seule est une preuve.



OBSERVATION BOTANIQUE.

MOnsieur de la Hire a souvent objecté dans le Printemps il tombe des feüilles des Orangers une espece de rosée très-fine, qui s'attache sur ce qu'elle rencontre, par exemple, sur des morceaux de verre qu'on met sous ces arbres, & s'y amasse en assez grosse gouttes. Il en tombe aussi des Citronniers. Il a voulu voir de quelle nature elle étoit. Il a jugé que ce n'étoit ni une matiere simplement aqueuse, parce qu'elle ne s'évaporoit point à l'air, ni une raisine parce qu'elle se dissolvoit entierement par l'eau, ce que les raisines ne font pas à cause de la quantité de leur huile, ni une gomme, parce qu'étant mise sur un papier elle ne s'y sechoit pas tout à fait comme les gommes ordinaires. Tout ce que cette rosée n'est pas, la consistence de Miel liquide qu'elle a sur les feüilles d'où elle sort, & un goût fort sucré, ont fait croire à M. de la Hire que c'est une espece de Manne, pareille à celle dont nous avons parlé ci-dessus*.

* p. 56.

MOnsieur Marchand a donné les Descriptions du *Thlaspi semper virens, & florens*, de la *Cinaria lutea vulgaris J. B.* de la *Jacea lutea Cretica foliis Cinerariæ*, du *Melocactus Americanus*, de la *Lychnis Sicula glabra Pseudo-Melanthii facie*, du *Papaver spinosum Mexicanum*, & de l'*Anonis purpurea frutescens non spinosa*.

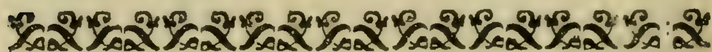
NOus renvoïons entierement aux Memoires.

L'Ecrit de M. Reneaume sur la maniere de conserver les Grains. V. les M. p. 36.

Et celui de M. Geoffroy le jeune sur le Nostoch. V. les M. p. 228.

MOnsieur Jean Scheuchzer dont nous avons parlé ci-dessus * à l'Occasion de sa Dissertation sur l'Origine des Montagnes, a aussi envoyé à l'Academie une Ouvrage de Botanique imprimé sous ce titre, *Agrostographiæ Helveticæ Prodromus, sistens binas Graminum Alpinorum hactenus non descriptorum, & quorumdam ambiguorum Decades.* C'est un fruit de ce même voyage fait dans les Alpes, qui lui donna lieu de penser à la formation des Montagnes. Parmi toutes les Plantes dont celles-là sont couvertes, il s'attacha particulierement à étudier les differentes especes de *Chien-dent* ou de *Gramen*, parce qu'il est persuadé que cette herbe la plus commune de toutes, & en apparence la plus vile, est en même tems la moins connuë des Botanistes, & celle dont il est le plus difficile de démêler les differentes especes. Ce qu'il a donné sur ce sujet n'est, comme on le voit par le titre, qu'une partie détachée par avance d'un plus grand Ouvrage. Il a representé & dans des descriptions très-détaillées, & très-exactes, & dans des planches fort bien gravées 16 especes de Chien-dent, 3 de Jonc, & 1 de Souchet. L'Academie se tient redevable à tous ceux qui, comme Mrs Scheuchzer, veulent bien lui marquer leur ardeur pour l'avancement des Sciences, & la rendre témoin de leurs travaux.

* p. 30.

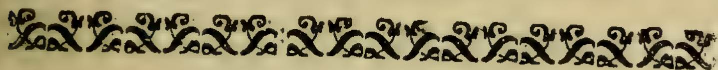


ARITHMETIQUE.

MOnsieur Poignard, grand Chanoine de Bruxelles, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1705 * à l'occasion des Quarrez Magiques, & du Livre qu'il en a composé, a continué d'approfondir cette matiere, & d'instruire l'Academie des progrez qu'il y a faits. On lui avoit

* p. 72.

demandé un moyen de carreler un petit cabinet avec des Carreaux de 12 couleurs differentes, de façon qu'en tout un eſpace composé de 144 Carreaux il n'y eût aucune bande, ſoit horizontale, ſoit verticale, où un même Carreau fût repeté, & qu'en même tems ils fiſſent quelques compartimens agréables. On voit que cela tombe dans le cas que nous avons appellé dans l'Hiſt. de 1705, progreſſions arithmetiques repetées, mais que les compartimens y ajoûtent une condition aſſez gênante. M. Poignard y a ſatisfait ingenieuſement en diſpoſant ſon Quarré magique de ſorte que les mêmes Carreaux ou nombres fuſſent repetez dans une certaine étenduë des Diagonales, ce qui donne au Quarré total une eſpece de figure d'Echiquier. Il a même élevé ce Problême à une plus grande difficulté en s'impoſant de nouvelles conditions, qu'il remplit toûjours avec beaucoup d'art. Mais nous ne nous y arrêtons pas, tout cela ſe peut tirer ou de la Methode qu'il a donnée, ou de celle de M. de la Hire.



ALGEBRE.

SUR LA CONSTRUCTION DES EGALITEZ.

ON ne s'apperçoit que trop ſouvent en fait de Mathematique, que ce qui n'eſt pas démontré à toute rigueur, n'eſt point du tout prouvé, & qu'il n'y a aucune certitude, ſi elle n'eſt entiere. V. les M. p. 339.

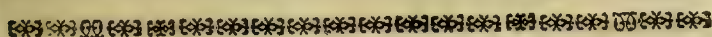
Nous avons dit dans l'Hiſt. de 1705*, & dans celle de 1707* que pour conſtruire une Equation déterminée d'un degré quelconque, on prend deux équations indéterminées d'un degré inferieur, dont chacune exprime un Lieu, * p. 110. & ſuiv. * p. 73. & ſuiv.

c'est-à-dire, une ligne soit droite soit Courbe, & que les deux lieux étant tracez, leur intersections déterminent les points d'où il faut tirer sur un Axe commun des Appliquées qui representeront les Racines de l'Equation déterminée. Autant qu'elle aura de racines réelles, autant il y aura de ces points d'intersection, & par consequent de ces Appliquées, & si elle a des racines imaginaires, il manquera un pareil nombre de points d'intersection, que les Lieux cependant auroient pû avoir par leur nature, & si toutes les racines sont imaginaires, les Lieux ne se couperont point. L'usage ordinaire est que l'on choisit arbitrairement un des deux Lieux, ou qu'on le suppose donné, après quoi l'autre se déduit & se conclud, parce qu'il faut que tous deux ensemble rendent & recomposent l'Equation déterminée qu'ils doivent construire, ce qui impose une certaine necessité au second. Cette récomposition de l'Equation déterminée par les deux Lieux a toûjours passé pour une preuve suffisante de la verité de cette Regle, très-ingenieusement imaginée par M. Descartes. En effet plus on la considere, plus elle persuade par une certaine convenance presque aussi forte qu'une necessité absoluë.

Ce n'est pas cependant que quelques Geometres n'y eussent déja senti des défectuositez, mais on étoit encore bien éloigné d'y en trouver autant qu'a fait M. Rolle. On n'en peut imaginer aucune qui n'y soit, & qu'il ne démontre par des exemples. Les deux Lieux peuvent avoir plus ou moins d'intersections qu'il n'y a de racines réelles dans l'Equation qu'il faut construire; ils ne se coupent point du tout, quoiqu'il y ait des racines réelles; ils se coupent, quoiqu'il n'y en ait que d'imaginaires; ils se coupent & donnent des Appliquées qui ne sont point les racines de l'Equation. Il y a plus. On n'a jamais douté que les deux Lieux n'exprimassent chacun une ligne soit droite, soit courbe, M. Rolle prétend qu'on se peut encore tromper à cette supposition si incontestable en apparence, que le Lieu soit choisi soit conclu peut n'être qu'imaginaire.

ginaire, & ce qui eſt encore plus ſurprenant, qu'il peut étant réel n'exprimer aucune Ligne.

Quoique les Geometres puſſent aſſez legitimement avoir regret à la Regle de M. Deſcartes, ſe ſeroit pourtant faire beaucoup pour eux que de les en deſabuſer ſi elle n'étoit pas vraie; mais M. Rolle fait quelque choſe de mieux, ils les en deſabuſe, & la leur conſerve, c'eſt à-dire, qu'il lui ôte la trop grande étenduë qu'on lui attribuoit, & d'où venoit ſa fauſſeté, & qu'il la remet dans ſes veritables bornes. Le lieu que l'on prend d'abord n'eſt point entierement arbitraire, il doit avoir de certaines conditions; il faut auſſi ſçavoir reconnoître ſi un Lieu qu'on croïoit toûjours réel, eſt réel ou imaginaire, & en cas qu'il ſoit réel, s'il exprime quelque ligne. Une démonſtration *à priori* de la cauſe des erreurs que M. Rolle a marquées, & de la neceſſité des conditions qu'il demande, dépendroit d'une Theorie d'Algebre & fort nouvelle, & fort curieuſe, & les grands progrez que l'on fait de jour en jour ſemblent promettre que l'on ira bien-tôt juſques-là.



GEOMETRIE.

SUR LES CONCHOIDES

EN GENERAL.

QUand le Corps de la Geometrie Elementaire eut été formé chez les Anciens, ils commencerent à tourner leurs recherches ſur les Lignes Courbes, ils ſentirent quel champ s'ouvroit à eux de ce côté-là, & quelle en étoit la fécondité. Delà vient qu'encore aujourd'hui le nom de quelques Courbes eſt ordinairement accompagné V. les M. p. 32.

de celui de leur Inventeur; on dit la Spirale d'Archimede, la Quadratrice de Dinostrate, la Cissoïde de Dioclés, la Conchoïde de Nicomede, & même la Parabole, l'Ellipse, & l'Hiperbole d'Apollonius, quand on veut dire qu'on ne prend ces Courbes que dans le premier degré, qui est celui pour lequel Apollonius Pergæus, qui n'en est pas l'Inventeur, les a caracterisées en leur donnant ces noms.

Aujourd'hui on a plus de Courbes que l'on n'en sçauroit nommer, car il en nait à chaque moment sous les pas des Geometres, & d'ailleurs on rend plus générales celles qui ont été connuës des Anciens. C'est ce qu'a fait M. de la Hire sur la Conchoïde de Nicomede.

Soit une ligne droite indéfinie, qu'on appellera *base*. D'un point fixe quelconque, ou *pole* pris hors de cette ligne (on le prend ordinairement au-dessous) on lui tire une perpendiculaire, qui passe au-dessus de la base d'une quantité telle que l'on veut. On appellera *Mesure* la partie de cette perpendiculaire qui est au-dessus de la base. Ensuite si du pole on tire toûjours à droite, ou toûjours à gauche de la perpendiculaire des lignes, qui pareillement passent au-dessus de la base d'une quantité toûjours égale à la mesure, il est évident qu'en s'éloignant toûjours de la perpendiculaire, ces lignes, & par consequent aussi leurs parties superieures ou les mesures, feront toûjours avec la base un plus petit angle, ou y seront plus inclinées, que par consequent l'extremité de chaque partie superieure sera toûjours moins élevée au-dessus de la base, que cependant ces extremitez toûjours moins élevées, le seront toûjours un peu, & ne pourront cesser de l'être que quand l'angle d'inclinaison sera infiniment petit, c'est-à-dire, quand une derniere ligne tirée du pole sera parallele à la base, & se confondra avec elle, or c'est ce qui ne peut arriver à moins que cette ligne & la base ne soient en même tems infinies. Les extremitez superieures de cette infinité de lignes tirées du pole sont donc les points d'une Courbe, qui commençant à l'extremité de la perpendi-

culaire où elle eſt dans ſon plus grand éloignement de la baſe, s'en approche toûjours enſuite de plus en plus, & ne peut la joindre qu'au bout d'un eſpace infini. Nicomede nomma cette Courbe *Conchoïde*, apparemment à cauſe de ſon contour, qui a quelque choſe de la figure de l'écaille la plus voûtée d'une Huître, poſée ſur celle qui eſt la plus plate. Si au lieu que les lignes tirées du pole par la baſe étoient toutes à la droite, par exemple, de la perpendiculaire, elles ſont à la gauche, on formera une autre Conchoïde égale & ſemblable à la premiere, ou plutôt, la ſeconde moitié de la Conchoïde totale.

Pour rendre plus générale la formation de la Conchoïde, M. de la Hire prend pour baſe une Courbe quelconque, & il permet que la ligne tirée du pole à la baſe, & celle qui va de la baſe à la Conchoïde, ne ſoient point une même ligne droite, mais faſſent entr'elles un angle quelconque. Le pole peut auſſi être pris ſur la baſe même, quand la baſe eſt une Courbe qui rentre en elle-même, comme un Cercle ou une Ellipſe. Enfin de toutes les conditions de la Conchoïde de Nicomede, M. de la Hire ne conſerve que l'égalité perpetuelle des lignes tirées de la baſe à la Conchoïde, ou des meſures. Il appelle *regles* les lignes correſpondantes tirées du pole à la baſe. Il donne enſuite des methodes générales pour trouver les Tangentes, les eſpaces, les longueurs des Conchoïdes ainſi formées.

Le point principal de ſa Theorie, & en même tems ce qu'elle a de plus fin, conſiſte en ce qu'il a démêlé par quel mouvement ſe décrit un arc quelconque de la Conchoïde infiniment petit, & pour le faire mieux entendre, nous l'allons expliquer dans la Conchoïde de Nicomede, la plus ſimple de toutes.

Un arc de cette Conchoïde infiniment petit eſt décrit par l'extremité ſuperieure d'une meſure, qui paſſe d'un point de la baſe ſur un autre infiniment proche, & en même tems devient plus inclinée qu'elle ne l'étoit auparavant. Si elle ne faiſoit que paſſer d'un point de la baſe ſur

un autre, elle ne décriroit par son extremité superieure qu'une ligne droite parallele & égale à la partie correspondante de la base. Si elle ne faisoit que s'incliner davantage, elle ne décriroit qu'un arc circulaire infiniment petit, qui mesureroit son augmentation d'inclinaison. Mais comme elle fait ces deux mouvemens en même tems, elle décrit une ligne composée des deux. Il faut donc tirer par son extremité superieure une ligne infiniment petite parallele à la base, ensuite prendre pour centre le point de la base sur lequel la mesure s'est avancée, & de cette mesure prise pour raïon décrire un arc circulaire infiniment petit, qui est, si l'on veut une petite ligne droite, mais inclinée à la base. La position de la mesure sur la base détermine nécessairement l'angle que font ensemble ces deux petites lignes. La soûtendante de cet angle est la ligne infiniment petite du mouvement composé de la mesure, ou un arc Conchoïdal infiniment petit.

On peut pousser encore cette idée plus loin, en considerant de plus près les deux *Elemens* du petit arc Conchoïdal. Que l'on conçoive la base divisée en parties infiniment petites toutes égales entr'elles, & par tous les points de division des lignes tirées du pole à la Conchoïde. Il est clair que deux quelconques d'entre ces lignes, pourvû qu'elles soient consecutives, feront entr'elles au pole un angle infiniment petit, puisque la soûtendante en sera infiniment petite. Il est clair encore que ces angles, quoiqu'infiniment petits, seront tous inégaux entr'eux, & iront en décroissant, à mesure que les lignes tirées du pole à la Conchoïde s'éloigneront de la perpendiculaire, qui est la premiere de toute cette suite de lignes, car en s'éloignant de cette perpendiculaire les lignes tirées du pole à la base seront toûjours plus longues, & seront par consequent de plus grands rayons de cercles, pour des angles qui n'auront toûjours qu'une soûtendante égale. Enfin il est clair que chacun de ces angles-là sera égal à l'angle correspondant, dont la mesure augmentera son

inclinaiſon ſur la baſe. Delà il ſuit, dans cette ſuppoſirion de la baſe diviſée en parties infiniment petites égales, que des deux Elemens dont un petit arc Conchoïdal eſt formé, le droit eſt toûjours égal, & le circulaire toûjours décroiſſant depuis l'origine de la Courbe, & qu'en cela conſiſte la variation perpetuelle de cet arc.

A l'origine de la Conchoïde, où la meſure eſt perpendiculaire à la baſe, l'Element circulaire lui eſt neceſſairement parallele, auſſi-bien que le droit qui l'eſt toûjours, par conſequent ils ſont poſez bout à bout en ligne droite, & font entr'eux un angle de 180, & l'arc Conchoïdal, qui eſt toûjours la ſoûtendante de leur angle; eſt égal à leur ſomme, & parallele à la baſe. D'un autre côté, à l'extremité de la Courbe, l'Element circulaire, qui a toûjours décrû, devient nul, ou, ce qui eſt la même choſe; un infiniment petit du ſecond genre, & alors il ne reſte que l'Element droit, qui eſt la derniere partie de la baſe, d'où il ſuit que l'arc Conchoïdal n'eſt plus que cette derniere partie infiniment petite de la baſe, ou, ce qui eſt la même choſe, que la Conchoïde à ſon extremité infiniment éloignée de ſon origine devient parallele à ſa baſe, ou plutôt ſe confond avec elle, ou enfin que la baſe en eſt la Tangente.

Les Tangentes ne ſe peuvent appliquer aux Courbes que par leur convexité; par conſequent, puiſque la Conchoïde à ſon origine eſt parallele à la baſe, elle a ſa Tangente à ce point du côté oppoſé à la baſe, ou, ce qui eſt le même, elle eſt concave du côté de la baſe, & puiſqu'à ſon extremité la baſe eſt ſa Tangente, elle eſt alors convexe du côté de cette même baſe. Donc la Conchoïde de concave qu'elle étoit à ſon origine, devient convexe à ſon extremité, & par la Loi générale des Courbes, il faut qu'elle ait un point moyen oû elle paſſe de la concavité à la convexité, c'eſt-à-dire, un point d'*inflexion* ou de *recourbement*.

Après que les deux Elemens ont fait entr'eux un angle de 180 à l'origine de la Courbe, ils viennent à en faire un

de 90 à l'extremité, car l'Element circulaire eſt toûjours perpendiculaire à la meſure, qui eſt ſon rayon, & alors la meſure eſt confonduë avec la baſe, ou avec l'Element droit, qui en eſt la derniere partie infiniment petite. Quoique l'Element circulaire ſoit alors nul par rapport au droit, la poſition qu'ils ont l'un par rapport à l'autre n'en eſt pas moins réelle. L'angle des deux Elemens va donc toûjours en décroiſſant depuis 180 juſqu'à 90, tandis que la grandeur de l'Element circulaire décroît toûjours auſſi juſqu'à zero.

L'arc Conchoïdal diminuë toûjours pareillement depuis l'origine de la Courbe juſqu'à l'extremité, puiſqu'à l'origine il eſt égal à la ſomme des deux Elemens, & qu'à l'extremité il n'eſt plus que l'Element droit. Il diminuë par deux principes, & parce que l'angle des deux Elemens dont il eſt la ſoûtendante décroît toûjours, & parce que l'Element circulaire décroît auſſi, car il eſt viſible que la Diagonale d'un Parallelogramme décroît, ſoit que l'angle, dont elle eſt la ſoûtendante, décroiſſe, les côtez demeurant les mêmes, ſoit que, l'angle demeurant le même, un des côtez décroiſſe.

La Theorie de la Conchoïde de Nicomede bien entenduë peut donner beaucoup de facilité pour d'autres Conchoïdes, par exemple, pour celle dont la baſe ſeroit une Parabole, & le pole le foyer de cette Parabole, ou pour celle dont la baſe ſeroit un Cercle, & le pole l'extremité d'un de ſes diamêtres. Cette derniere a été appellée le *Limaçon de M. Paſcal*. Il eſt clair qu'on en peut imaginer une infinité d'autres ſans ſortir des conditions que M. de la Hire preſcrit, mais il forme toûjours ſon petit arc Conchoïdal de deux Elemens, dont l'un eſt égal & paralIele à une partie infiniment petite de la baſe quelconque, & l'autre eſt un arc circulaire dont la meſure eſt le rayon, & delà il tire toûjours les longueurs & les eſpaces des Conchoïdes.

Elles n'ont pas toutes des points d'inflexion, comme celle de Nicomede. M. de la Hire démontre que dans

celles qui en ont un, on peut toûjours, en le trouvant par les methodes générales, trouver la longueur de la mesure, qui a servi à former la Conchoïde, & par consequent comme celle de Nicomede a un point d'inflexion, on peut toûjours trouver la longueur de sa mesure, lorsqu'elle est inconnuë, car il est évident qu'avec un même pole, une même base, & une même distance du pole à la base, cette Conchoïde peut avoir une infinité de mesures differentes, ou plutôt que ce seront autant de differentes Conchoïdes d'une même espece.

Plus la mesure d'une Conchoïde de Nicomede est petite, plus la Conchoïde devient convexe près de son origine, ou, ce qui revient au même, s'il y a une infinité de Conchoïdes décrites sur un même pole, & sur une même base droite, mais sur autant de mesures differentes toûjours plus petites, leurs points d'inflexion iront toûjours en s'approchant de l'origine commune de ces Conchoïdes, & M. de la Hire prouve que la suite de ces points formera une Courbe qui sera une seconde Parabole cubique.

Encore une remarque importante de M. de la Hire sur ce sujet, c'est que la regle & la mesure étant posées directement, les Conchoïdes sont toûjours geometriques, pourvû que leurs bases le soient aussi. Delà vient que la Conchoïde de Nicomede est geometrique. Cette proprieté des Conchoïdes répond à celle des Roulettes, que nous avons rapportée dans l'Hist. de 1707 *. * p. 66.



SUR LA RECTIFICATION DES ROULETTES.

Dont la Génératrice est un Cercle, & la Base un autre Cercle quelconque.

V. les M. p. 86.
* p. 63. & suiv.
* p. 84.

C'Est ici une dépendance de la Théorie générale de M. Nicole sur les Roulettes, rapportée dans l'Hist. de 1707 *. Nous avons dit dans celle de 1701 * en quoi consiste l'art général de rectifier les Courbes. On prend par le sistême des infiniment petits l'expression algebrique d'un arc infiniment petit ou Element de la Courbe proposée, qui n'est qu'une petite ligne droite, si cette expression qui est differentielle se peut integrer, c'est-à-dire, si on peut trouver la somme finie, dont la petite ligne droite qu'elle represente est un terme infiniment petit, on a une somme d'une infinité de petites lignes droites, égale par consequent à une ligne droite finie, & en même tems à une arc fini de la Courbe, ou, ce qui est la même chose, la Courbe est rectifiée.

M. Nicole n'entreprend ici de rectifier que les Roulettes, dont la Génératrice est un cercle, & la Base un autre Cercle quelconque, & quoique cette espece de Roulettes soit assez limitée, elle ne laisse pas de comprendre une infinité d'especes. Car, 1°. le rapport des deux Cercles, dont l'un est la Génératrice, & l'autre la Base, n'est point déterminé, & il entre dans cette recherche, jusqu'à la Cycloïde ordinaire, qui a pour base un Cercle infini, ou une ligne droite. 2°. La position du point décrivant sur le plan infini du Cercle générateur n'étant point déterminée non-plus, deux Cercles déterminez, l'un pris pour génératrice, l'autre pour base, peuvent toûjours produire une infinité de Roulettes.

L'expression de l'Element de cette Roulette générale étant

étant trouvée, l'integration conduit M. Nicole à une Ellipse, dont les deux axes sont deux lignes connuës, & qui est telle qu'un arc quelconque du quart de cette Ellipse, est toûjours à l'arc correspondant de la Roulette générale, ou le quart de l'Ellipse à la Roulette entiere, comme le rayon du Cercle base, à ce même rayon plus celui du Cercle générateur.

On auroit donc la rectification de la Roulette générale par celle de l'Ellipse, si l'Ellipse étoit rectifiable, mais comme elle ne l'est pas, on a du moins, comme par une espece du supplément, le rapport des longueurs de deux Courbes non rectifiables exprimé par deux lignes droites. Cette rectification avoit déja été démontrée en 1695, par M. Varignon, qui avoit pris une autre route.

Si dans quelque cas particulier de la Theorie générale, l'Ellipse peut devenir ligne droite, il est clair que la Roulette de ce cas-là sera rectifiable. Or c'est ce qui arrive, quand on place le point décrivant sur la circonference du Cercle générateur. Alors on voit que le petit axe de l'Ellipse devient nul, le grand demeurant le même, & par consequent l'Ellipse n'est plus qu'une ligne droite, égale à ce grand axe. Alors aussi la Roulette est *simple*, & delà il suit que de toutes les Roulettes produites par deux Cercles quelconques, il n'y a que les simples qui soient rectifiables, & que les *allongées* ou *accourcies* * ne le sont pas. V. l'Hist. de 1706. p. 74. & 75.

La Cycloïde ordinaire étant du nombre de ces Roulettes simples, elle doit donc être rectifiable, & en effet il y a long-tems que l'on sçait qu'elle l'est. Dans les suppositions presentes, elle est égale au grand axe de cette Ellipse qui a dégeneré en ligne droite, & ce grand axe est égal à 4 fois le rayon du Cercle générateur.

SUR LES COURBES A L'INFINI,

Produites par le mouvement d'une ligne droite, qui passe toûjours par un point fixe, & parcourt par une de ses extremitez une ligne quelconque.

V. les M. p. 197.

NOus avons déja rapporté tant d'exemples de Courbes, soit anciennes, soit modernes, renduës infiniment plus générales par les derniers Geometres, qu'il n'est plus question de relever sur cela, ni leur industrie, ni leur amour pour les difficultez. Il est vrai que le nouveau Calcul qu'ils ont en main les met en état de tout entreprendre.

* p. 56. & suiv.

M. Carré dans les Memoires de 1705 * a examiné une Courbe qui se forme ainsi. On prend pour un point fixe l'extremité du Diametre d'un demi-Cercle, ou, pour se faire une image plus sensible, on conçoit à cette extremité un anneau infiniment petit. Le diametre se meut, & parcourt par une de ses extremitez la circonference du demi-cercle, mais il passe toûjours par l'anneau, de sorte que son autre extremité décrit necessairement une certaine Courbe. Si ce diametre, comme il est naturel de le supposer, commence à parcourir le demi-cercle par son extremité opposée à l'anneau, sa partie *parcourante*, que je compte d'un point quelconque du demi-cercle jusqu'à l'anneau, décroît toûjours, & sa partie *décrivante* que je compte depuis l'anneau jusqu'à la Courbe qui s'engendre, croît toûjours.

M. de Reaumur a élevé cette Courbe à une généralité infiniment plus grande, en supposant au lieu du demi-cercle parcouru une ligne quelconque droite ou courbe, & en laissant la liberté de placer le point fixe où l'on voudra. La formation de la Courbe générale de M. de Reau-

mur a quelque rapport à celle de la Conchoïde générale rapportée ci-dessus *. Mais dans celle-ci la ligne droite qui parcourt une ligne & en décrit une autre, part toûjours d'un point fixe, & varie de grandeur; dans l'autre, la ligne droite qui fait la même fonction, ne fait que passer toûjours par un point fixe, & demeure la même. * p. 73.

Cette génération supposée, il est visible que la partie décrivante de la ligne droite est toûjours l'hipotenuse d'un triangle rectangle, dont les deux autres côtez sont l'Abscisse & l'Ordonnée correspondante de la Courbe qui se produit. Cela seul fait l'Equation générale dont M. de Reaumur a besoin, & il est certain qu'il ne peut y en avoir une plus simple. Quand on specifie ensuite la ligne *parcouruë* ou *génératrice*, & qu'on détermine le point fixe, la partie parcourante de la ligne droite, & par consequent aussi la décrivante, tirent delà une specification, qui détermine la Courbe produite.

M. de Reaumur applique sa Formule générale à 5 hipotheses differentes; il prend successivement pour la ligne parcouruë, la ligne droite, les 3. sections Coniques, & la Spirale générale, que nous avons expliquée dans l'Hist. de 1704*. Nous ne pouvons le suivre dans le détail purement geometrique, & fort exact, où il entre sur les Courbes produites; il en donne les Tangentes, les plus grandes ou plus petites Ordonnées, les plus considerables positions par rapport aux Axes, les differens Rameaux, les Quadratures, &c. ce qui demande beaucoup de Calcul differentiel, & même d'integral. Nous ferons seulement ici deux remarques. * p. 47. & suiv.

1°. Quand la Courbe parcouruë est une Ellipse, & que la ligne droite qui la parcourt est son grand Axe, il est bien aisé de changer cette Ellipse en Cercle, & alors on retombe dans la seule hipothese que M. Carré ait examinée. La Courbe qui en naît est une Epicycloïde, dont la génératrice & la base seroient deux Cercles égaux, de sorte que la génération des Courbes de M. de Reaumur, quoiqu'assez differente en général de celle des Roulettes,

revient pourtant au même en ce cas-là.

2°. Quelque espece particuliere de la Spirale générale que soit la Courbe parcouruë, celle qui en naît est toûjours la même Spirale. Après ce que nous avons dit de la Spirale Logarithmique dans l'Hist. de 1705*, il semble que ce soit-là une destinée attachée aux Spirales.

* p. 145.

SUR UNE NOUVELLE PROPRIETE' DE LA CYCLOIDE.

V. les M. p. 224.

IL semble aussi qu'une destinée particuliere attachée à la Cycloïde, comme nous l'avons déja dit ailleurs, lui donne préferablement aux autres Courbes, un plus grand nombre de proprietez remarquables. On sçavoit qu'elle se reproduit elle-même par le développement, que ses arcs inégaux sont toûjours parcourus en tems égaux par un Pendule, qu'elle est la Courbe *de la plus vîte Descente**; Après tout cela, M. Parent lui a trouvé encore cette proprieté nouvelle & singuliere, qu'*un Corps qui la décrit ou la suit, en tombant librement & par son propre poids, la presse toujours également dans chacun de ses points.*

V. l'Hist. de 1699. p. 66. & 67.

Après la démonstration de M. Parent, qui convainquit tous les Geometres, M. Saurin fit reflexion qu'il falloit bien se garder de confondre ce Problême avec un autre qu'a résolu feu M. le Marquis de l'Hôpital, & qui cependant pourroit être pris pour le même. Il fut énoncé en ces termes dans l'Hist. de 1700*. *Trouver dans un plan vertical une ligne Courbe, telle qu'un Corps qui la décriroit descendant librement, & par son propre poids, la pressât toujours dans chacun de ses points, avec une force égale à sa pesanteur absolue.* M. de l'Hôpital trouva une ligne toute differente de la Cycloïde, & si differente qu'elle étoit geometrique, au lieu que la Cycloïde est mecanique, & par consequent si les deux questions étoient la même, l'une ou l'autre Solution seroit bien fausse. Or elles sont

* p. 78.

vraïes toutes deux. La difference des Problêmes ne vient point de ce que dans le second la force égale, qui presse la Courbe, doit être égale à la pesanteur absoluë du Corps. On peut retrancher cette condition sans rien changer à ce Problême, il suffit que la force qui presse soit toûjours égale. La difference est beaucoup plus délicate, quoique très-réelle, & vient d'une source plus éloignée, où nous allons tâcher de remonter sur les pas de M. Saurin. Nous y trouverons en même tems les premiers principes de la démonstration de M. Parent.

Un Corps pesant, qui tombe librement en suivant une Courbure concave, la presse & par son poids, & par sa force centrifuge, & la presse à un point quelconque selon que ces deux causes agissent plus ou moins. Ce poids agit d'autant plus, que l'Element infiniment petit de la Courbe sur lequel il est posé en cet instant, est plus incliné à l'Horizon, & n'agit jamais entier que quand cet Element est infiniment incliné, ou horizontal. La force centrifuge agit d'autant plus que la vîtesse du Corps en cet instant est plus grande, & que le Rayon de la Dévelopée de la Courbe à ce point est plus petit. Ces principes ont été expliquez ailleurs plus au long*. La pesanteur, & la force Centrifuge, toutes deux ayant une action inégale, sont donc tout ce qui compose la *force* du Corps qui presse la Courbe.

* V. les Hist. de 1700. p. 78. 79. & 80. & 1706. p. 60.

D'un autre côté, un Corps en mouvement qui presse un plan, le presse d'autant moins qu'il se meut plus vîte, parce qu'il s'y applique d'autant moins de tems, & que le nombre des percussions réïterées de sa pression est plus petit. On a vû quelquefois la Rouë d'un Carosse passer sur le bras d'un Homme sans le casser, parce que le Carosse alloit fort vite, & il y a d'autres exemples de grandes forces qui n'agissent point faute d'un tems suffisant. Le Corps qui tombe selon la Courbe la presse donc d'autant moins, ou, ce qui est la même chose, y fait d'autant moins d'*impression* qu'il se meut plus vîte.

On voit par-là combien se sont deux choses differen-

tes, que la force qui presse la Courbe, & l'impression faite sur la Courbe, non que l'impression ne soit d'autant plus grande, que la force l'est aussi, mais elle ajoûte à cela d'être d'autant plus grande que la vîtesse est plus petite. En un mot, elle suit en même tems la raison droite de la Force, & la raison renversée de la Vîtesse, ou, ce qui est la même chose, est composée de ces deux raisons.

La Courbe que M. de l'Hôpital a trouvée, devoit être pressée en toutes ses parties par une Force toûjours égale à la pesanteur absoluë du Corps, c'est-à-dire, que les actions variables de la pesanteur & de la force centrifuge devoient faire une somme toûjours égale au poids absolu. Aussi voit-on qu'à l'origine de cette Courbe la Force centrifuge est double de la pesanteur absoluë, qui tire alors selon une direction entierement opposée à la sienne, & agit toute entiere, doù il suit que la moitié de l'action de la Force centrifuge est détruite, & que ce qu'il en reste n'est qu'égal à la pesanteur absoluë. Ensuite jusqu'à un certain point, la Force centrifuge, quoiqu'elle diminuë toûjours, est toûjours plus grande que la pesanteur absoluë, mais son action est détruite en partie par celle de cette pesanteur que tire obliquement contr'elle, & l'est précisément autant qu'il faut pour conserver l'égalité essentielle à la Courbe. Il vient un point où la force centrifuge n'est qu'égale à la pesanteur absoluë, mais alors cette pesanteur n'a nulle action pour presser la Courbe, parce qu'elle ne tire que parallelement à ce petit côté de la Courbe. Après cela, jusqu'à l'extremité de la Courbe, qui s'étend à l'infini, la Force centrifuge, toûjours moindre que la pesanteur absoluë, est toûjours aidée précisément autant qu'il le faut par l'action de cette pesanteur, qui tire en même sens qu'elle, & se fortifie toûjours, jusqu'à ce qu'enfin à l'extremité de la Courbe, la Force centrifuge devienne nulle, & alors la pesanteur absoluë agit toute entiere. Mais depuis l'origine de la Courbe jusqu'à son extremité infiniment éloignée, la hauteur d'où le Corps tombe, & par consequent sa vitesse augmente toû-

jours, jusqu'à devenir enfin infinie, ce qui fait que la Courbe toûjours pressée par une force égale, l'est toûjours moins, & enfin infiniment peu. En effet, un Corps qui se meut infiniment vîte sur un plan, n'y peut faire qu'une impression infiniment petite.

Comme il est necessaire que la vîtesse d'un Corps, qui tombe le long d'une Courbe, augmente toûjours à chaque point, & que de ce chef la Courbe depuis son origine soit toûjours moins pressée, il est clair que si l'on veut qu'elle le soit toûjours également, la force, c'est-à-dire, la Force centrifuge & l'action de la pesanteur prises ensemble, doivent toûjours augmenter en même raison que la vitesse du Corps. M. Parent à démontré qu'elles croissoient selon cette proportion dans la Cycloïde, & par consequent elle est la Courbe toûjours également pressée, quoique par une force toûjours plus grande, au lieu que la Courbe de M. de l'Hôpital est toûjours moins pressée par une force toûjours égale.

M. Patent a remarqué que dans la Cycloïde, non-seulement la somme de l'action de la pesanteur, & de la Force centrifuge est toûjours proportionnée à la vitesse, mais que les deux quantitez, dont cette somme est formée, sont toûjours égales entr'elles. Quand le Corps qui tombe est arrivé au dernier petit arc de la Cycloïde, sa pesanteur y agit toute entiere, parce que cet arc est horizontal, & par consequent la Force centrifuge est alors égale à la pesanteur absoluë, & la force totale double de cette pesanteur. Comme la vitesse n'est alors que finie, l'impression faite sur la Courbe est finie aussi.

Puisque l'impression faite sur la Cycloïde est par-tout égale, il faut donc qu'elle soit finie dès l'origine de la Cycloïde, cependant on y trouve & la force centrifuge, & l'action de la pesanteur infiniment petites, & il paroît d'abord paradoxe qu'une force infiniment petite puisse faire une impression finie. Mais ce qui résout la difficulté, & peut-être est-ce encore un paradoxe qu'elle puisse être résoluë par-là, c'est que la vitesse est alors infiniment petite.

Si, comme nous l'avons dit, une force finie avec une viteſſe infinie ne fait qu'une impreſſion infiniment petite ſur un plan, une force infiniment petite avec une viteſſe infiniment petite fera une impreſſion finie Car ſi dans le premier cas la promptitude infinie du paſſage de la force ſur le plan, abaiſſe l'impreſſion qu'elle y fait infiniment au-deſſous du genre dont eſt la force, il faut que dans le ſecond la lenteur infinie du paſſage éleve l'impreſſion infiniment au-deſſus du genre dont eſt la force. On trouvera la même choſe par un calcul d'une ligne, en ſuppoſant, comme nous l'avons dit, que les impreſſions ſuivent la raiſon droite des forces, & la raiſon renverſée des viteſſes.

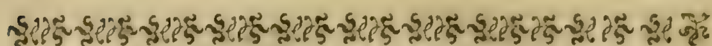
En tranſportant au Cercle les principes qui ſervent à trouver les impreſſions faites ſur la Cycloïde, M. Saurin a démontré que dans le Cercle la force totale croît comme les quarrés des viteſſes, & par conſequent ſelon une plus grande proportion que dans la Cycloïde, d'où il ſuit que l'impreſſion faite ſur la Cycloïde étant par-tout la même, elle doit toûjours croître dans le Cercle. Si un Corps tombe dans un quart de Cercle décrit ſur un rayon double de celui du Cercle générateur d'une Cycloïde, il aura toûjours à un point quelconque du quart de Cercle la même viteſſe qu'il auroit euë au point correſpondant de la Cycloïde, & Mrs Saurin & Parent ont remarqué que l'impreſſion ſur le dernier petit arc de la Cycloïde ſeroit à l'impreſſion ſur le dernier petit arc de Cercle, comme 2 à 3. Tout cela, ainſi que M. Saurin le fit voir, n'eſt qu'une ſuite de la Solution de M. de l'Hôpital. En ſubſtituant dans ſon Problême l'impreſſion au lieu de la force, on trouve auſſi-tôt les proprietez de la Cycloïde & du Cercle par rapport à cette impreſſion, & on trouvera auſſi celles de telle autre Courbe qu'on voudra.

SUR

SUR UNE METHODE DE DECRIRE *de grands Arcs de ſections coniques.*

LOrſque dans l'Architecture deux *Piédroits* paralleles entr'eux, ou inclinez l'un à l'autre, ce qui arrive ſouvent dans les fortifications à cauſe des grands talus, & des biais, doivent porter une Voute d'une Courbure quelconque, mais dont la hauteurs ne doit pas paſſer une certaine ligne que l'on aura déterminée ; ſi l'on demande à un Architecte que cette Voute ſoit un arc de Section Conique, il doit ſur ce qui lui eſt donné trouver le centre de la Section, ſi elle en peut avoir un, & l'eſpece dont elle eſt, car les deux Piédroits ſont toûjours deux Tangentes de l'arc aux points où ils lui donnent naiſſance, & la ligne qui détermine la hauteur de la Voute eſt une autre Tangente. Mais comme il arrive en pluſieurs cas que le centre de la Section en eſt ſi éloigné, que l'Architecte ne le peut marquer ſur le Mur où il fait ſon *trait*, s'il n'a que la direction ou la poſition d'un diametre, c'eſt-à-dire, d'une ligne qui paſſeroit par ce centre, il lui ſera alors plus difficile de décrire la Courbe, & de la décrire exactement. V. les M. p. 289.

M. de la Hire donne pour cette deſcription une Methode très-ſimple, fondée ſur les proprietez qu'il a démontrées dans ſon Traité des Sections Coniques imprimé en 1685 in fol. Il tire d'abord un ſecond diametre qui par ſa poſition à l'égard du premier, & par le point où il concourt avec lui ſoit au-deſſus, ſoit au-deſſous de la Section Conique, détermine de quelle eſpece elle eſt, après quoi on en trouve les points. Le prix d'une Methode geometrique augmente à proportion qu'elle demande moins de choſes connuës, & qu'elle ſemble deviner davantage.



ASTRONOMIE.

SUR LE RETOUR D'UNE TACHE de Jupiter.

V. les M. p. 235.

LA révolution de Jupiter sur son axe en 10 heures, moins quelques minutes, a été découverte & déterminée par le mouvement d'une Tache assez considérable que M. Cassini commença d'appercevoir sur le disque de cette Planette en 1665. Il continua de la voir pendant près de 2 ans, & elle lui parut fixe pendant tout ce tems-là, de sorte que & par sa grandeur, & par son adherence au disque de Jupiter, & par le grand nombre de ses révolutions, elle eut toutes les conditions necessaires pour donner sûrement le tems de la révolution de Jupiter sur son axe. Sa figure & sa situation par rapport aux Bandes paralleles qui paroissent dans Jupiter, furent très-exactement remarquées.

Elle disparut entierement en 1667, & ne reparut qu'en 1672, après quoi elle fut visible pendant près de 3. ans; enfin, pour abreger cette histoire, depuis 1665 jusqu'en 1708. elle a paru 8 fois, sa plus longue apparition a été de 3 ans, le plus long intervalle pendant lequel elle ait été invisible, a été de 14, & c'est le dernier de tous, au bout duquel M. Maraldi la revit au mois d'Avril de cette année. Il ne paroît dans tout cela aucune regularité, aucune proportion entre les tems où elle paroît, & ne paroît plus, seulement elle est reguliere en ce que quand elle reparoît, c'est précisément au même endroit du disque de Jupiter où elle devroit être par la révolution de 10 heures, supposé qu'elle fût permanente & fixe, car quoique la derniere fois qu'elle a paru, elle ait été de la

valeur de 2 heures moins avancée sur le disque de Jupiter qu'elle n'eût dû être par la révolution de 10 heures, cette difference peut n'être comptée pour rien, puisque selon le calcul de M. Maraldi, une erreur d'$\frac{1}{4}$ de seconde dans la révolution de 10 heures, erreur presque absolument inévitable, produira plus de 2 heures $\frac{1}{2}$ en 43 ans, intervalle des deux apparitions de 1665 & de 1708.

Le diametre apparent de cette Tache est au moins la 17e partie du diametre apparent de Jupiter, & par consequent son diametre n'est pas d'une moitié entiere plus petit que celui de la Terre qui en est la 10e partie.

La difficulté est de sçavoir si les retours de cette Tache tiennent à quelque chose de connu, soit qu'ils y tiennent comme à une cause, ou simplement comme à une circonstance, qui les accompagne toûjours, & si ce Phenomene a rapport à quelqu'autre Phenomene qu'on ait observé dans l'Univers.

Si les retours de la Tache se faisoient toûjours ou dans l'Aphelie, ou dans la Perihelie, ou enfin dans quelque autre distance déterminée de Jupiter au Soleil, on pourroit croire qu'elle dépendroit de quelque saison de Jupiter, comme les Néges qui couvrent sur la Terre de grands Païs à la fois, & qui de loin en changeroient l'apparence, dépendent de la saison de l'Hiver. Cependant à considerer la chose d'un peu plus près, les differentes distances de la Terre au Soleil sur l'Excentrique qu'elle parcourt n'ont aucun rapport aux saisons, & l'Aphelie de la Terre qui est presentement en Eté sera un jour en Hiver, sans qu'il arrive d'autre changement. D'ailleurs l'axe de la révolution journaliere de Jupiter est presque perpendiculaire à son Orbite, au lieu que celui de la Terre est considerablement incliné à l'Ecliptique, & delà il suit necessairement qu'il y a dans Jupiter un Equinoxe perpetuel, & très-peu de variation de saisons. Mais enfin, ce qui décide absolument, M. Maraldi remarque par une suite d'observations de 43 ans, que les retours de la Tache n'ont aucun rapport aux differentes distances de Jupiter au Soleil.

Le Soleil a auſſi des Taches, & quoique le Soleil & les Planetes, & par conſequent auſſi leurs Taches, ſemblent devoir être d'une nature très-differente, on ne laiſſe pas d'examiner ſi elles n'auroient point quelque reſſemblance, plutôt que de rien negliger. Nous avons dit dans l'Hiſt. de 1707* que les Taches qui paroiſſent en ſi grande quantité dans le Soleil ſont preſque toutes dans ſon Hemiſphere meridional. Celle de Jupiter dont il s'agit ici eſt pareillement dans l'hemiſphere meridional de cette Planete, adhérente à une des bandes qu'on y diſtingue, & même de toutes les Taches differentes de celle-ci qui ont paru en grand nombre dans Jupiter depuis 40 ans, il y en a eu beaucoup plus dans ce même hemiſphere que dans l'autre. En general elles ont juſqu'ici des deux côtez de l'Equateur de Jupiter une Zone d'une certaine largeur qui leur eſt affectée, & qui s'étend plus vers le midy que vers le Septentrion. Mais d'ailleurs il s'en faut bien que les Taches du Soleil ſoient auſſi durables que celles de Jupiter. On n'en a point vû dans le Soleil depuis 40 ans qui ayent fait plus de 3 révolutions, & celle de Jupiter dont nous parlons en fit plus de 2500 pendant les 3 années qu'elle fut viſible.

* p. 111.

Ce qu'il y a de plus vrai-ſemblable, c'eſt qu'elle dépend de la bande à laquelle elle paroît adhérente. Toutes les Bandes de Jupiter, ainſi que nous l'avons dit dans l'Hiſt. de 1699*, ſont ſujettes à de grands changemens; on n'a pas toûjours vû la Tache quand ſa Bande a paru, mais jamais on n'a vû la Tache ſans ſa Bande. Ainſi ſi ces Bandes ont quelque rapport à des Mers qui couvriroient & découvriroient alternativement de grands Païs, tantôt ſe joindroient, tantôt ſe ſépareroient, la Tache eſt un Golphe peut-être auſſi grand que notre Océan, & ce Golphe immenſe eſt quelquefois plein, & quelquefois à ſec. Mais n'eſt-il point trop temeraire de vouloir deviner de ſi loin? C'eſt une aſſez grande gloire pour l'induſtrie humaine d'appercevoir ſeulement quelque choſe à cette énorme diſtance.

* p. 78.

SUR UN GLOBE CELESTE

CONSTRUIT PAR RAPPORT AU MOUVEMENT des Etoiles fixes.

EUdoxe, disciple de Platon, ayant conçu de quelle importance étoit pour l'Astronomie la connoissance exacte de la position des Etoiles fixes dans le Ciel, puisque l'on rapportoit tous les mouvemens célestes à ces termes immobiles, en fit une Description, qui depuis servit de fondement au Poëme astronomique, qu'Aratus intitula les *Phenomenes*. La Description d'Eudoxe eut une utilité qu'il n'avoit pas prévûë, elle servit à reconnoître que les Etoiles fixes ne l'étoient point. Hipparque qui vint 200 ans après lui ne les trouva plus dans les positions qu'il avoit déterminées, & par l'examen qu'il fit du changement qui étoit arrivé, il vit que les fixes devoient avoir un mouvement d'Occident en Orient sur les poles de l'Ecliptique, & détermina ce mouvement d'un degré en 100 ans; c'est-à-dire, par exemple, qu'une Etoile qui en un certain tems marqué auroit été placée à l'intersection de l'Equateur & de l'Ecliptique, devoit être au bout de 100 ans plus avancée d'un dégré vers l'Orient, placée encore sur l'Ecliptique, mais non-plus sur l'Equateur, puisqu'un mouvement qui se fait sur les poles de l'Ecliptique ne change pas les distances par rapport à ce Cercle, mais seulement par rapport aux Cercles qui ne lui sont pas paralleles.

Cette étoile supposée s'étant avancée vers l'Orient, elle avoit laissé derriere elle à l'Occident l'intersection de l'Equateur & de l'Ecliptique, & par consequent le Soleil arrivoit à cette intersection & faisoit l'Equinoxe, avant que d'arriver à l'Etoile où s'étoit fait l'Equinoxe 100 ans auparavant. C'est-là ce qu'on appelle l'*anticipation* ou la *precession des Equinoxes*. Hipparque en avoit composé un Ouvrage.

Environ 350 ans après lui, Ptolomée adopta son hipothêse, mais on a trouvé dans la suite qu'ils faisoient le mouvement des fixes trop lent, & M. Cassini prenant un milieu entre toutes les observations & tous les calculs qu'il en a pû comparer, le détermine à 1 degré en 70 ans. La révolution entiere est donc de 25200 ans.

Dans le sisteme de Copernic, ce mouvement n'est qu'une apparence, & l'on doit avoüer que selon la Phisique il n'y a guere de vrai-semblance qu'il soit réel, c'est-à-dire, que cette multitude infinie de grands Corps lumineux, qui sont les fixes, suspendus à des distances immenses de la Terre, & apparemment fort inégales entr'elles, ayent tous sans exception un mouvement regulier qui se rapporte à la Terre, ou, ce qui est la même chose, à son Ecliptique, qui n'est faite que pour elle seule. Car pourquoi ne se rapporteroit-il pas aussi-tôt à l'Ecliptique de quelqu'autre Planete, ou, pour dire encore mieux, pourquoi se rapporteroit-il à l'Ecliptique de quelqu'une de nos Planetes? La Terre, & même tout le Tourbillon du Soleil, infiniment plus grand qu'elle, est trop peu de chose dans l'Univers, pour donner le branle à un si prodigieux mouvement.

Les Coperniciens imaginent que l'axe du mouvement journalier de la Terre est toûjours incliné de 23 degrez $\frac{1}{2}$ sur le plan de l'Ecliptique, qui est son Orbite autour du Soleil, ou, ce qui est la même chose, que l'axe de l'Equateur de la Terre fait toûjours un angle de 23 degrez $\frac{1}{2}$ avec l'axe de l'Ecliptique, qui est necessairement perpendiculaire au plan de l'Ecliptique. Imaginons ces deux Axes prolongez jusqu'au Ciel des fixes; l'un y déterminera un point qui sera le pole de l'Ecliptique de la Terre, & l'autre un point éloigné de 23 degrez $\frac{1}{2}$, qui sera le pole de notre Equateur. Ces deux poles déterminez donnent necessairement leurs Cercles qui en sont distans de toutes parts de 90 degrez, & par consequent on sçait par quelles étoiles fixes passent les deux Cercles qui répondent à l'Ecliptique de la Terre, & à son Equateur, & à quel-

les distances de l'un ou de l'autre sont toutes les autres fixes.

On sçait par quelle raison dans le sistême de Copernic la terre en faisant son cours autour du Soleil doit se mouvoir de sorte que l'axe de son Equateur soit toûjours parallele à lui-même, & nous avons dit dans l'Hist. de 1699* pourquoi la grandeur de l'Orbe annuel n'empêche pas que cet axe ne réponde pendant toute l'année aux deux mêmes points du Ciel, & n'y détermine toûjours les mêmes poles. Jusques-là rien ne change ni ne peut changer. * p. 80.

Mais si l'on conçoit que l'axe de l'Equateur de la Terre ne soit pas immobile par rapport à celui de son Ecliptique qui le sera toûjours, & qu'il tourne à l'entour en un certain tems, sans neanmoins changer l'angle qu'il fait avec lui, alors il est manifeste que cet axe mobile déterminera toûjours successivement dans le Ciel de nouveaux points pour poles de la Terre, que par consequent l'Equateur de la Terre dans le Ciel changera toûjours, & passera par d'autres Etoiles fixes, & que cependant l'Ecliptique de la Terre, dont l'axe sera immobile, ne changera point dans le Ciel, & passera toûjours par les mêmes fixes, que même son angle avec l'Equateur demeurera constant, qu'enfin il n'y aura nulle variation dans la position des fixes par rapport à l'Ecliptique, mais seulement par rapport à l'Equateur, ce qui est la même chose que si les fixes avoient réellement un mouvement sur les poles de l'Ecliptique. Il ne faut donc, pour expliquer ce phenomene, que supposer le mouvement circulaire de l'axe de l'Equateur de la Terre autour de l'axe de son Ecliptique, leur angle demeurant le même.

Il est vrai que l'axe de notre Equateur ne peut se mouvoir de cette sorte, sans cesser d'être parallele à lui-même dans ses differentes situations, quoique le sistême de Copernic demande qu'il le soit toûjours. Mais comme ce mouvement est d'une si grande lenteur qu'il ne va qu'à 51″ par an, un défaut de parallelisme qui n'est que de 51″

distribuées dans toute une année, est nul phisiquement, & par rapport aux effets.

S'il étoit averé que la déclinaison de l'Ecliptique, ou, ce qui est la même chose, son angle avec l'Equateur, changeât, il seroit bien aisé dans cette même hipothêse de rapporter cette variation à ce que l'axe de notre Equateur en tournant autour de celui de l'Ecliptique ne conserveroit pas toûjours exactement le même angle avec lui, & il faut convenir que selon la Phisique rien ne seroit plus naturel. Mais jusqu'à present l'Astronomie ne trouve dans l'angle de l'Ecliptique & de l'Equateur aucune variation, qui ne puisse être legitimement rapportée aux erreurs inévitables des operations, si ce n'est que l'on pense, & peut-être seroit-il raisonnable de le penser, que les irrégularitez phisiques des mouvemens célestes devenuës peu sensibles de si loin causent en partie ce que nous appellons les erreurs inévitables des operations, & que nous ne devons pas entierement nous prendre à nous-mêmes du manque d'uniformité exacte qui s'y trouve toûjours.

On doit donc voir, ainsi que l'on commence à le voir depuis 2000 ans, les poles de l'Equateur décrire en 25200 ans autour de ceux de l'Ecliptique un Cercle dont le raïon soit de 23 degrez $\frac{1}{2}$. Par consequent les mêmes fixes s'éloignent ou s'approchent continuellement du pole de l'Equateur, & par exemple, l'Etoile nommée aujourd'hui polaire, qui du tems d'Eudoxe en étoit éloignée de 12 degrez, ne l'est presentement que de 2° 18′, & ne le sera dans 400 ans que de $\frac{1}{2}$ degré.

La premiere Etoile d'*Aries* qui étoit autrefois à l'intersection de l'Ecliptique & de l'Equateur, en est presentement à 29 degrez vers l'Orient, & presque toute la Constellation d'Aries est sortie du signe ou de la 12e partie du Zodiaque qui porte encore son nom, & le portera toûjours. M. Cassini trouve par son hipothêse de 1 degré en 70 ans que cette premiere Etoile d'Aries a dû être dans l'intersection de l'Ecliptique & de l'Equateur 330 ans avant J. C.

J. C. c'eſt-à-dire, du tems d'Alexandre le Grand & d'Eudoxe, & qu'elle dût être avancée de 6 degrez 40′ du tems d'Antonin, ſous lequel vêcut Ptolomée, qui lui donne effectivement cette poſition.

Par tout ce qui a été dit, il eſt clair qu'un Globe Céleſte, où les Conſtellations ont été placées comme elles l'étoient au tems de ſa conſtruction, ne repreſente plus dans la ſuite leurs poſitions véritables, à moins qu'on ne les imagine changées ainſi qu'elles le doivent être ſelon le tems écoulé. Mais M. Caſſini a fait voir à l'Academie un Globe, dont il rend l'uſage perpetuel, ſans qu'il ſoit beſoin d'y concevoir ni d'y faire aucun changement. Il peut tourner & ſur l'axe de l'Equateur, comme font tous les Globes, & ſur celui de l'Ecliptique; c'eſt en cela que conſiſte la ſingularité de la conſtruction. On décrit autour du pole de l'Ecliptique le cercle de 23 degrez $\frac{1}{2}$ de rayon, que le pole de l'Equateur doit décrire en 25200 ans, & quand pour une certaine Epoque on a placé le pole de l'Equateur ſur ce cercle au point qu'il faut, on l'y arrête fixement, & le Globe ne tourne plus que ſur l'axe de l'Equateur pour les opérations ordinaires. Cette legere idée de ſa conſtruction ſuffira pour mettre ſur la voïe ceux qui en voudroient avoir un pareil. Il eſt aſſez agréable de voir d'un ſeul coup d'œil quel étoit le Ciel de nos Ayeux, ou quel ſera celui de notre poſterité.

SUR LA COMETE DE 1707.

ET

SUR LES COMETES EN GENERAL.

LA Comete de l'année précédente * qui ne fut apperçuë à Paris que le 28 Novembre, & ne put être obſervée que juſqu'au 25 Decembre, fut apperçuë à Bologne par M[rs] Manfredi & Stancari dès le 25 Novembre, & ob-

* V. les M. p. 323. V. l'Hiſt. de 1707 p. 103. & ſuiv.

servée par les mêmes Astronomes jusqu'au 17 Janv. 1708. Ils ont envoïé leurs observations à Mrs Cassini & Maraldi qui en ont fait un supplément aux leurs, & ont ajoûté au cours de la Comete qu'ils ont vû la partie qui a été vûë par ces habiles Correspondans.

* p. 104. & suiv.
L'Hist. de 1706 * a expliqué l'hipothêse astronomique de M. Cassini sur le mouvement des Cometes, l'Hist. de 1707 commença à en faire l'application à la Comete de la même année, & cette application s'est soûtenuë avec une assez grande justesse par les observations de Bologne.

La Comete alloit presque directement du Midi au Septentrion, & par consequent sa *latitude* ou son éloignement de l'Ecliptique augmentoit toûjours. Mais sur la fin cette latitude vint à diminuer, c'est-à-dire, que la Comete commençoit à retourner du Septentrion au Midy, & en même tems elle parut aller un peu obliquement de l'Occident vers l'Orient. Delà M. Maraldi conjecture qu'elle pourroit avoir été quelque tems stationnaire à la maniere des Planetes, puisqu'elles en imitoit aussi les retrogradations.

Pour entendre ces irrégularitez de son cours dans le sistême de M. Cassini, imaginons un Satellite de Jupiter, à qui la Terre voit faire au tour de Jupiter une révolution entiere. Nous avons dit dans l'Hist. de 1707 * que quoique réellement & à l'égard de Jupiter il se meuve toûjours d'Occident en Orient, il ne nous paroît avoir cette direction que dans la moitié superieure de son orbite, & que dans la moitié inferieure il nous en paroît avoir une contraire. S'il est direct dans l'une, il est retrograde dans l'autre. Que l'on conçoive la moitié inferieure divisée en arcs égaux, & qu'à toutes ces divisions on tire du centre de la Terre des lignes droites prolongées jusqu'à la moitié superieure, il est visible que les arcs égaux seront vûs sous des angles d'autant plus grands, qu'ils seront plus proches de la perpendiculaire tirée du centre de la Terre au centre de l'Orbite, que par consequent le Satellite paroîtra se mouvoir d'autant plus lentement qu'il s'éloi-

* P. 93.

gnera plus de cette ligne, que dans deux points de ſon cours non conſecutifs, & éloignez de quelque intervalle, pris toûjours deux à deux, l'un dans la moitié inferieure, l'autre dans la ſuperieure, il ſera ſur la même ligne droite tirée de la Terre, ou, ce qui eſt la même choſe, ſera rapporté deux fois en une révolution au même point du Ciel, l'une étant directe, & l'autre étant retrograde, que les deux lignes *extrêmes* tirées de la Terre de part & d'autre de la perpendiculaire étant Tangentes de l'Orbite ſont les ſeuls qui ne la rencontrent qu'en un point, ou plutôt qui ſe confondent ſenſiblement chacune avec un arc d'une certaine étenduë, que par conſequent tant que le Satellite parcourt cet arc, il eſt toûjours rapporté au même point du Ciel, ou, ce qui eſt la même choſe, paroît *ſtationnaire*, & il faut remarquer que ces deux endroits de l'Orbite étant encore en même tems & ceux où le mouvement apparent eſt le plus lent, & ceux où le mouvement direct ſe change en retrograde ou au contraire, il eſt naturel que l'un de ces deux mouvemens qui ſe change en l'autre avec lenteur produiſe en ces deux endroits une immobilité apparente.

Si l'on ſuppoſe que la Comete de 1707 fût une Planete, ou, ce qui revient au même, un Satellite de quelque Aſtre beaucoup plus éloigné de nous que Jupiter, il eſt aiſé de lui appliquer ces idées. Seulement il y faut ajoûter que le plan de ſon Orbite ſera fort incliné au plan de l'Ecliptique, & que l'angle aigu des deux plans ſera du côté de l'Orient. Moyennant cela, le Cercle du mouvement de la Comete ſera pour nous une Ellipſe fort longue, & fort ſerrée, nous verrons cet Aſtre ſe mouvoir en ligne droite tant qu'il ſera dans la moitié inferieure de cette Ellipſe apparente, mais quand il paſſera de la moitié inferieure à la ſuperieure il paroîtra quelque tems immobile ou ſtationnaire, après quoi la courbure de l'Ellipſe étant plus ſenſible en cet endroit que par-tout ailleurs, ou plutôt ne l'étant qu'en cet endroit, il ne paroîtra plus ſuivre une même ligne droite, mais en prendre

une autre avec une direction contraire, parce qu'il commencera à être dans la moitié superieure, & comme l'inclinaison supposée de son orbite sur le plan de l'Ecliptique ne peut être apperçuë que dans ce passage, ou ce détour, la Comete aura une direction composée & de celle que lui donne le passage de la moitié inferieure dans la superieure, & de celle que lui donne l'inclinaison de son Orbite, devenuë sensible.

Quand elle a disparu à cause de son éloignement, qui augmentoit toûjours, elle étoit, selon l'hipothêse de M. Cassini, 8 fois plus éloignée de la Terre que quand elle parut à Bologne pour la premiere fois le 25 Novembre, 3 jours après son Perigée.

A cette occasion M. Cassini a fait plusieurs reflexions sur les Cometes en general. Nous en détacherons ici principalement ce qui appartient à leur Histoire. Il est necessaire qu'elle soit bien établie, pour pouvoir servir de fondement à un sistême, si cependant il nous est jamais permis d'aller jusques-là.

1°. Tout le monde sçait que les Cometes ne sont point assujetties à la direction générale & unique du mouvement qui emporte d'Occident en Orient toutes les Planetes renfermées dans le Tourbillon du Soleil. Elles vont quelquefois d'Orient en Occident comme la seconde de 1702*, & celle de 1706*; quelquefois elles vont ou du Midi au Septentrion, comme celles de 1472, de 1556, de 1707, ou du Septentrion au Midi, comme celles de 1689, & 1699, & cela assez directement, de sorte qu'elles coupent l'Ecliptique sous de grands angles. On peut comparer celles qui vont d'Orient en Occident à un Nageur qui iroit droit contre le fil de l'eau d'une Riviere, & la remonteroit, & celles qui vont d'un Pole vers l'autre à un Nageur qui traverseroit la Riviere. Ces deux mouvemens sont opposez à celui de l'eau, qui ne peut être surmonté que par une assez grande force. Il peut y en avoir un troisiéme moyen entre ces deux, qui en même tems remonte & traverse; aussi y a-t'il eu une Comete en 1472,

* V. l'Hist. de 1702. p. 67.
* V. l'Hist. de 1706. p. 104.

dont le cours avoit en même tems les deux sortes d'opposition au mouvement général du Tourbillon.

2°. Quoiqu'il soit plus difficile de remonter une riviere que de la traverser, les Cometes qui vont d'un Pole vers l'autre sont plus rares que celles qui vont d'Orient en Occident.

3°. Si les observations de la Comete de 1472 sont bien sûres, elle parcourut plus de la moitié d'un grand Cercle, & on jugea même qu'elle avoit pû le parcourir entier, parce qu'elle étoit encore assez grande, & avoit un grand mouvement, quand elle se cacha dans les rayons du Soleil. Elle auroit été unique à cet égard. Celle de 1556 fit la moitié d'un grand Cercle, ce qui est rare.

4°. Quand M. Cassini a cherché la parallaxe des Cometes qu'il observoit, il ne leur en a trouvé que 30, 40, ou 45″ tout au plus; qu'il n'a pas même pû s'assurer entierement qui appartinssent à la parallaxe. Cependant on en donne 6 degrez à la Comete de 1472, ce qui la mettroit 6 fois plus proche de la Terre que n'est la Lune. Il est vrai que sa vitesse de près de 40 degrez par jour dans son Perigée, & la grande portion de Cercle qu'elle parcourut, semblent répondre à cette grande proximité de la Terre; mais malgré cela les 6 degrez de parallaxe ne sont pas fort vrai-semblables. M. Bianchini en trouva 13′ à la seconde Comette de 1702, c'est-à-dire, qu'elle n'auroit été que 5 fois plus éloignée de la Terre que la Lune, & cet éloignement est très-petit par rapport à celui où l'on est obligé de placer les autres Cometes, qui n'ayant que très-peu ou point de parallaxe ne sçauroient être moins éloignées que Mars, la derniere Planete à qui l'on en puisse trouver.

5°. M. Cassini rapporte 6 Cometes depuis l'an 1580, qui après leur premiere apparition ont toûjours augmenté de grandeur & de vitesse apparentes, pendant differens tems, dont le plus court a été de 10 jours, & le plus long de 43.

Les reflexions que ces faits peuvent produire, se pre-

sentent si naturellement, qu'il est presque inutile de les exposer ici. Les Cometes ne sont pas des feux qui s'allument subitement, & ne tendent ensuite qu'à s'éteindre, puisqu'il y en a qui augmentent de grandeur pendant des tems considerables. On pourroit peut-être penser de celles-cy, que ce seroient des matieres qui ne se seroient pas d'abord allumées dans toute leur étenduë, & dont l'embrasement auroit toûjours été en augmentant jusqu'à un certain point; mais pourquoi augmenteroient-elles toûjours de vitesse aussi bien que de grandeur, & selon la même raison? La conformité parfaite de cés deux augmentations apparentes marque qu'elles tiennent toutes deux à un même principe, qui ne peut être que le changement de distance; ce même raisonnement a lieu sur la diminution de la grandeur, & celle de la vitesse, qui vont toûjours ensemble, & par consequent les Cometes ne sont pas des productions fortuites & passageres, qui naissent ou périssent, se fortifient ou s'affoiblissent selon qu'il paroît à nos yeux. De plus, il seroit inconcevable que des productions accidentelles formées dans l'étenduë du Tourbillon du Soleil, pussent avoir des directions de mouvement contraires à celle de tout ce Tourbillon. Car ne seroient-elles pas indifferentes d'elles-mêmes à toutes sortes de direction, & ne prendroient-elles pas necessairement celle du Liquide où elles floteroient? & quand on supposeroit que par leur formation même, & par la maniere dont elles s'embraseroient, elles auroient une certaine direction de mouvement, comme ces fusées naturelles qu'on voit quelquefois en l'air, elles ne la conserveroient pas long-tems dans un Liquide qui lui resisteroit toûjours & par consequent diminuëroit leur vitesse d'instant en instant, jusqu'à ce qu'il l'eût entierement détruite, après quoi il ne leur resteroit que celle de ce Liquide même, qui les emporteroit selon sa direction. La plus grosse Comete n'est qu'un Atome en comparaison de ce fluide immense où elle nage, & le moyen qu'elle s'y conservât une direction de mouvement opposée à la sienne?

Il faut donc que les Cometes soient des Corps aussi anciens que le Monde, des Planetes qui n'auroit à la portée de notre vûë qu'une certaine partie de leur cours, ordinairement assez petite. Il seroit commode de la pouvoir placer au-dessus de Saturne, dans une Région, où l'on imagineroit, comme a fait ingenieusement M. Villemot, des Courants irréguliers d'une infinité de directions differentes. Mais quoique la plûpart des Cometes, dont les directions sont contraires à celles du Tourbillon, soient assez élevées pour pouvoir être placées où l'on voudra, il y en a cependant quelques-unes qui ne laissent pas cette liberté; la seconde de 1702, par exemple, n'étoit que 5 fois plus élevée que la Lune, & en même tems elle alloit contre le mouvement général du Tourbillon. Toutes les difficultez de la résistance du Milieu reviennent. Quoique la Comete pût avoir par elle-même un mouvement assez fort pour vaincre d'abord celui du Liquide où elle étoit entrée, il ne seroit pas possible que ce mouvement ne s'affoiblît bien-tôt, & cela sans que la grandeur apparente diminuât, & d'autant plus sensiblement que le cours visible de la Comete seroit plus long. Cependant en supposant avec M. Cassini que son mouvement soit égal en lui-même dans tout le tems où nous la voyons, & qu'il n'y ait que la variation de la distance qui en fasse l'inégalité apparente, le calcul s'accorde avec les observations aussi parfaitement qu'on puisse souhaiter, ce qui n'arriveroit pas, si le mouvement avoit une diminution réelle, toûjours plus grande, & plus sensible.

On se délivreroit tout d'un coup de tous les embarras qui peuvent naître de ces directions de mouvemens, en supprimant, comme a fait un des plus grands genies de ce siécle, toute cette matiere fluide immense, que l'on imagine communément entre les Planetes, & en les concevant suspenduës dans un Vuide parfait. Mais ce moyen de lever une difficulté pourroit en avoir lui-même de très-grandes. Il nous suffit presentement d'avoir fait sentir une partie de celles que l'on aura à vaincre dans un sistême M. Newton.

phisiques des Cometes ; c'est en quelque sorte annoncer par avance la gloire de ceux qui l'entreprendront.

SUR LES TROIS ECLIPSES
DE CETTE ANNEE.

V. les M. p. 179. 182. 185. 403. 405. 407. 409. 410 415.
LEs deux Eclipses de Lune du 5 Avril, & du 29 Septembre ne purent être observées à Paris qu'assez imparfaitement. Celle de Soleil du 14 Septembre le fut mieux.

On sçait combien les Eclipses sont précieuses aux Astronomes, à cause qu'elles donnent immédiatement & par observation des points déterminez, & certains du mouvement des Planetes, ce qui sert ensuite ou à verifier ou à corriger tout ce que l'on n'a que par supposition, & en quelque sorte que par conjecture. Sur-tout l'Eclipse du 29 Septembre devoit être dans des circonstances qui en faisoient desirer une observation exacte, préferablement aux deux autres. Le Soleil & la Lune étoient alors tous deux vers leurs *moyennes distances*, c'est-à-dire, vers la partie de leurs Cercles Excentriques, qui est également distante de l'Apogée & du Perigée. Si on suppose que la Terre se meuve autour du Soleil comme les Planetes, l'Apogée le Perigée du Soleil deviennent l'Aphelie, & le Perihelie de la Terre. On a expliqué dans l'Hist. de 1704 * ce que c'est que l'*Equation* du mouvement des Planetes. Les Astronomes dans la construction de leurs Tables supposent que cette Equation commence à l'Aphelie d'une Planete, & y est nulle, aussi-bien qu'au Perihelie où elle finit, & delà il suit évidemment qu'elle est la plus grande qu'elle puisse être aux moyennes distances. Si l'on s'est trompé dans la quantité dont on fait l'Equation, l'erreur ne sera jamais plus sensible que quand l'Equation est fort grande, & par consequent pour verifier les Equations du Soleil & de la Lune, il étoit avantageux d'avoir une Eclipse où ils

* p. 65. & 66.

fussent tous deux vers leurs moyennes distances, mais des trois Eclipses celle-là fut justement la plus mal observée à Paris, & tout ce qu'on a pû faire, ç'a été d'y suppléer par les observations que l'on euës d'ailleurs.

M. Cassini a trouvé par sa Methode qu'elle a été dans l'Eclipse du 14 Septembre le chemin de l'ombre de la Lune sur la Terre, comme il l'avoit trouvé dans les Eclipses du 23 Septembre 1699 *, & du 12 Mai 1706 *. Dans la derniere Eclipse l'ombre a été d'Occident en Orient déclinant vers le Midi, elle a commencé vers la Groënlande, a parcouru ensuite toute l'Europe, & presque toute l'Asie, & a fini vers le Japon ou vers la Tartarie Orientale. Par-là M. Cassini détermine aisément en quels lieux l'Eclipse a été totale, ou de 6 doits, ou enfin de telle autre phase qu'on voudra. L'ombre a eu une direction de mouvement semblable à celle de l'ombre de 1699, & contraire à celle de l'ombre de 1706. Il est aisé d'en voir la raison par ce qui a été dit dans l'Hist. de 1706. Les ombres de de 1706, & de cette année se seroient croisées en Moscovie.

*V. l'Hist. de 1699. p. 76.
* V. l'Hist. de 1706. p. 116.

SUR LES REFRACTIONS

On continuë toûjours d'approfondir la matiere des Refractions *, grace aux observations que l'on reçoit du P. Laval.

Du Saint Pilon, qui est un Rocher élevé au-dessus de la Sainte Baume, il a observé la variation apparente de l'Horison de la Mer, & il a trouvé qu'elle étoit comprise entre 56', & 57' 45", au lieu que cette même variation observée de son Observatoire de Marseille est comprise entre 11' 46" & 14' 30", qui sont des limites plus éloignées l'une de l'autre que les premieres. Cette experience prouve ce que nous avions déja prouvé geometriquement dans l'Hist. de 1707 à l'endroit qui vient d'être cité, que la Refraction qui éleve toûjours l'extremité de l'Horison appa-

V. les M. p. 456.
* V. les Hist. de 1706. p. 101. & suiv. & de 1707. p. 89. & suiv.

rent, & l'éleve inégalement en differens tems, l'éleve moins inégalement quand il est observé d'une plus grande hauteur, ou, ce qui revient au même, que les inégalitez de cette élevation sont moins sensibles.

Il est vrai, selon la remarque de M. Cassini le fils, que le P. Laval n'a pas fait une aussi longue suite d'observations sur le S. Pilon qu'à Merseille, & que par-là on pourroit soupçonner qu'il n'a pas eu le tems de s'appercevoir de la plus grande inégalité que les Refractions puissent causer à l'élevation de l'Horizon de la Mer vû du Saint Pilon, mais comme la Geometrie prouve que ce qu'il a trouvé il a du le trouver, on peut assez raisonnablement s'en tenir là, & tout au plus seroit-il permis de croire que l'inégalité peut aller un peu plus loin.

Par les observations du Barometre que le P. Laval a faites sur le Saint Pilon, ainsi que nous l'avons dit cy-dessus *, & par la Methode dont nous y avons parlé, M. Cassini le fils a trouvé que le Saint Pilon doit être élevé de 481 toises sur le niveau de la Mer. Il trouve aussi en supposant le Rayon de la Terre tel qu'il a été déterminé par l'Academie, que de cette hauteur de 481 toises on doit voir dans un milieu uniforme & sans refraction un arc de la circonference de la Terre, qui soit de 58′ 57″. Cet arc est plus grand, comme il doit l'être, que tous ceux que le P. Laval a observez, & que la refraction diminuoit necessairement en les élevant. On peut remarquer que dans les observations du Saint Pilon il ne s'est point trouvé comme dans celles de Marseille de arcs plus grands que le *veritable*, c'est-à-dire, celui qui seroit vû dans un Milieu sans refraction. La raison que l'Hist. de 1707 a rapportée de cette fausse apparence vûë à Marseille, ne peut convenir à des observations faites à une plus grande distance telle que celle du sommet du Saint Pilon, car on n'y verra plus l'image du Ciel reflechie par la Mer, & cela même confirme ce que M. Cassini avoit pensé.

* p. 27. & 28.

Le P. Laval a trouvé au Saint Pilon que le Barometre

& le Thermometre ne varioient point, tandis que l'Horizon de la Mer a donné ſa plus grande variation, c'eſt-à-dire, que les refractions n'ont rapport ni a la peſanteur, ni à la chaleur de l'Air, Seulement il a remarqué que lorſqu'elles élevoient le plus l'Horizon, l'air étoit aſſez ſerain, & le vent Sud-Oüeſt foible, & qu'au contraire lorſqu'elles ont laiſſé paroître l'Horizon le plus bas, il y avoit une brume, & un vent de Nord-Oüeſt aſſez frais. Mais on n'en eſt pas encore à pouvoir ſeulement établir ſur cela des principes d'experience.

SUR DES TACHES DU SOLEIL.

PEndant plus de la premiere moitié de cette année le Soleil a été ſans Taches, & les Aſtronomes de l'Obſervatoire n'ont commencé d'en appercevoir que le 11 Août. C'étoit une longue traînée de petites Taches terminée par deux plus groſſes, qui étoient éloignées l'une de l'autre à peu près de la 15[e] partie du diametre du Soleil. Les deux principales étoient accompagnées de leurs nebuloſitez, & les petites changeoient de place & de figure d'heure en heure. Le tout étoit déja fort avancé ſur le diſque du Soleil au tems de ſa premiere apparition, & l'on étoit ſûr qu'il ne paroiſſoit rien les jours précedens. On détermina que la plus Occidentale des deux groſſes Taches paſſoit par le milieu du diſque dès le lendemain à 6 heures $\frac{1}{2}$ du matin, & la plus Orientale à 11 heures du ſoir, & qu'elles avoient ſur le globe du Soleil une déclinaiſon Meridionale de 6 à 7 degrez. On a expliqué dans l'Hiſt. de 1707 * par quelle Methode ſe font ces déterminations. Ces Taches ne furent vûës que juſqu'au 18.

* p. 106. & ſuiv.

Selon l'hipothêſe de la révolution du Soleil ſur ſon axe en 27 jours $\frac{1}{2}$, les Taches qui avoient paſſé par le milieu du diſque le 12 Août devoient reparoître au bord Oriental le 2 Septembre, ſi elles avoient à reparoître. On vit effectivement de petites Taches à ce bord là, & ce jour-

là. La plus grosse passa par le milieu du Soleil le 8 à 2 heures après midi, & comme du 12 Août à 6 heures du matin au 8 Septembre à 2 heures après midi, l'intervalle est de 27 jours & 7 à 8 heures, on auroit pû croire que cette Tache étoit la plus Occidentale de celles du mois précédent, dont la révolution étoit un peu plus courte que celle du Soleil, à cause de quelque mouvement particulier; mais quand M. de la Hire vint à la poser sur le globe du Soleil, il lui trouva une déclinaison Meridionale trop petite, Les Astronomes de l'Academie observerent ces Taches jusqu'au 12, & même divers Observateurs les apperçurent encore le 14 pendant l'Eclipse du Soleil.

Le 14 Novembre on apperçut des Taches déja si avancées sur le disque, que la plus grosse qui étoit aussi la plus Occidentale passa par le milieu du Soleil le 16 à 8 heures du soir. Elle avoit une déclinaison Meridionale de 4 à 5 degrez. On continua de l'observer jusqu'au 18. Par la déclinaison elle auroit pû être la même que celle de Septembre, mais elle ne le pouvoit pas être par la revolution.

Le 24 Novembre il parut vers le bord Oriental deux Taches dont la plus grosse étoit la plus Septentrionale. Elle avoit une déclinaison Meridionale de 6 à 7 degrez, & elle dût passer par le milieu du disque le 29 vers le Midi, Elle pouvoit être la même que celle du mois d'Août, & par la déclinaison parfaitement égale, & par la révolution quoiqu'un peu trop courte de quelques heures, pourvû qu'on lui supposât quelque petit mouvement particulier. De plus les figures convenoient assez.

Le 1 Decembre on a vû encore quelques amas de Taches déja fort avancez sur le disque, mais le Ciel n'a pas permis, ni que cette observation fût assez exacte, ni qu'on la poursuivît.

DIVERSES OBSERVATIONS CELESTES.

I.

ON a mandé de Clermont en Beauvaisis à Mrs Cassini, que le 7 Mai on y avoit vû autour du Soleil une Couronne spacieuse, & parfaitement ronde, qui avoit les couleurs de l'Arc-en-Ciel. Il s'y joignoit une espece de Colonne qui tournoit un peu en rond, & avoit les mêmes couleurs, mais plus foibles. Elle étoit aussi un peu moins large. Le lendemain le même phénomene parut encore, à celà près qu'au lieu de la Colonne c'étoient deux petites Couronnes qui se joignoient à la grande.

II.

Le 30 Juillet vers le coucher du Soleil il fit un orage assez long, & dans le milieu de sa durée le Ciel s'éclaircit un peu vers le Couchant. Il étoit fort rouge, & entremêlé de nuages épais. M. de la Hire vit alors à l'Orient un Arc-en-Ciel très-bien formé, & qui étoit un demi-cercle parfait, parce que le Soleil étoit à l'Horizon. Cet Arc-en-Ciel n'étoit que d'un rouge assez clair & assez vif, à l'exception d'une petite bande bleuë qui le terminoit en dedans. La partie du Ciel enfermée dans l'Arc étoit aussi d'un rouge assez clair, mais de beaucoup plus foible. Au dehors le Ciel étoit noir, & l'on appercevoit le second Arc-en-Ciel rouge aussi, mais foible comme il doit l'être.

Ce rouge vif du premier Arc, & qui donnoit l'exclusion aux autres couleurs, si ce n'étoit à un peu de bleu, venoit sans doute de la couleur du Couchant, aussi-bien que le rouge de la partie du Ciel comprise dans l'Arc, & il est à remarquer que ce rouge du Couchant ne laissoit pas de produire du bleu, qui est une couleur très-differente. Cette observation n'est considerable, que par-

ce qu'elle peut servir à l'examen du Sistême de l'illustre M. Newton, qui sur des experiences très-curieuses, & faites avec une adresse infinie soûtient que differens raïons du Soleil ont par eux-mêmes une couleur differente déterminée, & inalterable.

MOnsieur Bianchini a envoïé à l'Academie un Dessein d'un fragment de marbre trouvé a Rome en 1705, où se voit un reste d'un Planisphére céleste Egiptien & Grec, gravé sur la pierre. Il est divisé par des circonferences concentriques, qui le partagent en diverses bandes, toutes divisées en 12 parties égales par des lignes droites dirigées au centre. Dans l'espace circulaire du milieu on voit 3 Constellations, le Dragon & les deux Ourses, Dans la bande qui suit sont des figures d'Animaux, qui devoient être au nombre de 12, & dont il n'en reste que 4. d'entieres. Les deux bandes suivantes contiennent chacune les 12 Signes du Zodiaque, quelques-uns sont encore entiers. La Balance est portée dans la main d'une figure humaine, & par là on peut conjecturer que ce Planisphére a été fait depuis Auguste; car il paroît par des passages de Virgile & d'Ovide, que de leur tems le Scorpion tenoit encore la place de deux Signes, ou que du moins il n'étoit pas encore si nettement décidé qu'il n'en fût qu'un, & que la Balance fût le Signe suivant. Au-dessus de chaque Signe du Zodiaque, dans une autre bande, il y a 3 figures humaines, dont quelques-uns ont des têtes dAnimaux, & sont des Chimeres Egiptiennes. Le reste du Planisphere est dans le même goût; ce sont, par exemple, les figures des Planetes qui répondent à certaines divisions des Signes du Zodiaque, avec lesquelles il a plû aux anciens Astrologues de leur donner des rapports imaginaires. En général le Planisphere est plus Astrologique qu'Astronomique, & par là il n'est guere du ressort de l'Academie. Ce n'est pas que l'histoire des folies desHommes ne soit une grande

partie du ſavoir, & que malheureuſement pluſieurs de nos connoiſſances ne ſe réduiſent-là; mais l'Academie a quelque choſe de mieux à faire.

NOus renvoyons aux Memoires

L'Obſervation de l'Eclipſe d'Antarés par la Lune, de M. Caſſini le fils. V. les M. p. 1.

L'Extrait & les comparaiſons qu'il a faires des Obſervations du P. Feüillée aux Indes Occidentales en 1704, 1705 & 1706. V. les M. p. 5.

L'Eclipſe de Venus par la Lune le 23 Fevrier, obſervée par Mrs Caſſini, de la Hire, & Maraldi. V. les M. p. 106. 107. & 110.

L'Extrait fait par M. Caſſini le fils des Obſervations du P. Feüillée en Sardaigne & à Malte. V. les Mem. p. 168.

L'Obſervation d'un Cercle lumineux autour du Soleil par M. de la Hire. V. les M. p. 180.

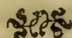
L'Obſervation de la Conjonction de Jupiter avec la Lune arrivée le 30 Avril par M. Caſſini le fils. p. 195.

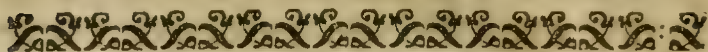
Le paſſage de la Lune par les Pleïades obſervé par Mrs Caſſini, Maraldi & de la Hire. p. 297. & 299.

GEOGRAPHIE.

NOus renvoyons aux Memoires

La recherche que M. Deliſle a faite de la poſition de l'Iſle de Meroë. p. 365.





DIOPTRIQUE.

SUR LES VERRES ARDENTS DES ANCIENS.

Quoique l'Academie ne se propose pas de faire des recherches d'Antiquité, & qu'elle s'occupe plus à découvrir ce qui est, que ce qu'on a pensé autrefois, ou ce qu'on peut encore ajoûter aux Arts que ce qui a été pratiqué, elle n'a pas laissé de faire beaucoup d'attention à une remarque de M. de la Hire sur ce que les Verres ardents ont été connus des Anciens. Les Miroirs ardents l'ont été certainement, car quelques Historiens ont prétendu qu'Archimede s'en servit à brûler une Flotte, & quoiqu'ils leur attribuassent un effet impossible, cela même prouve qu'ils étoient connus. Mais il est sûr que ces Miroirs qu'ils imaginoient devoient être de metal, & concaves, & avoir un foyer par reflexion, & l'on est communément persuadé, que les Anciens ne connoissoient point les foyers par refractions des Verres convexes. Cependant M. de la Hire les a trouvez dans la premiere Scéne du second Acte des Nuées d'Aristophane, ce qui n'est pas un endroit fort écarté. Le voici en François. Strepsiade est un Vieillard fort grossier, & fort stupide, qui dit à Socrate qu'il a imaginé une belle invention pour ne point payer ses dettes,

STREPSIADE.

As-tu vû chez les Droguistes cette belle Pierre transparente, avec quoi on allume du feu?

SOCRATE.

N'est-ce pas du verre que tu veux dire?

STREPSIADE.

STREPSIADE.

Justement.

SOCRATE.

Et bien, qu'est-ce que tu en feras ?

STREPSIADE.

Quand on me donnera une Assignation, je prendrai cette pierre-là, & me mettant au Soleil, je ferai foudre de loin toute l'écriture de l'assignation.

On voit bien que cette écriture étoit tracée sur de la cire, dont quelque matiere plus solide étoit couverte. Ce verre qui allumoit du feu, & fondoit la cire au Soleil, n'étoit pas concave ; car quoiqu'il eût eu en vertu de cette figure un foyer par reflexion, cette reflexion qui se fait necessairement de bas en haut, l'eût rendu d'un usage fort incommode, & très-peu populaire ; il eût fallu qu'on eût tenu l'assignation élevée en l'air afin que Strepsiade en eût pû fondre l'écriture, & il n'est nullement naturel qu'il ait fait cette supposition, au lieu qu'avec un verre convexe qui brûle de haut en bas, on peut aller frapper ce qu'on veut.

Le Scholiaste d'Aristophane dit sur cet endroit qu'il s'agit d'un *Verre rond & épais, fait exprès pour cet usage, que l'on frotoit d'huile, que l'on échauffoit, auquel on ajoûtoit*, ou, *dont on approchoit une méche*, car l'expression grecque est équivoque, *& que de cette maniere le feu s'y allumoit.* On n'entend pas trop bien ce qu'il veut dire avec son huile, si ce nest qu'on s'en servît pour donner plus de poli au verre, mais enfin, ce qui suffit ici, il conçevoit que ce verre étoit convexe, & c'est une preuve que dans son siécle, fort posterieur à celui d'Aristophane, on savoit que ces Verres brûloient.

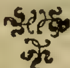
Nous n'avons pas dessein de faire ici une Dissertation savante, à laquelle il seroit honteux qu'il échapât aucun trait d'érudition. Nous remarquerons seulement que Pline liv. 36 & 37 parle de *boules de verre & de boules de Cristal, qui exposées au Soleil brûloient ou les habits, ou les chairs des Malades* que l'on vouloit cauteriser. Lactance dans son

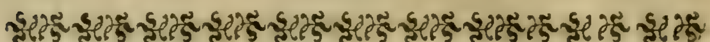
Livre *ſur la Colere de Dieu*, dit auſſi qu'*une boule de verre pleine d'eau, & que l'on tenoit au ſoleil, allumoit du feu, même dans le plus grand froid*. Voilà l'effet des Verres convexes bien inconteſtablement prouvé.

Mais ſi l'on ſçavoit qu'ils brûloient, comment ignoroit-on qu'ils groſſiſſoient les objets? car il eſt difficile d'imaginer qu'une invention ſi agréable, ſi néceſſaire, & ſi ſimple ſe fût perduë, même dans la plus grande barbarie, & tous les monuments hiſtoriques concourent à nous en fixer l'origine vers la fin du 13e ſiécle, où l'on commence à découvrir l'uſage des Lunetes que l'on met ſur le nez, Si les Philoſophes Grecs ou Latins avoient connu cette augmentation des objets, ne s'en ſeroient-ils pas ſervis dans leurs recherches, & n'en auroient-ils pas fait mention dans leurs ouvrages une infinité de fois? il s'en ſeroit même répandu dans leur langue, comme dans la nôtre, des Metaphores & des façons de parler. Il eſt vrai qu'il y a deux ou trois paſſages de Plaute, qui ſemblent prouver les Lunetes, mais quand on y regarde de plus près, ils ne les prouvent plus. Nous ne nous y arrêterons pas, pour éviter une érudition qui nous eſt étrangere. Mais il y a plus. Seneque en parlant de l'Arc-en-Ciel dans ſon 1 livre des *Queſtions naturelles*, dit que *de petites lettres veuës au travers d'une boule de verre pleine d'eau paroiſſent plus groſſes*. Il étoit difficile en effet que ce phenomene échapât aux Anciens, mais il ne paroît nullement qu'ils l'aïent jamais ſuivi en Philoſophes.

Pourquoi donc ignoroit-on l'uſage le plus utile des Verres brûlants? premierement les fauſſes idées des Philoſophes ſur la Viſion peuvent y avoir contribué. Ils croïoient qu'elle ſe faiſoit ou par des écoulemens de je ne ſçai quelle ſubſtance qui ſortoit de nos yeux, & alloit chercher les objets, ou par de petites repreſentations des objets en miniature qui en partoient, & venoient chercher nos yeux, tout leur embarras n'étoit que de choiſir l'un de ces deux ſiſtêmes, tous deux également faux, ils n'avoient nul ſoupçon de nos Pinceaux, & de nos Foyers, & par conſequent

ils ne voïoient aucun rapport entre un Verre qui brûle & la maniere dont se fait la Vision, & l'une de ces choses n'avoit garde de les conduire à l'autre. De plus, il paroît que c'étoient des boules de Verre, où solides, ou pleine d'eau qui brûloient, & il est démontré par la Dioptrique que le foyer d'une sphére de verre en est éloigné du quart de son diametre. Si ces boules avoient un demi-pied de diametre, ce qui est tout le plus qu'elles pussent avoir, il falloit donc en approcher un objet à 1 pouce $\frac{1}{2}$, pour s'apercevoir qu'il fût augmenté, & il est fort naturel, & même presque necessaire que quand on a regardé au travers de ces boules, on n'ait regardé que des objets beaucoup plus éloignez, qui n'ont pas paru plus grands, mais seulement défigurez & confus. L'augmentation nette des objets éloignez demande ou de très-grandes sphéres, ce qui est impraticable, & ne tombe point dans l'usage, ou de très-petites portions de très-grandes sphéres, ce qui se pratique aujourd'huy avec grand succès, & ne se peut presque jamais trouvé par hazard, ni n'est facile à imaginer par raisonnement. D'ailleurs il faut pour cela savoir travailler le Verre comme nous faisons, & selon toutes les apparences les Anciens ne savoient que le souffler & en faire des Vases. Il n'est donc pas étonnant que la connoissance des Verres brûlants ne les ait pas menez plus loin, il l'est beaucoup davantage que depuis les Lunetes a mettre sur le nez jusqu'aux Telescopes, il se soit passé 300 ans. Tout est assez lent parmi nous, & peut-être sommes-nous à l'heure qu'il est sur le bord de quelque découverte importante, où l'on sera surpris un jour que nous ne soïons pas arrivez.





MECHANIQUE.

SUR LA RESISTANCE DES POUTRES.

V. les M. p. 17.

LEs Methodes générales comprennent tout, & sur le sujet qu'elles embrassent, on ne se peut rien proposer, où l'on n'arrive en les suivant. Mais cela n'empêche pas qu'il n'y ait des Methodes particulieres, & plus limitées, entierement differentes des générales, & quelquefois même plus simples & plus faciles, à cause de leur moins d'étenduë, ce qui les en récompense en quelque sorte. Ainsi après que M. Varignon a donné à son ordinaire une Théorie infinie de la Resistance des Solides, * M. Parent en donne une qu'il ne prétend étendre qu'aux poutres qu'on emploïe dans les Bâtimens. Nous supposerons ici les principes établis dans l'endroit cité de l'Hist. de 1702.

V. l'Hist. de 1702. p. 102. & suiv.

Nous y avons dit quelle est la difference des sistêmes de Galilée & de M. Mariotte, produite par la differente maniere dont ces deux Auteurs ont supposé que les fibres d'un Corps qui vient à rompre s'étendent & enfin se cassent. Une Théorie générale, telle qu'est celle de M. Varignon, ne peut se dispenser d'avoir égard à cette differente tension des fibres, mais elle n'a plus de lieu dans le cas particulier de M. Parent, & en effet il a trouvé que son sistême avoit la commodité d'en être entierement dégagé. Voici comment.

Lorsque dans une poutre, qui rompt parallelement à sa base, que l'on suppose être un parallelogramme, deux plans de fibres, qui étoient contigus, viennent à se sépa-

rer, on ne peut conſiderer dans ces fibres que leur nombre, leur groſſeur, la tention dont elles ſont immédiatement avant que de caſſer, le levier par lequel elles agiſſent, & tout cela enſemble compoſe la Réſiſtance de la poutre à être rompuë. Soit une autre poutre de même bois, dont la baſe ſoit encore un parallelogramme, & de telle grandeur qu'on voudra par rapport à celle de la premiere, la hauteur de l'une & de l'autre eſt leur côté perpendiculaire à l'Horizon, quand elles ſont poſées horizontalement, & leur largeur eſt l'autre côté. Leur hauteur étant diviſée en un nombre indéfini de parties égales, & leur largeur auſſi en ce même nombre, il ſe formera dans les deux baſes un nombre égal de petites cellules quadrangulaires, proportionnelles aux baſes, dont elles ſeront parties. Elles repreſenteront les petites baſes, ou, ce qui eſt la même choſe; les groſſeurs des fibres, qui devront être allongées pour la rupture de chaque poutre, & puiſque le nombre de ces petites cellules eſt égal de part & d'autre, le rapport des baſes des deux poutres ſera celui de la differente réſiſtance que feront leurs fibres, tant par le nombre que par la groſſeur. Maintenant puiſque les deux poutres ſont de même bois, il eſt neceſſaire que dans l'une & dans l'autre les fibres les plus éloignées de l'appui, & qui caſſent les premieres, ſoient également tenduës, lorſqu'elles viennent à caſſer; delà il ſuit que les deux hauteurs ayant été diviſées en un nombre égal de parties, les fibres de la 10e diviſion, par exemple ſont encore dans l'une & l'autre baſe également tenduës, lorſque les premieres caſſent, & enfin que la tenſion des fibres, ſelon quelque proportion qu'on la ſuppoſe, eſt la même de part & d'autre, ce qui en doit anéantir la conſideration dans le rapport des réſiſtances, & le débarraſſe de tout ſiſtême phiſique. Enfin il eſt évident que les Leviers, par leſquels agiſſent les fibres des deux poutres, ſont repreſentés par les hauteurs même de leurs baſes. Par conſequent la réſiſtance totale de chaque poutre eſt le produit de ſa baſe par ſa hauteur, ou, ce qui eſt

la même chose, le quarré de la hauteur de sa base multiplié par la largeur.

Le raisonnement que nous venons de faire n'est point attaché à ce que les bases sont des parallelogrammes. Quand elles seroient Elliptiques, il subsisteroit de même & il ne faudroit que concevoir les deux Axes des deux Ellipses quelconques divisez en un même nombre indéfini de parties égales. En générales, il suffit que les figures des deux bases soient de même espece, & il n'est nullement nécessaire qu'elles soient semblables. Ce seront deux Rectangles quelconques, deux Ellipses quelconques, &c.

Si l'on veut même, selon l'hipothêse de feu M. Bernoulli, la plus vrai-semblable de toutes, expliquée dans l'Hist. de 1705*, que dans la base d'une poutre qui rompt, les fibres superieurs s'étendent, & que les inferieurs se compriment, & qu'il y ait par consequent un Centre d'extension & de compression, les distances à ce Centre, ou les leviers des résistances, seront encore dans des figures de même espece & de même matiere comme les hauteurs, & il n'y aura rien de changé au rapport des résistances établi par M. Parent, & qui fait le caractere particulier de sa Théorie. Nous en allons expliquer ici les consequences les plus curieuses, & les plus utiles, en supposant les poutres également longues, afin que la recherche se termine aux bases.

* p. 130. & suiv.

D'abord il saute aux yeux, que si les bases des deux poutres sont égales, quoique les hauteurs & les largeurs en soient inégales, leurs résistances seront comme ces hauteurs seules, & par consequent une même poutre posée de *chan*, c'est-à-dire, sur le plus petit côté de sa base, résistera plus que posée sur le plat, en même raison que la premiere situation lui donnera une plus grande hauteur que la seconde. De même une base Elliptique résistera plus posée sur le grand axe que sur le petit.

Puisque les poutres sont supposées également longues ce sont leurs bases qui déterminent le rapport de leurs poids, ou de leurs soliditez, & par la même raison que

leurs bases étant égales leurs hauteurs peuvent être differentes, deux poutres d'un poids égal peuvent avoir des résistances differentes à l'infini, de sorte que si dans l'une la hauteur de la base étoit conçûë infinie, & la largeur infiniment petite, tandis que dans l'autre les dimensions de la base demeureroient finies, la résistance de la premiere seroit infiniment plus grande que celle de la seconde, quoique leur solidité ou leur pesanteur fût égale. S'il n'étoit question dans l'usage de l'Architecture que d'avoir des poutres capables de résister à de grandes charges, & qui en même tems eussent le moins de pesanteur qu'il fût possible, il est clair par ce qui vient d'être dit qu'elles devroiet être minces comme des ais, & posées de chan, mais il faut pour la liaison des parties du bâtiment qu'elles aïent une certaine assiete, & par là la Pratique tempere les excez de la Théorie. Mais il en reste toûjours qu'après qu'on a donné à une poutre l'assiete ou la largeur nécessaire, elle ne peut avoir trop de hauteur.

Si l'on suppose, non-pas que les bases de deux poutres soient égales, mais que la somme des côtez de leurs bases le soit, par exemple, qu'ils soient ou 12 & 12, ou 11 & 13, ou 10 & 14 &c. de sorte qu'ils fassent toûjours 24, & de plus, que les poutres soient toûjours posées de chan, trouvera en suivant cette espece de Serie que dans la premiere poutre qui avoit 12 & 12, la résistance seroit 1728, & la solidité ou pesanteur 144, & que dans la derniere qui auroit 1 & 23 la résistance seroit 529, & la pesanteur 23, que par consequent la premiere qui seroit quarrée auroit par rapport à sa pesanteur près de deux fois moins de force que la derniere pour résister à une charge, & que dans les poutres moyennes cette force de résister comparée à la pesanteur iroit toûjours en augmentant depuis la premiere jusqu'à la derniere.

Delà M. Parent a tiré une remarque importante pour la pratique. Les Marchands de bois coupent leurs Poutres dans les Arbres les plus quarrez qu'ils peuvent, parcequ'ils les vendent à proportion de leur solidité ou masse;

& il eſt certain que celles qui ſont quarrées en ont davantage, mais elles ont moins de réſiſtance, c'eſt-à-dire, qu'elles coûtent davantage, & valent moins pour les Bâtimens, & par conſequent les Marchands vont doublement contre l'utilité publique. Apparemment ce deſordre qui ne peut être connu que des Geometres ne ſera pas arrêté par des Reglemens, mais du moins lorſque les proprietaires des bois feront bâtir, ils pourront profiter de l'avis que M. Parent leur donne.

Sur cela il eſt entré dans une queſtion également geometrique, & néceſſaire pour l'uſage. Quelles dimenſions doit avoir la baſe d'une poutre que l'on tirera d'un Arbre propoſée, pour être de la plus grande réſiſtance qu'il ſe puiſſe, ou, ce qui eſt la même choſe, une baſe circulaire étant donnée, quel eſt le rectangle de la plus grande réſiſtance que l'on y puiſſe inſcrire? Il eſt déja bien certain par tout ce qui a été dit que ce n'eſt pas le quarré, quoiqu'il ſoit le plus grand de tous les rectangles inſcriptibles.

Cette queſtion ſe réduit à trouver *Un plus grand*, c'eſt-à-dire qu'après que l'on a exprimé ſelon la Théorie de M. Parent la réſiſtance d'un rectangle indéterminé pris dans la baſe du cercle, il ne faut plus qu'égaler par les regles ordinaires cette expreſſion générale à Un plus grand, & elle deviendra la réſiſtance d'un rectangle déterminé, dont les côtez ſont à très-peu de choſe près, comme 7 & 5. M. Parent, après la réſolution de ce Problême, s'étant informé à des Architectes quelles étoient les dimenſions des poutres, qu'ils croïoient les plus avantageuſes pour la force de la réſiſtance, eut le plaiſir d'apprendre que c'étoient 10 pouces ſur 14. Les tâtonnemens de l'Experience ne frapent pas toujours ſi droit au but, mais lors même qu'ils y frapent, on ne le peut ſçavoir ſans la Geometrie. Ou elle remet dans le chemin ſi l'on s'égare, ou elle aſſure qu'on y eſt.

Juſqu'ici nous avons ſuppoſé la longueur des poutres égales ſi elles ne l'eſt pas, les baſes réſiſteront d'autant moins

moins, que les poutres seront plus longues, & cela rentre dans la Théorie générale. Mais ce ne sont encore que des rapports, & pour sçavoir qu'elle charge peut soûtenir une poutre donnée, ou quelles doivent être les dimensions d'une poutre qui soûtiendra une certaine charge, il faut des Experiences fondamentales, & qui servent de pied fixe à tout le reste. M. Mariotte en avoit fait sur des Verges de Verre, mais M. Parent a crû avec raison que le Verre tiroit trop peu à consequence pour le bois dont on fait les poutres. Il a donc fait sur les bois qu'on emploïe le plus communément les Experiences, qui ont été rapportées dans les Memoires de 1707 *. Elles ont été faites pour les trois manieres dont une poutre peut être posée, car ou elle sera retenuë seulement par un bout, ou elle sera portée par ses deux bouts sur deux appuis, & dans cette seconde situation, ou elle aura ses deux bouts libres, ou elle les aura engagez & serrez dans ses appuis, par exemple dans deux Murs, ce qui est la position ordinaire.

* p. 512.

Il faut remarquer que quand une poutre engagée dans ses deux appuis rompt par un poids suspendu à son milieu, elle ne rompt pas seulement à ce milieu, mais encore à ses deux bouts, ou si elle n'y rompt pas actuellement, du moins immédiatement avant l'instant de la rupture, qui est celui de l'équilibre entre la résistance & le poids, ses fibres sont autant tirées & autant étenduës à ses deux bouts qu'à son milieu, ce qui arrive necessairement à cause des deux appuis qui tiennent ces deux bouts serrez. On doit donc concevoir que du poids suspendu au milieu, il n'y en a que le tiers qui agisse sur ce milieu pour y faire une rupture, & que les deux autres tiers font chacun ou tendent à faire la rupture de chaque bout. Il n'en est pas ainsi d'une poutre posée librement sur deux appuis, il ne se fait qu'une rupture qui est au milieu, & à laquelle toute l'action du poids est emploïée. Il est nécessaire d'observer cette difference, quand on veut passer de l'hipothêse d'une de ces deux positions à celle de l'autre.

On peut ſuppoſer une poutre chargée ſeulement de ſon propre poids, ou de ſon poids & de quelques autres poids étrangers appliquez à telle diſtance qu'on voudra de l'une ou de l'autre extremité, ou ſeulement de ces poids étrangers, parce que, ſelon la remarque de M. Parent, le poids d'une poutre n'eſt communément qu'à peu près la 70e partie de la charge qu'on lui donne à porter. Il eſt évident que quand on conſidere pluſieurs poids, il faut les réduire tous, ſelon les regles ordinaires, à un centre de gravité commun.

On peut enfin, quoique contre l'uſage le plus ordinaire, mais pour une plus grande généralité, ſuppoſer la poutre inclinée à l'Horiſon, & alors la direction du poids, toûjours perpendiculaire à l'Horizon, étant oblique à la longueur de la poutre, ſera diviſée, ſelon la Théorie des Mouvemens compoſez, en deux autres directions, l'une parallele, l'autre perpendiculaire, dont il n'y aura que la perpendiculaire qui agira.

M. Parent connoiſſant par ſes Experiences fondamentales les dimenſions d'une certaine poutre qu'il prend pour Modele, & le poids qu'elle a été capable de ſoûtenir, en compare la réſiſtance à celle que feroit une autre poutre deſtinée à ſoûtenir un ou pluſieurs poids donnez, mais dont les dimenſions ſont inconnuës, ſoit qu'elle ſoit horizontale ou non, engagée ou non dans ſes appuis. Par-là il parvient à une Equation générale qui lui donne les dimenſions qu'il cherche, en quelque hipothêſe que ce ſoit.

Il eſt peut-être bon d'obſerver ici, que quand une poutre doit rompre par ſon propre poids, on lui trouve bien par le calcul une longueur & une hauteur déterminée, mais jamais de largeur, c'eſt-à-dire, qu'après lui avoir donné cette longueur & cette hauteur déterminées, il n'importe quelle largeur on lui donne. Et en effet, il eſt viſible, que quand on augmentera ou diminuëra ſa largeur, on augmentera ou diminuëra ſon poids ou ſa ſolidité dans la même raiſon, puiſque ſes deux autres dimenſions de-

meurent les mêmes, & que l'on augmentera auſſi ou diminuëra de la même quantité ſa réſiſtance, puiſque le quarré de ſa hauteur demeure le même. Ainſi dans ce cas la largeur eſt abſolument indifferente.

Trouver quelle charge peut ſoûtenir une poutre dont les dimenſions ſont connuës, ce n'eſt que l'inverſe de la formule générale de M. Parent, ou plutôt le tout eſt compris dans la même formule. C'en ſont de ſimples Corollaires que de déterminer la moindre ſolidité poſſible d'une poutre qui avec une certaine longueur donnée ſoûtiendra une charge donnée, ou le diametre d'un Tronc d'Arbre d'où l'on pourra tirer une poutre d'une certaine longueur, capable de porter un certain poids, appliqué à un certain point, & en même tems la plus legere, ou de la moindre ſolidité qu'il ſe puiſſe.

Par le moyen de la formule générale, M. Parent a calculé des Tables, où l'on trouve les poids que peuvent ſoûtenir en leur milieu differentes poutres engagées dans des Murs par leurs bouts, ſelon le pratique ordinaire, & il donne en même tems une Regle par laquelle on peut étendre les Tables à des poutres chargées en quelque point que ce ſoit; il ne leur a ſuppoſé que les dimenſions qui peuvent être d'uſage. On diroit preſque que la Théorie ne s'abaiſſe juſque-là qu'à regret, cependant elle y eſt obligée, ne fût-ce que pour ſa propre juſtification.

SUR LA RESISTANCE DES MILIEUX AU MOUVEMENT.

L'Hiſtoire de 1707 * qui a déja traité cette matiere aſſez au long, n'a fait cependant que la commencer. Ce n'eſt pas qu'on affecte de l'étendre, c'eſt qu'elle eſt fort étenduë d'elle-même, à cauſe des differentes ſortes

V. les M. p. 113. 212. 250. 302. & 419.

* p. 136. & ſuiv.

de mouvemens qui sont dans la Nature, & de l'incertitude de l'hipothése qu'on doit prendre sur la Résistance.

M. Varignon n'a encore consideré que les Mouvemens primitivement uniformes, que la Résistance du Milieu rend variez, il reste les Mouvemens primitivement variez, qu'elle rendra autrement variez. Les plus connus & les premiers qui s'offrent, ce sont ceux des Corps pesants; on suppose qu'ils suivent le sistême de Galilée, Il faut ensuite se déterminer à une hipothêse sur la Résistance; M. Varignon prend d'abord la plus simple des trois, qui ont été regardées comme les plus vrai-semblables de toutes dans l'Hist. de 1707, que nous supposons toûjours ici, c'est celle où la Résistance de chaque instant se regle sur la Vitesse de cet instant, de sorte qu'elle en soit toûjours, par exemple, la 10e partie.

Si un Corps pesant tombe dans un Milieu qui ne résiste point, & que le tems de la chute soit divisé en instans égaux, les Vitesses croîtront, selon Galilée, comme les Nombres naturels 1, 2, 3, &c. parce que la pesanteur, que l'on conçoit comme constante, donne toûjours au Corps à chaque instant une nouvelle impulsion égale. Mais si le Milieu résiste, & résiste en même raison que la vitesse sera plus grande, de sorte qu'il en retranche à chaque instant, si l'on veut, la 10e partie, la vitesse du 1r instant, qui auroit été 1 ou $\frac{10}{10}$, ne sera plus que $\frac{9}{10}$, celle du 2d qui auroit été 2, ne sera que $\frac{9}{10}$ plus 1, moins la 10e partie de la somme $\frac{9}{10}$ plus 1, c'est-à-dire $\frac{171}{100}$, car il est visible que la pesanteur ajoûte toûjours 1 la vitesse de chaque instant precédent, & que de cette somme la résistance du Milieu en retranche toûjours la 10e partie; ainsi la vitesse du 1r instant qui auroit été 100 ne seroit plus que 90, & celle du 2d qui auroit été 200 ne seroit plus que 171. De cette maniere on trouvera encore par un simple calcul Arithmetique les vitesses de tous les autres instans, & l'on verra qu'alles augmentent toûjours, mais de moins en moins, de sorte que la vitesse du 3e instant, qui dans un milieu sans résistance auroit été triple de celle du 1r, est

plus éloignée de l'être que celle du 2^{d} n'est éloignée d'en être double, & celle du 4e encore plus éloignée d'en être quadruple, que celle du 3e ne l'est d'en être triple, & toûjours ainsi de suite. En un mot, les Vitesses croissent, & leurs Differences décroissent.

Si l'on considere de plus près ces Vitesses, & leurs Differences, on s'appercevra que la progression selon laquelle les Differences décroissent est géometrique, mais non-pas celle selon laquelle les Vitesses croissent. Or les Geometres sçavent que si on prend une Logarithmique du côté qu'elle est convexe par rapport à son Axe, qui est aussi son Asimptote; ses Ordonnées qu'on peut appeller *exterieures* sont en progression geometrique aussi-bien que leurs Differences, & que les Ordonnées de l'autre côté ou *interieures* ont les mêmes Differences, sans être en progression geometrique. Delà il suit que les Ordonnées interieures d'une Logarithmique representeront les Vitesses d'un Corps qui tombe, dans les deux hipothêses que nous avons faites de la variation de son Mouvement, & de la Résistance du Milieu.

A quelque instant que ce soit, la Vitesse du Corps n'est que la somme des Differences de toutes les Vitesses des instant précédens, & puisque ces Differences décroissent en progression geometrique, elles ne doivent, lors même qu'elles seront en nombre infini, faire qu'une somme finie, & par consequent la Vitesse, qui s'augmentera toûjours, ne sera que finie au bout d'un tems infini. Aussi voit-on que la Logarithmique qui a son Axe pour Asimptote, ne peut jamais avoir pour plus grande & derniere Ordonnée interieure qu'une Ordonnée d'une certaine grandeur finie, quoique cette Courbe se soit étenduë à l'infini, & que ses Ordonnées interieures ayent toûjours été en croissant. Il y a donc dans les hipothêses presentes une certaine Vitesse finie, qu'un Corps qui tombe ne peut acquerir par l'action de sa pesanteur, qu'au bout d'un tems infini, (on la peut appeller *terminale*,) & par consequent le mouvement s'accelerera toûjours, & ne deviendra jamais uniforme.

Il ne le deviendroit qu'au cas qu'il fût possible qu'après la vitesse terminale acquise, c'est-à-dire après un tems infini, le Corps continuât encore de tomber dans le même Milieu; en voici la preuve. Si au premier instant que le Corps pesant est abandonné à lui-même, il trouvoit dans le Milieu une résistance égale à sa pesanteur, il est visible qu'il ne tomberoit point, & demeureroit suspendu. Il ne tombe donc que parce que sa pesanteur surpasse la résistance du Milieu, & chaque nouveau degré de vitesse qu'il acquiert par l'action continuelle de sa pesanteur, n'est que l'effet de l'excès de sa pesanteur sur cette résistance. Mais on suppose que cette résistance augmente toûjours en même raison que la vitesse, & d'un autre côté la pesanteur demeure toûjours la même. Il faut donc que la résistance aille toûjours en s'approchant de la quantité dont est la pesanteur, & vienne enfin à l'égaler. Le tems où arrive cette égalité ne peut être que celui où la pesanteur cesse d'agir, & d'imprimer quelque nouveau degré de vitesse, puisque la Résistance du Milieu ôte toute action à la pesanteur, quand elle lui est égale: or nous avons vû que la pesanteur agit, & accelere le mouvement, mais toûjours de moins en moins, pendant un tems infini, ce n'est donc qu'au bout de ce tems que la résistance égale la pesanteur, & en effet, elle croît comme la vitesse qui ne devient que finie au bout d'un tems infini. Cette égalité arrivée, le Corps s'arrêteroit s'il n'avoit nulle vitesse acquise, mais il a la vitesse terminale acquise par sa chute, & s'il est possible qu'il continuë de tomber après un tems infini, il tombera encore à l'infini avec cette vitesse qui ne s'accelerera plus, puisque la pesanteur n'a plus d'action. La pesanteur & la résistance du Milieu étant détruites l'une par l'autre, il est dans le même cas que s'il étoit sans pesanteur, & jetté dans le Vuide. Il est bien constant que son mouvement seroit uniforme, & dureroit à l'infini.

De ce que nous venons de dire, on en peut tirer quelques consequences. Par exemple, puisque dans le même

tems infini la vitesse tend toûjours à égaler la vitesse terminale, & la résistance à égaler la pesanteur, & que la résistance croît comme la vitesse, il s'ensuit qu'à chaque instant la vitesse croît autant par rapport à la vitesse terminale, que la résistance croît par rapport à la pesanteur, ou, ce qui est la même chose, que ces 4 grandeurs sont en proportion à quelque instant que ce soit. Par consequent si l'on en connoît 3, on a aussi-tôt la 4[e]. Si, par exemple, après la premiere Seconde pendant laquelle un Corps qui pese 1 liv. est tombé dans l'air, il a une vitesse à pouvoir parcourir d'un mouvement uniforme 5 toises en une seconde dans un Milieu sans résistance, & qu'alors la résistance de l'air soit de la valeur d'1 grain ou de $\frac{1}{9216}$ de livre, on sera assuré que ce Corps ne pourra jamais acquerir dans l'air une vitesse à parcourir en une seconde 21 Lieuës. On voit assez que ces sortes de calculs peuvent trouver leur place dans la Phisique, & que les principes qui les produisent, ne sont pas de purs amusemens de Theorie.

M. Varignon ayant trouvé que c'est une Logarithmique qui exprime par ses ordonnées interieures les vitesses d'un Corps qui tombe dans les deux hipothêses presentes, trouve aisément ensuite quelle Courbe exprime par ses Ordonnées les vitesses correspondantes qui ont été détruites par la résistance du Milieu, ou comme nous l'avons dit dans l'Hist. de 1707, les résistances *totales* du Milieu, qui leur sont toûjours égales. Puisque les résistances de chaque instant sont toûjours ici comme les vitesses & qu'elles sont les infiniment petits des résistances totales on a la proportion selon laquelle croissent les infiniment petits des Ordonnées de la Courbe des Résistances totales, & par consequent en integrant on a ces Ordonnées elles-mêmes, ou la Courbe.

La somme des Ordonnées interieures de la Logarithmique doit representer l'espace parcouru par le Corps qui tombe, & comme cette somme est infini, quand l'Axe qui represente le tems l'est aussi, l'espace parcouru

dans un tems infini est infini, quoique la vitesse acquise ne soit que finie. M. Varignon dêmontre qu'au bout de deux tems quelconques les espaces parcourus sont comme les résistances totales ou les vitesses perduës correspondantes, & il est assez remarquable qu'ils soient proportionels à ces vitesses perduës, qui ne font que diminuer les espaces, & non aux vitesses actuelles ou restantes, qui les ont fait parcourir. La somme des Ordonnées de la Courbes des résistances totales, ou des vitesses perduës, represente l'espace que la résistance du Milieu retranche de celui qui auroit été parcouru si elle n'eût pas agi, cette somme est infini quand l'Axe est infini, & par consequent aussi cet espace l'est dans un tems infini, c'est-à-dire, que la résistance du Milieu empêche dans un tems infini un espace infini d'être parcouru, & que cependant celui qui est parcouru ne laisse pas d'être encore infini. Cela sembleroit paradoxe, si l'on ne trouvoit pas sans cesse des Infinis plus grands que d'autres selon tous les rapports imaginables, & si l'on n'etoit pas familiarisé de longue main avec ces sortes de merveilles.

Toutes les proprietez que nous venons de rapporter du Mouvement acceleré dans les hipothêses présentes, sont fondées geometriquement sur les proprietez de la Logarithmique. Mais on peut aussi emploïer l'Hiperbole au même usage, parce qu'il y a entre ces deux Courbes assez de liaison, & une espece d'affinité. Elle consiste en ce que dans l'Hiperbole certains espaces étant pris en progression arithmetique, les divisions correspondantes d'une des Asimptotes sont en progression geometrique; ainsi l'Hiperbole, aussi-bien que la Logarithmique fournit ces deux progressions qui se répondent, mais elle les fournit d'une maniere moins simple, puisque l'une est entre des espaces, & l'autre entre des lignes, au lieu que dans la Logarithmique toutes deux sont entre des lignes. De deux illustres & excellens Geometres qui ont traité cette matiere des Résistances, mais l'un assez legerement, l'autre avec plus de profondeur, & peu de clarté, l'un a pris

la Logarithmique, & l'autre l'Hiperbole. M. Varignon enseigne à les manier toutes deux également dans cette recherche, & même à passer, si l'on veut de l'une à l'autre. La Formule générale qu'il a trouvée lui en laisse le choix libre, & lui ouvre à la fois toutes les routes.

Au lieu que nous avons supposé jusqu'à present que le Corps n'avoit de mouvement que par sa pesanteur, si l'on supposoit, tout le reste demeurant le même, qu'il fût jetté de haut en bas avec une vitesse *initiale* quelconque, il seroit bien aisé de voir ce qui en arriveroit. Cette vitesse initiale seroit ou plus petite que la terminale, ou égale, ou plus grande. Dans le 1 cas, la même Logarithmique representeroit toûjours par ses Ordonnées interieures les vitesses du Corps tombant, mais au lieu qu'elle commençoit à les representer par une Ordonnée égale à zero, elle ne commenceroit que par une certaine Ordonnée finie ; &, pour ainsi dire, plus tard; & comme cette Courbe s'étend à l'infini, & que dans une progression infinie, il y a toûjours une infinité de termes jusqu'au dernier, à compter non-seulement depuis le premier terme, mais depuis un terme quelconque, toutes les consequences de l'Infini seroient les mêmes, que dans une chute dont la vitesse commenceroit par zero. Dans le 2d cas, il est évident par tout ce qui a été dit que le mouvement du Corps seroit uniforme, & que la Logarithmique se changeroit en la ligne droite infinie, qui en étoit l'Asimptote. Dans le 3e, le Mouvement seroit retardé, puisque la résistance du Milieu surpasseroit la pesanteur du Corps, les differences des vitesses décroissantes décroîtroient encore selon une progression geometrique par la même raison que celles des vitesses croissantes du 1r cas, par consequent la Logarithmique auroit encore lieu ici, mais ses Ordonnées devroient être décroissantes, puisqu'elles auroient des vitesses décroissantes à representer; il faudroit donc prendre ses Ordonnées exterieures qui décroissent, ou, ce qui est le même, considerer la Logarithmique par son côté convexe, & ajouter toûjours ses Ordonnnée à une

ligne droite constante qui representeroit la vitesse terminale, dont le Corps ne peut jamais rien perdre. On verroit alors que comme la Logarithmique s'étend à l'infini, le mouvement seroit retardé à l'infini, que comme elle n'arrive à son Asimptote qu'après un cours infini, la vitesse toûjours retardée n'arriveroit qu'après un tems infini à être égale à la terminale, & cela, quelque petit qu'eût été d'abord l'excès de l'initiale sur la terminale, pourvû seulement qu'il eût été fini. On démêle assez dans toutes ces suites du 3e cas celles qui viennent de son opposition au 1^{r}, d'avec celles qui naissent de la conformité générale qu'ils conservent malgré cette opposition.

Après les mouvemens primitivement accelerez, il reste à examiner les mouvemens primitivement retardez, que retarderoit encore la résistance du Milieu. Tel est le mouvement d'une pierre jettée verticalement de bas en haut, que retarderoient continuellement, & sa pesanteur, & la résistance de l'air. Le 3e cas que nous venons d'expliquer donne une grande ouverture pour cette recherche, les hipothêses demeurant les mêmes. Le mouvement étant retardé de part & d'autre selon les mêmes loix, la progression geometrique des Differences des Vitesses décroissantes, & par consequent la Logarithmique se presente encore ici, car il est visible que les directions contraires de haut en bas, & de bas en haut ne peuvent rien changer à cet égard. De même parce que le mouvement est retardé de part & d'autre, il faudra prendre les deux Logarithmiques du côté convexe. Seulement pour réduire les deux cas entierement au même, il faudra qu'au lieu que le Corps jetté de haut en bas avoit ses vitesses representées par les Ordonnées exterieures d'une Logarithmique, ausquelles on ajoûtoit toûjours une ligne droite constante qui representoit la vitesse terminale, le Corps jetté de bas en haut ait ses vitesses representées par les Ordonnées exterieures d'une Logarithmique, dont on retranche toûjours une même ligne droite, qui represente la même vitesse terminale. La raison en est éviden-

ce, puiſque les deux cas ne different abſolument qu'en ce que dans le premier le Corps a une viteſſe dont il ne peut jamais rien perdre, c'eſt-à-dire, la terminale, & dans le ſecond, le Corps ne peut jamais avoir une pareille viteſſe, car quelque prodigieuſe que ſoit celle avec laquelle il commence à ſe mouvoir, pourvû qu'elle ſoit finie, l'action de la peſanteur lui en fera perdre quelque choſe dès le premier moment. Par conſequent on réduit le ſecond cas au premier, ſi l'on retranche du ſecond la viteſſe terminale du premier, qui faiſoit toute leur difference.

De ce que les viteſſes d'un Corps jetté de bas en haut ſont repreſentées par les Ordonnées exterieures d'une Logarithmique, dont on retranche toûjours une même ligne droite, il s'enſuit que cette droite ſe trouvera égale à quelque Ordonnée, & que par conſequent il y aura quelque point de la Logarithmique où la viteſſe ſera nulle. Et en effet, il eſt bien clair que cela doit arriver, car dans un mouvement primitivement retardé indépendamment de la réſiſtance du Milieu, la viteſſe s'éteint au bout d'un certain tems, à plus forte raiſon s'éteindra-t'elle dans un Milieu qui réſiſte. La Logarithmique fait voir de combien elle s'éteint plutôt, ou, ce qui eſt la même choſe de combien l'eſpace que le Corps auroit parcouru, eſt raccourci.

Soit qu'on ait laiſſé tomber librement le Corps, ſoit qu'on l'ait jetté verticalement de haut en bas avec une certaine force, ou de bas en haut, M. Varignon donne toûjours dans ces 3 cas par les principes de ſa Theorie, c'eſt-à-dire, par des ſommes de Viteſſes, ou des Aires de Courbes, la valeur des eſpaces ou qui ont été parcourus malgré la réſiſtance du Milieu, ou qui l'auroient été ſans cette réſiſtance, & il compare les uns aux autres. Il compare même ceux de l'un des 3 cas à ceux des 2 autres, & pour ne rien oublier, à ceux qui auroient été parcourus par des Mouvemens primitivement uniformes. Tout cela s'execute & par la Logarithmique, & par l'Hiperbole, & toutes les combinaiſons de tant d'idées differentes ou-

vrent un vaste champ à la Geometrie.

Tous ces mouvemens cependant sont renfermez dans une supposition assez limitée, ils ne se font que suivant des lignes verticales, mais si un Corps pesant étoit jetté obliquement à l'Horizon, soit de bas en haut, soit de haut en bas, ce seroient des considerations nouvelles, ce Corps décriroit certainement quelque Courbe, au lieu qu'il ne décrivoit auparavant que des lignes droites.

Tout le monde sçait qu'un Corps pesant jetté soit horizontalement, soit obliquement à l'Horizon décrit une Parabole par le mêlange de sa vitesse de *projection* avec celle que lui imprime sa pesanteur, mais on suppose alors que le Milieu ne fait aucune résistance, ou qu'il n'y a nulle erreur sensible à ne la compter pour rien. Telle est celle que l'Air peut faire à un Boulet de Canon. Mais si le Milieu résiste sensiblement, ou qu'enfin on veüille venir à la précision géometrique, la Parabole n'a plus de lieu.

Si l'on considere un Corps jetté obliquement à l'Horizon, il vient d'abord dans l'esprit de *décomposer* cette vitesse oblique, c'est-à-dire, de la regarder comme résultante d'une vitesse horizontale, toûjours uniforme par sa nature, & d'une verticale variée par la pesanteur, mais la Theorie générale de M. Varignon le mettant en état de prendre une idée encore plus simple, c'est par elle qu'il commence.

Il ne décompose point la vitesse de la projection oblique, il la regarde comme simple, & d'ailleurs elle est uniforme d'elle-même, mais elle est continuellement alterée par l'action de la pesanteur qui ramene le Corps en embas s'il a été jetté de bas en haut, ou hâte son mouvement de haut en bas, s'il a été jetté selon cette direction. Voilà donc deux mouvemens à considerer, l'un primitivement uniforme, l'autre primitivement varié suivant le sistême de Galilée, & à tous les deux le Milieu résiste en raison des vitesses.

* p. 148. Nous avons dit dans l'Hist. de 1707* que dans la pre-

ſente hipothêſe de la Réſiſtance, un mouvement primitivement uniforme devient varié, de ſorte que les viteſſes reſtantes à chaque inſtant ſuivent une progreſſion geometrique décroiſſante, ou, ce qui eſt la même choſe, les Ordonnées exterieures d'une Logarithmique. Il faut donc pour trouver les diminutions de la viteſſe ſimple de projection cauſées par la réſiſtance du Milieu, décrire une Logarithmique dont la premiere & la plus grande Ordonnée exterieure repreſente la viteſſe de projection dans ſon premier inſtant, & non encore diminuée. Reſte la viteſſe qui vient de la peſanteur.

N'examinons ici que le cas où un Corps eſt jetté de bas en haut. Quelque ſoit ſa viteſſe de projection, ſa peſanteur agira contre elle dès le premier inſtant pour le ramener en embas, & de toute la ligne de projection qu'il auroit décrite, s'il avoit été ſans peſanteur, il n'en décrira qu'une premiere partie infiniment petite, après quoi il ſera toûjours au deſſous de plus en plus. Il eſt donc, à ne conſiderer que ſa peſanteur, dans le même cas que ſi on le laiſſoit tomber librement Or nous avons vû ci-deſſus * qu'en ce cas-là ſes viteſſes toûjours croiſſantes ſeroient repreſentées par les Ordonnées interieures d'une Logarithmique, dont la premiere ayant été égale à zero, la derniere infiniment éloignée ne ſeroit que finie, & repreſenteroit la viteſſe terminale. Il ne faut donc que décrire cette Logarithmique pour avoir les viteſſes accelerées cauſées par la peſanteur, malgré la réſiſtance du Milieu.

* p. 125.

Cette Logarithmique, & celle qui repreſenteroit la viteſſe uniforme de projection devenuë variée, n'en ſont pas deux. L'eſſence de cette Courbe conſiſte en ce que ſes Ordonnées exterieures ſont en progreſſion geometrique, leurs Abſciſſes étant ſuppoſées en progreſſion arithmetique, & delà il ſuit neceſſairement qu'à quelque point que ſe ſoit ſa ſoûtangente eſt toujours de la même grandeur. Une Logarithmique ne differe d'une autre qu'en ce que leurs ſoûtangentes, invariables chacune, ſont deux grandeurs differentes. D'ailleurs comme cette Courbe

s'étend à l'infini, on y peut toûjours trouver une Ordonnée de telle grandeur qu'on voudra. Ainsi si la Logarithmique qui doit representer les vitesses causées par la pesanteur est telle que la même ligne droite represente & sa soûtangente & la vitesse terminale, elle est déterminée à être une certaine Logarithmique, & ensuite l'on y trouvera une Ordonnée qui representera la premiere vitesse de projection, quelque soit le rapport de cette vitesse à la terminale. Ce ne seront que 2 differens arcs de la même Logarithmique, dont les differentes Ordonnées representeront les deux differentes especes de vitesses que nous considerons ici, & si celle de projection étoit égale à la terminale, ce ne seroit que le même arc.

Par tout ce qui a été dit & dans l'Hist. de 1707 & cy-dessus, il est évident que quand on a ces deux differentes especes de vitesses, & par consequent leur rapport, on a ensuite le rapport des deux espaces qu'elles ont fait parcourir, ou, ce qui revient au même, le point où le Corps doit se trouver à un instant quelconque, & la suite de tous ces points pour tous les instans est la *Courbe de projection.*

Un côté infiniment petit quelconque de cette Courbe, est l'espace que le Corps a parcouru dans un instant, en vertu des deux vitesses, & par un mouvement composé. Pour avoir cet espace, il faut prendre les deux qui ont été parcourus en vertu de chaque vitesse, ou, ce qui revient au même, les deux espaces *primitifs*, qui auroient été parcourus dans un Milieu sans résistance, diminuez ainsi qu'ils ont dû l'être par la résistance. Et comme les vitesses qui ne seroient pas uniformes dans le fini, le deviennent dans l'infiniment petit, & que les espaces sont en raison des vitesses, lorsqu'elles sont uniformes, & que dans l'hipothêse presente les résistances sont en raison des vitesses, les espaces primitifs infiniment petits seront diminuez par la résistance selon la même raison qu'ils ont entr'eux. Et si l'on conçoit qu'ils forment un parallelogramme, sa diagonale sera la ligne du mouvemement composé, ou le côté infiniment petit de la Courbe décrit par le

Corps pendant un instant. Supposons que les deux espaces primitifs eussent été comme 3 & 4, & que du premier la résistance en eût retranché 1, elle auroit donc retranché du second $\frac{4}{3}$, ce qui les auroit réduit à être 2 & $\frac{8}{3}$, & leur diagonale primitive, qui, en concevant qu'ils fissent entr'eux un angle droit, auroit été 5, seroit devenuë $\frac{10}{3}$.

Il est bon de faire ici une remarque, qui est peut-être assez délicate, & qui pourra servir d'exemple de la facilité qu'il y a à se méprendre en ces matieres. Le raisonnement que nous venons de faire semble conclure, que dans quelque hipothêse que ce soit des résistances, les deux petits espaces primitifs étant diminuez comme cette hipothêse le demandera, leur diagonale sera la ligne du mouvement composé du Corps. Mais ni cela n'est vrai ni le raisonnement ne le conclut. Le Milieu qui resiste ne s'oppose pas seulement aux deux mouvemens simples, d'où résulte le composé, il s'oppose aussi au composé, & même ce composé étant le seul réel, il est le seul auquel le Milieu s'oppose réellement. Quand on a diminué les deux petits espaces primitifs selon la raison des résistances, il faut donc diminuer aussi selon cette même raison leur diagonale primitive, pour avoir la ligne du mouvement composé, & si on se contentoit de tirer la diagonale des espaces diminuez, on tomberoit dans l'erreur. Par exemple, si la résistance suit les quarrez des vitesses, & que les espaces primitifs & leur diagonale soient encore 3, 4 & 5, & que la résistance retranche 1 du premier espace, on trouvera dans cette hypothêse de la résistance, que les deux espaces deviennent 2 & $\frac{20}{9}$, & que si on tiroit simplement leur diagonale elle seroit à peu près $\frac{26}{9}$; mais si on la diminuë aussi selon l'hipothêse, elle sera $\frac{55}{36}$ ce qui est bien au-dessous de $\frac{26}{9}$ ou $\frac{104}{36}$. Dans l'hipothêse des résistances en raison des vitesses, la simple diagonale des deux espaces primitifs diminuez comme il le faut, se trouve aussi diminuée autant que le demande l'hipothêse, car alors ces 3 lignes doivent toûjours être entr'elles comme les primitives, & l'on voit que 2, $\frac{8}{3}$ & $\frac{10}{3}$, ou ce

qui est la même chose, 6, 8 & 10, sont comme 3, 4, & 5.

La Courbe de projection a pour Tangente à son origine la ligne de projection oblique, puisque le Corps pendant le premier instant de son mouvement doit décrire une partie infiniment petite & de cette ligne de projection & de la Courbe. Quoiqu'elle soit toûjours au-dessous de cette premiere Tangente, elle s'éleve ensuite par rapport à l'horizon, tant que ce qu'il y a de vertical dans la vitesse de projection l'emporte sur la vitesse que la pesanteur imprime aux Corps pour le faire descendre. Au point où ces deux vitesses sont égales, c'est-à-dire, où le Corps ne monte ni ne descend, la position ou la Tangente de la Courbe est horizontale, ensuite elle descend toûjours & tend à devenir perpendiculaire à l'horizon, sans le pouvoir devenir qu'après un cours infini.

La Parabole que le Corps décriroit dans un Milieu sans résistance, s'ouvre toûjours à l'infini, & l'étenduë ou *amplitude* de ce jet seroit par consequent infinie. Mais ici l'amplitude du jet ne l'est pas, & elle est contenuë entre deux lignes verticales, éloignées l'une de l'autre d'une distance finie, de sorte que le Corps, quoiqu'en un tems infini, & après avoir parcouru un espace infini, ne peut être éloigné de l'origine du jet, que de cette distance finie, prise sur une ligne horizontale, c'est-à-dire en un mot que la Courbe de projection a un Asimptote, & une derniere Ordonnée finie la plus grande de toutes, à laquelle elle ne peut arriver. On en verra la necessité si l'on se souvient * que par la simple vitesse de projection le Corps n'auroit décrit en un tems infini qu'une ligne droite finie, or la vitesse causée par la pesanteur ne peut pas augmenter cette étenduë du jet, puisqu'elle ne tend qu'a ramener le Corps en embas selon des lignes verticales.

* V. l'Hist. de 1707. p. 144.

Il est clair que quand on conçoit le cours de la Courbe infini, on suppose la projection faite d'un point infiniment éloigné de la Terre, & que par consequent le Corps ne

la peut rencontrer en retombant. Mais si cette même projection étoit faite sur la Terre, le Corps y retomberoit après avoir parcouru un arc fini de la Courbe, tant en s'élevant qu'en redescendant, & M. Varignon détermine aisément ce point, où la Courbe couperoit une ligne horizontale, aussi-bien que celui de sa plus grande élevation sur l'horizon.

Par tout ce qui a été dit, il est clair que les infiniment petits des *Coordonnées* de cette Courbe, qui toûjours pris deux à deux en déterminent chaque petit côté, sont les accroissemens infiniment petits que prennent à chaque instant les deux espaces simples, dont est composé le mouvement du Corps. Ces espaces sont comme les aires correspondantes des deux arcs Logarithmiques, dont le premier sert à representer la vitesse simple de projection, & l'autre celle de la pesanteur, & ces airs sont comme certaines lignes droites, ce qui est plus simple. Par exemple, l'aire du premier, formée par les Ordonnées exterieures, est par tout comme l'ordonnée interieure correspondante.

Maintenant il reste à trouver la Courbe des projections obliques de haut en bas. Il est évident que dans ces projections il y a necessairement du vertical, & qu'à cet égard le Corps est dans le même cas que s'il étoit jetté de haut en bas avec une certaine vitesse initiale. Le vertical déduit, il ne reste qu'un mouvement horizontal. Il est vrai que de cette maniere on décompose la vitesse oblique de projection, quoique l'on n'en ait pas presentement le dessein, mais il faut remarquer qu'on ne la décompose que par accident. Que la projection oblique soit ou de bas en haut, ou de haut en bas, il est toûjours necessaire d'en considerer la vitesse séparément de celle que produit la pesanteur du Corps. Si la projection oblique est de bas en haut, & qu'on la décompose, elle donnera au Corps un mouvement horizontal en avant, & de plus un vertical de bas en haut, & d'un autre côté la pesanteur lui en donnera un vertical contraire de haut en

bas, & même les lignes verticales par lesquelles elle agira, seront differentes de celle qui entroit dans la composition de la projection oblique. Si on ne décompose point cette projection, l'action verticale de la pesanteur de haut en bas, ne l'aisse pas de subsister toûjours, & elle doit être considerée à part. Mais dans une projection oblique de haut en bas, ce qu'il y a de verticale est précisément le même, que ce qui y surviendroit de la part de la pesanteur, pourvû seulement qu'elle fût fortifiée par quelque cause étrangere. Ainsi en considerant l'action de la pesanteur, on décompose necessairement cette projection, mais aussi ce n'est que par accident, & parce qu'elle est de haut en bas.

Dans cette espece de projection les vitesses horizontales décroissantes, seront toûjours representées par les Ordonnées exterieures d'une Logarithmique; mais quant aux vitesses verticales, il y a 3 cas differens rapportez ci-dessus*, la vitesse initiale sera ou plus petite que la terminale, ou égale, ou plus grande. Prenons d'abord le cas de l'égalité.

* p. 129.

Alors le mouvement vertical du Corps sera uniforme, & une ligne droite divisée en parties égales en representera les vitesses. Voilà donc les deux vitesses simples déterminées. L'espace parcouru en vertu de la premiere au bout d'un tems quelconque sera comme l'Aire Logarithmique, ou comme l'Ordonnée interieure correspondante, & l'espace parcouru en vertu de la seconde sera toûjours au bout d'un tems égal comme une même ligne constante. Les infiniment petits de ces espaces seront l'un l'infiniment petit de l'Ordonnée interieure d'une Logarithmique, & l'autre un infiniment petit toûjours constant. Ils sont tous deux les infiniment petits des Coordonnées de la Courbe de projection qu'on cherche, par consequent cette Courbe sera une Logarithmique, car à ce que les infiniment petits de ses Ordonnées sont des infiniment petits d'Ordonnées de Logarithmique, il se joint que les infiniment petits des Abscisses correspontantes

ſoient conſtans, ce qui eſt eſſentiellement requis, & ne peut trouver en aucune autre Courbe. La Logarithmique, après avoir tant ſervi à trouver ou les viteſſes des Corps mûs dans des Milieux qui réſiſtent, ou les Courbes que décrivent ces Corps jettez obliquement, devient enfin elle-même dans un cas la Courbe qu'ils décrivent.

Si la viteſſe verticale de la projection oblique de haut en bas eſt ou plus petite ou plus grande que la terminale, il eſt viſible que quoique les viteſſes horizontales ſoient toûjours repreſentées par les Ordonnées exterieures d'une Logarithmique, la Courbe de projection ne ſera plus une Logarithmique, parce que la viteſſe verticale ne ſera plus uniforme, mais ou accelerée ou retardée, & que par conſequent les infiniment petits des Ordonnées étant des infiniment petits d'Ordonnées de Logarithmique, ceux des Abſciſſes ne ſeront plus conſtans, ou que ſi on les prend conſtans, ceux des Ordonnées ne ſeront plus des infiniment petits d'Ordonnées de Logarithmique. M. Varignon détermine cette nouvelle Courbe de projection; elle eſt differente de celle des projections obliques de bas en haut, mais elle a comme elle, & par la même raiſon, une aſimptote verticale, c'eſt-à-dire, que quoique le Corps décrive en un tems infini un eſpace infini par rapport à une ligne verticale, l'étenduë horizontale du jet n'eſt que finie.

Il n'importe quel ſoit le rapport de la viteſſe d'une projection oblique de haut en bas à la viteſſe terminale, car cette viteſſe de projection oblique étant toûjours neceſſairement plus grande que ce qu'elle a de vertical, & la grandeur de ce qu'elle a de vertical étant déterminée par l'obliquité de la projection, & par la grandeur de la viteſſe oblique, on aura toûjours le rapport de ce qu'elle a de vertical à la viteſſe terminale, que l'on ſuppoſe connuë, & ce rapport eſt tout ce qu'il faut conſiderer.

Puiſque la Courbe de projection de haut en bas eſt formée par un mouvement composé de deux mouvemens, l'un horizontal, l'autre vertical, il eſt clair que ſes

Coordonnées doivent se rencontrer à angles droits, comme font des lignes horizontales & verticales, au lieu que dans la Courbe de projection de bas en haut, formée par un mouvement oblique à l'horizon, & par un vertical, les Coordonnées se rencontroient obliquement. Cette difference les empêchera d'avoir une équation commune, tant qu'elle subsistera, mais elle n'est pas insurmontable. M. Varignon ayant réduit la Courbe des projections de bas en haut à avoir des Coordonnées qui se rencontrent à angles droits, ramene ensuite les Courbes des deux projections contraires à une même équation générale, que les deux cas differens déterminent differemment.

L'Hiperbole, ainsi qu'il a déja été dit, peut faire en cette matiere les fonctions de la Logarithmique, & M. Varignon ayant construit par des Logarithmiques les 2 cas des deux projections contraires, fait voir ensuite qu'ils peuvent être aussi construits par l'Hiperbole, & que les deux Solutions, quoique differentes en apparence, ne sont que la même.

Il fait voir pareillement que, s'il eût supposé le Milieu sans résistance, les principes qu'il a suivis lui auroient donné pour Courbe de projection dans les deux cas la Parabole, que Galilée, en faisant abstraction de la résistance du Milieu, avoit trouvée, mais par une voïe moins générale.

M. Newton, & M. Huguens ont donné aussi dans l'hipothêse presente, le premier en se servant de l'Hiperbole, & le second, de la Logarithmique, la maniere de décrire par points la Courbe de projection, mais ni l'un ni l'autre n'ont donné une équation qui en exprimât la nature. M. Huguens n'a pas même démontré sa maniere de trouver les points. Les deux tours qu'ils ont pris paroissent fort differens, soit l'un de l'autre, soit de celui de M. Varignon cependant il prouve que les trois arrivent précisement au même but, car en tirant de la description que chacun de ces Auteurs fait de sa Courbe une équa-

tion qui l'exprime, il fait voir qu'elle est la même de part & d'autre que celle qu'il a trouvée pour la Courbe déduite de ses principes. Après qu'on a marché par differens chemins pour aller à un même lieu, qnelque sûr que l'on soit de ne s'être égaré dans aucun des voyages ; on l'est encore plus quand on reconnoît ce lieu pour le même, & s'il se pouvoit faire qu'il parût fort different, la certitude seroit ébranlé.

Après tout cela, M. Varignon cherche la même Courbe en décomposant la projection oblique, ainsi que l'ont pratiqué M[rs] Huguens & Newton. Quoique cette methode paroisse fort naturelle, elle est la moins simple, & les demonstrations qu'elle produit demandent un plus grand tour. M. Varignon les donnent également & pour les deux projections contraires, & en se servant soit de la Logarithmique soit de l'Hiperbole, & il prouve ensuite & que cette Courbe est la même que celle qu'il avoit déja trouvée sans décomposer les projections, & qu'elle est la même que celles de M[rs] Newton & Huguens. Tant de surcroîts d'assurance ne sont pas inutiles dans des matieres aussi épineuses, & aussi compliquées.

ON dit qu'il est constant que des Chevaux qui se sont emportez s'arrêtent tout à coup, si on leur jette sur la tête quelque chose qui les empêche de voir. Cela supposé, M. Dalesme a montré une maniere fort simple de disposer deux Cordons qui abattroient tout d'un coup sur les yeux de deux Chevaux de Carrosse les deux pieces de cuir, qui sont à côté, de sorte qu'ils cesseroient aussi-tôt de voir. On tireroit les Cordons de dedans le Carrosse, & seroit un moyen fort aisé de remedier à un accident très-fâcheux, & même d'en prévenir la peur.

MOnsieur des Billettes a continué la description de la Maniere de faire le Sucre, & a donné celle de la Tannerie.

M. Jaugeon a donné la description de l'Art du Relieur de Livres.

MACHINES OU INVENTIONS approuvées par l'Academie en M. DCCVIII.

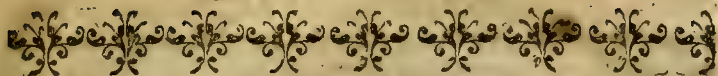
I.

UN Clavesin de M. Cuisinié, nouveau pour sa construction, quoiqu'en effet ce ne soit qu'une Vielle très-ingenieusement perfectionnée.

II.

Des Machines de M. du Guet pour l'augmentation de l'Ouye, & sur-tout un Fauteüil qui augmente considerablement le son pour une personne qui est assise dedans, & qui presente l'oreille à une ouverture qu'elle rencontre sans peine. Il faut que l'on parle à une autre ouverture qui de dehors en dedans répond à celle-là, & on peut parler si bas que l'on veut. Toutes ces Machines ont été trouvées nouvelles & utiles à ceux qui entendent difficilement; leur effet augmente à proportion de leur volume.





ELOGE
DE M. DE TOURNEFORT.

JOSEPH PITTON DE TOURNEFORT nâquit à Aix en Provence le 5 Juin 1656 de Pierre Pitton Ecuïer Seigneur de Tournefort, & d'Aimare de Fagouë d'une Famille noble de Paris.

On le mit au College des Jesuites d'Aix, mais quoiqu'on l'appliquât uniquement, comme tous les autres Ecoliers, à l'étude du Latin, dès qu'il vit des Plantes, il se sentit Botaniste; il vouloit sçavoir leurs noms, il remarquoit soigneusement leurs differences, & quelquefois il manquoit à sa Classe, pour aller herboriser à la Campagne, & pour étudier la Nature, au lieu de la langue des anciens Romains. La plûpart de ceux qui ont excellé en quelque genre, n'y ont point eu de Maître, il apprit de lui-même en peu de tems à connoître les Plantes des Environs de sa Ville.

Quand il fût en Philosophie, il prit peu de goût pour celle qu'on lui enseignoit. Il n'y trouvoit point la Nature qu'il se plaisoit tant à observer, mais des idées vagues & abstraites, qui se jettent, pour ainsi dire, à côté des choses, & n'y touchent point. Il découvrit dans le Cabinet de son Pere la Philosophie de Descartes, peu fameuse alors en Provence, & la reconnut aussi-tôt pour celle qu'il cherchoit. Il ne pouvoit joüir de cette lecture que par surprise & à la dérobée, mais c'étoit avec d'autant plus d'ardeurs, & ce Pere qui s'opposoit à une étude si utile, lui donnoit sans y penser une excellente éducation.

Comme il le destinoit à l'Eglise, il le fit étudier en Theologie, & le mit même dans un Seminaire. Mais la distination naturelle prévalut. Il falloit qu'il vît des Plantes, il alloit faire ses études cheries, ou dans un Jardin assez

curieux qu'avoit un Apotiquaire d'Aix, ou dans les campagnes voisines, ou sur la cime des Rochers; il penetroit par adresse ou par presens dans tous les Lieux fermez, ou il pouvoit croire qu'il y avoit des Plantes qui n'étoient pas ailleurs; si ces sortes de moïens ne réüssioient pas, il se résolvoit plutôt à y entrer furtivement, & un jour il pensa être accablé de pierres par des Païsans qui le prenoient pour un Voleur.

Il n'avoit guere moins de passion pour l'Anatomie & pour la Chimie que pour la Botanique. Enfin la Phisique & la Medecine le revendiquerent avec tant de force sur la Theologie, qui s'en étoit mise injustement en possession, qu'il fallût qu'elle le leur abandonnât. Il étoit encouragé par l'exemple d'un Oncle paternel qu'il avoit, Medecin fort habile, & fort estimé, & la mort de son Pere arrivée en 1677 le laissa entierement maître de suivre son inclination.

Il profita aussi-tôt de sa liberté, & parcourut en 1678 les Montagnes de Dauphiné & de Savoye, d'où il rapporta quantité de belles Plantes seches, qui commencerent son Herbier.

La Botanique n'est pas une science sedentaire & paresseuse, qui se puisse acquerir dans le repos & dans l'ombre d'un Cabinet, comme la Geometrie, & l'Histoire, ou qui tout au plus, comme la Chimie, l'Anatomie, & l'Astronomie, ne demande que des operations d'assez peu de mouvement. Elle veut que l'on coure les Montagnes & les Forêts, que l'on gravisse contre des Rochers escarpez, que l'on s'expose aux bords des Précipices. Les seuls Livres qui peuvent nous instruire à fond dans cette matiere, ont été jettez au hazard sur toute la surface de la Terre, & il faut se résoudre à la fatigue & au peril de les chercher & de les ramasser, Delà vient aussi qu'il est si rare d'exceller dans cette Science, le degré de passion qui suffit pour faire un sçavant d'un autre espece, ne suffit pas pour faire un grand Botaniste, & avec cette passion même, il faut encore une santé qui puisse la suivre, une

force

force de corps qui y réponde. M. de Tournefort étoit d'un temperament vif, laborieux, robuste, un grand fonds de gaïeté naturelle le soûtenoit dans le travail, & son corps aussi-bien que son esprit avoit été fait pour la Botanique.

En 1679 il partit d'Aix pour Montpellier, où il se perfectionna beaucoup dans l'Anatomie, & dans la Medecine. Un Jardin des Plantes établi en cette Ville par Henry IV. ne pouvoit pas, quelque riche qu'il fût, satisfaire sa curiosité, il courut tous les environs de Montpellier à plus de 10 lieuës, & en rapporta des Plantes inconnuës aux Gens même du Païs. Mais ces courses étoient encore trop bornées, il partit de Montpellier pour Barcelone au mois d'Avril 1681, il passa jusqu'à la S. Jean dans les Montagnes de Catalogne, où il étoit suivi par les Medecins du Païs, & par les jeunes Etudians en Medecine, à qui il démontroit les Plantes. On eût dit presque qu'il imitoit les anciens Gimnosophistes qui menoient leurs Disciples dans des Deserts, où ils tenoient leur école.

Les hautes Montagnes des Pirenées étoient trop proches pour ne le pas tenter. Cependant il sçavoit qu'il ne trouveroit dans ces vastes solitudes qu'une subsistance pareille à celle des plus austeres Anachoretes, & que les malheureux Habitans qui la lui pouvoient fournir, n'étoient pas en plus grand nombre que les Voleurs qu'il avoit à craindre. Aussi fut-il plusieurs fois dépoüillé par les Miquelets Espagnols. Il avoit imaginé un stratagême pour leur dérober un peu d'argent dans ces sortes d'occasions. Il enfermoit des Réaux dans du pain qu'il portoit sur lui, & qui étoit si noir & si dur, que quoiqu'ils le volassent fort exactement, & ne fussent pas gens à rien dédaigner, ils le lui laissoient avec mépris. Son inclination dominante lui faisoit tout surmonter; ces Rochers affreux & presque inaccessibles, qui l'environnoient de toutes parts, s'étoient changez pour lui en une magnifique Bibliotheque, où il avoit le plaisir de trouver tout ce que sa curiosité demandoit, & où il passoit des journées déli-

cieuſes. Un jour une méchante Cabane, où il couchoit, tomba tout à coup, il fut deux heures enſeveli ſous les ruïnes, & y auroit péri, ſi l'on eût tardé encore quelque tems à le retirer,

Il revint à Montpellier à la fin de 1681, & delà il alla chez lui à Aix, où il rangea dans ſon Herbier toutes les Plantes qu'il avoit ramaſſées de Provence, de Languedoc, de Dauphiné, de Catalogne, des Alpes, & des Pirenées. Il n'appartient pas à tout le monde de comprendre que le plaiſir de les voir en grand nombre, bien entieres, bien conſervées, diſpoſées ſelon un bel ordre dans de grands Livres de papier blanc, le payoit ſuffiſamment de tout ce qu'elles lui avoient coûté.

Heureuſement pour les Plantes, M. Fagon alors premier Medecin de la feuë Reine, s'y étoit toûjours fort attaché, comme à une partie des plus curieuſes de la Phiſique, & des plus eſſentielles de la Medecine, & il favoriſoit la Botanique de tout le pouvoir que lui donnoient ſa place, & ſon merite. Le nom de M. de Tournefort vint à lui de tant d'éndroits differens, & toûjours avec tant d'uniformité, qu'il eut envie de l'attirer à Paris, rendez-vous général de preſque tous les grands talens répandus dans les Provinces. Il s'adreſſa pour cela à Me de Venelle. Sous-gouvernante des Enfans de France, qui connoiſſoit beaucoup toute la famille de M. de Tournefort. Elle lui perſuada donc de venir à Paris, & en 1683 elle le preſenta à M. Fagon, qui dès la même année lui procura la place de profeſſeur en Botanique au Jardin Royal des Plantes, établi à Paris par Loüis XIII. pour l'inſtruction des jeunes Etudians en Medecine.

Cet emploi ne l'empêcha pas de faire differens Voyages. Il retourna en Eſpagne, & alla juſqu'en Portugal. Il vit des Plantes, mais preſque ſans aucun Botaniſte. En Andalouſie qui eſt un Païs fécond en Palmiers, il voulut verifier ce que l'on dit depuis ſi long-tems des amours du Mâle & de la Femelle de cette eſpece, mais il n'en pût rien apprendre de certain, & ces amours ſi anciennes, en

cas qu'elles ſoient, ſont encore miſterieuſes. Il alla auſſi en Hollande & en Angleterre, où il vit & des Plantes, & pluſieurs grands Botaniſtes, dont il gagna facilement l'eſtime & l'amitié. Il n'en faut point d'autre preuve, que l'envie qu'eut M. Herman, celebre Profeſſeur en Botanique à Leyde, de lui réſigner ſa place, parce qu'il étoit déja fort âgé. Il lui en écrivit au commencement de la derniere guerre avec beaucoup d'inſtance, & le zele qu'il avoit pour la Science qu'il profeſſoit, lui faiſoit choiſir un Succeſſeur, non-ſeulement Etranger, mais d'une Nation ennemie. Il promettoit à M. de Tournefort une penſion de 4000. liv. de M[rs] les Etats Generaux, & lui faiſoit eſperer une augmentation, quand il ſeroit encore mieux connu. La penſion attachée à ſa place du Jardin Royal étoit fort modique, cependant l'amour de ſon Païs lui fit refuſer des offres & ſi utiles & ſi flateuſes. Il s'y joignit encore une autre raiſon, qu'il diſoit à ſes amis, c'eſt qu'il trouvoit que les Sciences étoient ici pour le moins à un auſſi haut degré de perfection, qu'en aucun autre Païs. La Patrie d'un Sçavant ne ſeroit pas ſa veritable Patrie, ſi les Sciences n'y étoient floriſſantes.

La ſienne ne fut pas ingrate. L'Academie des Sciences ayant été miſe en 1691 ſous l'inſpection de M. l'Abbé Bignon, un des premiers uſages qu'il fit de ſon autorité deux mois après qu'il en fut revêtu fut de faire entrer dans cette Compagnie M. de Tournefort, & M. Homberg, qu'il ne connoiſſoit ni l'un ni l'autre que par le nom qu'ils s'étoient fait. Après qu'ils eurent été agréés par le Roi ſur ſon témoignage, il les preſenta tous deux enſemble à l'Academie, deux premiers nez, pour ainſi dire, dignes de l'être d'un tel Pere, & d'annoncer toute la famille ſpirituelle qui les a ſuivis.

En 1694 parut le 1[r] Ouvrage de M. de Tournefort, intitulé, *Elemens de Botanique*, ou *Methode pour connoître les Plantes*, imprimé au Louvre en 3 volumes. Il eſt fait pour mettre de l'ordre dans ce nombre prodigieux de Plantes, ſemées ſi confuſément ſur la Terre, & même

ſous les Eaux de la Mer, & pour les diſtribuer en Genres, & en Eſpeces, qui en facilitent la connoiſſance, & empêchent que la memoire des Botaniſtes ne ſoit accablée ſous le poids d'une infinité de noms differens. Cet ordre ſi neceſſaire n'a point été établi par la Nature, qui a préferé une confuſion magnifique à la commodité des Phiſiciens, & c'eſt à eux à mettre preſque malgré elle de l'arrangement & un ſiſtême dans les Plantes. Puiſque ce ne peut être qu'un ouvrage de leur eſprit, il eſt aiſé de prévoir qu'ils ſe partageront, & que même quelques-uns ne voudront point de ſiſtême. Celui que M. de Tournefort a préferé après une longue & ſçavante diſcuſſion, conſiſte à regler les Genres des Plantes par les Fleurs & par les Fruits pris enſemble, c'eſt-à-dire, que toutes les Plantes ſemblables par ces deux parties ſeront du même Genre, après quoi les differences ou de la Racine, ou de la Tige, ou des Feüilles, feront leurs differentes eſpeces. M. de Tournefort a été même plus loin; au-deſſus des Genres il a mis des Claſſes qui ne ſe reglent que par les Fleurs, & il eſt le premier qui ait eu cette penſée, beaucoup plus utile à la Botanique, qu'on ne ſe l'imagineroit d'abord. Car il ne trouve juſqu'ici que 14 figures differentes de Fleurs qu'il faille s'imprimer dans la memoire, ainſi quand on a entre les mains une Plante en fleur, dont on ignore le nom, on voit auſſi-tôt à quelle Claſſe elle appartient dans le Livre des Elemens de Botanique, quelques jours après la fleur paroit le fruit, qui détermine le Genre dans ce même Livre, & les autres parties donnent l'eſpece, de ſorte que l'on trouve en un moment, & le nom que M. de Tournefort lui donne par rapport à ſon ſiſtême, & ceux que d'autres Botaniſtes des plus fameux lui ont donnez, ou par rapport à leurs ſiſtêmes particuliers, ou ſans aucun ſiſtême. Par-là on eſt en état d'étudier cette Plante dans les Auteurs qui en ont parlé, ſans craindre de lui attribuer ce qu'ils auront dit d'une autre, ou d'attribuer à une autre ce qu'ils auront dit de celle-là. C'eſt un prodigieux ſoulagement pour la memoire, que tout ſe réduiſe à re-

tenir 14 figures de Fleurs, par le moyen desquelles on descend à 673 Genres, qui comprennent sous eux 8846 especes de Plantes, soit de Terre, soit de Mer, connuës jusqu'au tems de ce Livre, Que seroit-ce s'il falloit connoître immédiatement ces 8846 especes, & cela sous tous les noms differens qu'il a plû aux Botanistes de leur imposer ? Ce que nous venons de dire ici demanderoit encore quelques restrictions, ou quelques éclaircissemens, mais nous les avons donnez dans l'Hist. de 1700 * où le sistême de M. de Tournefort a été traité plus à fond, & avec plus d'étenduë.

* p. 70. & suiv.

Il parut être fort approuvé des Phisiciens, c'est-à-dire, & cela ne doit jamais s'entendre autrement, du plus grand nombre des Phisiciens. Il fut attaqué sur quelques points par M. Rai, celebre Botaniste, & Phisicien Anglois, auquel M. de Tournefort répondit, en 1697 par une Dissertation Latine adressée à M. Sherard, autre Anglois habile dans la même Science. La dispute fut sans aigreur, & même assez polie de part & d'autre, ce qui est assez à remarquer. On dira peut-être que le sujet ne valoit guere la peine qu'on s'échauffât ; car de quoi s'agissoit-il ? De sçavoir si les fleurs & les fruits suffisoient pour établir les Genres, si une certaine Plante étoit d'un Genre ou d'un autre. Mais on doit tenir compte aux Hommes, & plus particulierement aux Sçavans, de ne s'échauffer pas beaucoup sur de legers sujets. M. de Tournefort dans un Ouvrage posterieur à la dispute a donné de grands éloges à M. Rai, & même sur son sistême des Plantes.

Il se fit recevoir Docteur en Medecine de la Faculté de Paris, & en 1698 il publia un Livre intitulé, *Histoire des Plantes qui naissent aux environs de Paris, avec leur usage dans la Medecine.* Il est facile de juger que celui qui avoit été chercher des Plantes sur les sommets des Alpes, & des Pirenées, avoit diligemment herborisé dans tous les environs de Paris, depuis qu'il y faisoit son séjour. La Botanique ne seroit qu'une simple curiosité, si elle ne se rapportoit à la Medecine, & quand on veut qu'elle soit

utile, c'eſt la Botanique de ſon Païs, qu'on doit le plus étudier, non que la Nature ait été auſſi ſoigneuſe qu'on le dit quelquefois de mettre dans chaque Païs les Plantes qui devoient convenir aux maladies des Habitans, mais parce qu'il eſt plus commode d'emploïer ce qu'on a ſous ſa main, & que ſouvent ce qui vient de loin n'en vaut pas mieux. Dans cette Hiſtoire des Plantes des environs de Paris, M. de Tournefort raſſemble outre leurs differens noms, & leurs deſcriptions, les Analiſes Chimiques que l'Academie en avoit faites, & leurs vertus les mieux prouvées. Ce Livre ſeul répondroit ſuffiſamment au reproche que l'on fait quelquefois aux Medecins de n'aimer pas les Remedes tirez des ſimples, parce qu'ils ſont trop faciles, & d'un effet trop prompt. Certainement M. de Tournefort en produit ici un grand nombre, cependant ils ſont la plûpart aſſez negligez, & il ſemble qu'une certaine fatalité ordonne qu'on les deſirera beaucoup, & qu'on s'en ſervira peu.

On peut compter parmi les Ouvrages de M. de Tournefort un Livre, ou du moins une partie d'un Livre, qu'il n'a pourtant pas fait imprimer. Il porte pour titre *Schola Botanica, ſive Catalogus Plantarum, quas ab aliquot annis in Horto Regio Pariſienſi ſtudioſis indigitavit Vir Clariſſimus Joſephus Pitton de Tournefort, Doctor Medicus, ut & Pauli Hermanni Paradiſi Batavi Prodromus, &c. Amſtelædami* 1699. Un Anglois nommé M. Simon Warton, qui avoit étudié trois ans en Botanique au Jardin du Roi ſous M. de Tournefort, fit ce Catalogue des Plantes qu'il y avoit vûës.

Comme les Elemens de Botanique avoient eu tout le ſuccès que l'Auteur même pouvoit deſirer, il en donna en 1700 une traduction Latine en faveur des Etrangers, & plus ample, ſous le titre de *Inſtitutiones Rei Herbariæ* en 3 Vol. in 4°, dont le premier contient les noms des Plantes diſtribuées ſelon le ſiſtême de l'Auteur, & les deux autres leurs figures très-bien gravées. A la tête de cette traduction eſt une grande Préface ou *Introduction*

à la Botanique, qui convient avec les principes du ſiſtême de M. de Tournefort ingenieuſement & ſolidement établis, une Hiſtoire de la Botanique & des Botaniſtes, recüeillie avec beaucoup de ſoin, & agréablement écrite. On n'aura pas de peine à s'imaginer qu'il s'occupoit avec plaiſir de tout ce qui avoit rapport à l'objet de ſon amour. Cet amour cependant n'étoit pas ſi fidelle aux Plantes, qu'il ne ſe portât preſque avec la même ardeur à toutes les autres curioſitez de la Phiſique, Pierres figurées, Marcaſſites rares, Petrifications, & Criſtalliſations extraordinaires, Coquillages de toutes les eſpeces. Il eſt vrai que du nombre de ces ſortes d'infidelitez on en pourroit excepter ſon goût pour les Pierres, car il croïoit que c'étoient des Plantes qui vegetoient, & qui avoient des graines, il étoit même aſſez diſpoſé à étendre ce ſiſtême juſqu'aux Metaux, & il ſemble qu'autant qu'il pouvoit, il transformoit tout en ce qu'il aimoit le mieux. Il ramaſſoit auſſi des Habillemens, des Armes, des inſtrumens de Nations éloignées, autres ſortes de curioſitez, qui quoiqu'elles ne ſoient pas ſorties immédiatement des mains de la Nature, ne laiſſent pas de devenir philoſophiques, pour qui ſçait philoſopher. De tout cela enſemble il s'étoit fait un Cabinet ſuperbe pour un particulier, & fameux dans Paris, les Curieux l'eſtimoient à 45 ou 50000 livres. Ce ſeroit une tache dans la vie d'un Philoſophe, qu'une ſi grande dépenſe, ſi elle avoit eu tout autre objet. Elle prouve que M. de Tournefort, dans une fortune auſſi bornée que la ſienne, n'avoit pû guere donner à des plaiſirs plus frivoles, & cependant beaucoup plus recherchez.

Avec toutes les qualitez qu'il avoit, on peut juger aiſément combien il étoit propre à être un excellent Voyageur, car j'entens ici par ce terme, non ceux qui voyagent ſimplement, mais ceux en qui ſe trouve & une curioſité fort étenduë, qui eſt aſſez rare, & un certain don de bien voir, plus rare encore. Les Philoſophes ne courent guere le monde, & ceux qui le courent ne ſont ordi-

nairement guere Philosophes, & par-là un voyage de Philosophe est extrêmement précieux. Aussi nous comptons que ce fut un bonheur pour les Sciences que l'ordre que M. de Tournefort reçut du Roi en 1700 d'aller en Grece, en Asie & en Afrique, non seulement pour y reconnoître les Plantes des Anciens, & peut-être aussi celles qui leur auront échapé, mais encore pour y faire des observations sur toute l'Histoire Naturelle, sur la Geographie ancienne & moderne, & même sur les Mœurs, la Religion, & le Commerce des Peuples. Nous ne repeterons point ici ce que nous avons dit sur ce sujet dans l'Hist. de 1700*. Il eut ordre d'écrire le plus souvent qu'il pourroit à M. le Comte de Pontchartrain, qui lui procuroit tous les agrémens possibles dans son voyage, & de l'informer en détail de ses découvertes & de ses avantures.

* p. 76. & suiv.

M. de Tournefort accompagné de M. Gundelsheimer Allemand excellent Medecin, & de M. Aubriet habile Peintre, alla jusqu'à la frontiere de Perse toûjours herborisant & observant. Les autres Voyageurs vont par mer le plus qu'ils peuvent, parce que la mer est plus commode, & sur terre ils prennent les chemins les plus battus. Ceux-cy n'alloient par mer que le moins qu'il étoit possible, ils étoient toûjours hors des chemins, & s'en faisoient de nouveaux dans des lieux impraticables. On lira bien-tôt avec un plaisir mêlé d'horreur le recit de leur descente dans la Grotte d'Antiparos, c'est-à-dire, dans trois ou quatre abîmes affreux qui se succedent les uns aux autres. M. de Tournefort eut la sensible joye d'y voir une nouvelle espece de Jardin, dont toutes les Plantes étoient differentes pieces de Marbre, encore naissantes ou jeunes, & qui selon toutes les circonstances dont leur formation étoit accompagnée, n'avoient pû que vegeter. En vain la Nature s'étoit cachée dans des lieux si profonds & si inaccessibles pour travailler à la vegetation des Pierres, elle fut, pour ainsi dire, prise sur le fait par des Curieux si hardis.

L'Afrique étoit comprise dans le dessein du Voyage de M.

M. de Tournefort, mais la peste qui étoit en Egypte le fit revenir de Smirne en France en 1702. Ce fut là le premier obstacle qui l'eût arrêté. Il arriva, comme l'a dit un grand Poëte, pour une occasion plus brillante, & moins utile, *chargé des dépoüilles de l'Orient.* Il rapportoit, outre une infinité d'observations differentes, 1356 nouvelles especes de Plantes, dont une grande partie venoient se ranger d'elles-mêmes sous quelqu'un des 673 Genres qu'il avoit établis; il ne fut obligé de créer pour tout le reste que 25 nouveaux Genres, sans aucune augmentation des Classes, ce qui prouve la commodité d'un systême, où tant de Plantes étrangeres, & que l'on n'attendoit point, entroient si facilement. Il en fit son *Corollarium Institutionum Rei Herbariæ*, imprimé en 1703.

Quand il fut revenu à Paris, il songea à reprendre la pratique de la medecine, qu'il avoit sacrifiée à son Voyage de Levant, dans le tems qu'elle commençoit à lui reüssir beaucoup. L'experience fait voir qu'en tout ce qui dépend d'un certain goût du Public, & sur tout en ce genre-là, les interruptions sont dangereuses; l'approbation des hommes est quelque chose de forcé, & qui ne demande qu'à finir. M. de Tournefort eut donc quelque peine à renoüer le fil de ce qu'il avoit quitté; d'ailleurs il falloit qu'il s'acquittât de ces anciens exercices du Jardin Royale, il s'y joignit encore ceux du College Royal, où il eut une place de Professeur en Medecine, les fonctions de l'Academie lui demandoient aussi du tems, enfin il voulut travailler à la relation de son grand Voyage, dont il n'avoit rapporté que de simples Memoires informes & intelligibles pour lui seul. Les courses & les travaux du jour, qui lui rendoient le repos de la nuit plus necessaire, l'obligeoient au contraire à passer la nuit dans d'autres travaux, & malheureusement il étoit d'une forte constitution, qui lui permettoit de prendre beaucoup sur lui pendant un assez long-tems, sans en être sensiblement incommodé. Mais à la fin sa santé vint à s'alterer, & cependant il ne la menagea pas davantage. Lorsqu'il étoit dans

cette mauvaises disposition, il reçut par hazard un coup fort violent dans la poitrine, dont il jugea bien-tôt qu'il mourroit. Il ne fit plus que languir pendant quelques mois, & il mourut le 28 Decembre 1708.

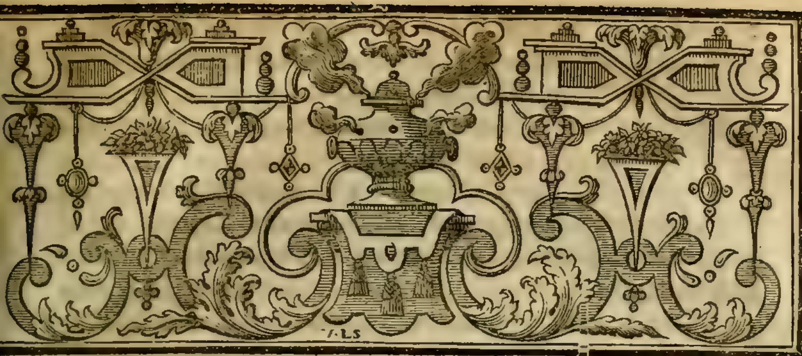
Il avoit fait un Testament, par lequel il a laissé son Cabinet de Curiositez au Roy pour l'usage des Sçavans, & ses Livres de Botanique à M. l'Abbé Bignon. Ce second article ne marque pas moins que le premier son amour pour les Sciences; c'est leur faire un present que d'en faire un à celui qui veille pour elles dans ce Royaume avec tant d'application, & les favorise avec tant de tendresse.

Des 2 Vol. in 4° que doit avoir la Relation du Voyage de M. de Tournefort, le premier étoit déja imprimé au Louvre quand il mourut, & l'on acheve presentement le second sur le Manuscrit de l'Auteur, qui a été trouvé dans un état où il n'y avoit rien à desirer. Cet Ouvrage qui a conservé sa premiere forme de Lettres adressées à M. de Pontchartrain, aura 200 Planches en taille-douce très-bien gravées, de Plantes, d'Antiquitez, &c. On y trouvera, outre tout le sçavoir que nous avons representé jusqu'ci dans M. de Tournefort, une grande connoissance de l'Histoire ancienne & moderne, & une vaste érudition dont nous n'avons point parlé, tant nos Eloges sont éloignées d'être flateurs. Souvent une qualité dominante nous en fait negliger d'autres, qui meriteroient cependant d'être relevées.

Sa place de Botaniste Pensionnaire a été remplie par M. Magnol de Montpellier.



MEMOIRES



MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIREZ DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCVIII.

OBSERVATION

De l'Eclipse du Cœur du Scorpion Antares par la Lune, faite à Paris, à Marseille, & à Montpellier le 3 Septembre. 1707.

PAR M. CASSINI le fils.



A $7^h\ 50'\ 44''$ à Paris, Immersion d'Antares dans la partie obscure de la Lune. Cette observation n'a pû être marquée qu'à quelques secondes près, celui qui l'observoit ayant quitté la Lunete dans le moment de l'Eclipse. 1707. 23. Novembre.

A $8^h\ 38'\ 57''$ Emersion d'Antares de la partie claire exacte.

A 7^h 59' 8" à Montpellier, Immersion d'Antares dans la partie obscure de la Lune.

A 8^h 57' 55" Emersion d'Antares de la partie claire vis à vis de Messala.

0^h 58' 47" Durée de l'Eclipse à Montpellier.

Cette observation a été faite avec une Lunete de 25 pieds. La Pendule avoit été rectifiée par les hauteurs correspondantes du Soleil, & par les hauteurs de la lyre & de la luisante de la Couronne, qui donnent le même tems à 2 ou 3 secondes près.

A 8^h 7' 8" à Marseille, Immersion d'Antares dans la partie obscure de la Lune, observée par le P. de Laval.

A 8^h 7' 24" à Marseille, Immersion d'Antares dans la partie obscure de la Lune, observée par le P. Feüillée.

A 9^h 7' 12" Emersion par le P. Feüillée.

Le P. Laval ne put pas observer l'Emersion de cette étoile.

Le P. Feüillée marque que l'Emersion de cette étoile ne lui parut pas assez assurée : elle étoit alors fort proche de l'horizon, & une montagne la cacha plutôt qu'il n'auroit souhaité.

Pour déterminer par le moïen de ces observations la difference des meridiens entre Paris, Montpellier & Marseille, l'on a décrit une figure de la projection de la Terre dans l'orbe de la Lune, où supposant la declinaison meridionale d'Antares de 25^d 45' 10" telle qu'elle est à present, l'on a décrit les Ellipses qui representent les paralleles de Paris, de Montpellier & de Marseille, que l'on a divisé en heures & minutes. Ayant ensuite calculé l'ascension droite & la declinaison de la Lune à deux heures differentes avant & après la conjonction, l'on a tracé une portion de l'orbite de la Lune, que l'on a corrigé en tirant une parallele à cette orbite qui répond à la durée de l'Eclipse observée, ensorte que les extrémitez de cette ligne parallele fussent éloignées des points des Ellipses où l'on a

marqué l'heure de l'Immersion & de l'Emersion de l'intervalle du demi-diametre de la Lune. Cette route differe un peu de celle qui résulte des Tables & des Ephemerides. Car par le calcul que nous avions fait pour déterminer cette Eclipse, nous avions trouvé qu'elle devoit passer à Paris près du bord Septentrional. C'est pourquoi l'on s'étoit servi dans la Connoissance des Tems de cette année de ces termes.

Cette étoile rasera le bord Septentrional de la Lune ; c'est pourquoi il est douteux si elle paroîtra s'éclipser à Paris. On la verra éclipsée dans les païs Meridionaux.

L'on voit par-là qu'il y a quelque difference entre la latitude de la Lune veritable, & celle qui avoit été calculée au tems de la conjonction. Car supposant dans cette figure le demi-diametre de la Lune de 14′ 45″, & sa parallaxe horizontale de 55′ 0″, l'on trouve que la latitude Meridionale d'Antares étant de 4^d 31′ 35″, celle de la Lune devoit être de 3^d 50′ 5″, au lieu qu'on l'avoit calculée de 3^d 53′ 45″, ce qui est une difference de 3 à 4 minutes dans la latitude.

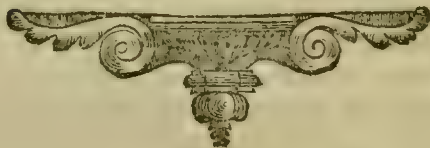
Par la longitude qui résulte de cette figure, l'on trouve que sa conjonction en longitude a dû arriver le 3 Septembre à 7^h 42′. On l'avoit calculé par les Ephemerides à 7^h 55′ : ce qui fait une difference de 13 minutes d'heure, qui étant réduites en minutes de degré, font 6 à 7 minutes, qu'il faut ajouter au lieu calculé pour avoir le lieu de la Lune veritable.

L'on peut aussi par le moïen de cette figure déterminer à quelle distance du centre de la Lune ou du bord, l'étoile a passé dans les differens paralleles où l'on a fait cette observation ; l'on trouve, par exemple, qu'à Paris au milieu de l'Eclipse sa distance du bord Septentrional de la Lune à été de 3 minutes, qu'elle a été à Montpellier de 4′ 40″, & à Marseille de 5′ 5″, ce qui peut servir à déterminer la parallaxe horizontale. Mais cette observation n'est pas des plus propres pour cette détermination, parce que cette étoile ayant une déclinaison Meridionale, & étant

outre cela près de l'horiſon, la difference de la parallaxe n'eſt pas ſi ſenſible d'un degré à l'autre, que ſi elle avoit une déclinaiſon Boréale, & qu'elle fût élevée ſur l'horizon. L'on voit par-là l'uſage que l'on doit faire de ces obſervations pour la perfection de la Théorie de la Lune, & pour diſcerner les élemens qui la compoſent, qui doivent tous concourir pour la détermination de ces Eclipſes.

Par la comparaiſon de l'Immerſion de cette étoile obſervée à Paris & à Montpellier, l'on trouve la difference des Meridiens entre ces deux Villes de 6′ 28″
& par l'Emerſion de 6′ 15″
Ce qui ne differe que de peu de ſecondes de celle que l'on a déterminé par les triangles de la Meridienne, & par les Satellites de Jupiter.

Par la comparaiſon de l'Immerſion obſervée à Paris & à Marſeille par le P. Feüillée, l'on trouve la difference des Meridiens de 12′ 22″
& par l'Emerſion de 11′ 37″
La difference qui réſulte de l'obſervation de l'Immerſion de cette étoile faite à Marſeille, qui eſt la plus exacte, s'accorde auſſi à quelques ſecondes près de celles que l'on a déterminé par les Satellites de Jupiter; ce qui fait voir la préciſion avec laquelle on peut déterminer par cette methode les longitudes, lorſque les obſervations ont été faites de part & d'autre avec exactitude.



EXTRAIT

Des Observations faites aux Indes Occidentales en 1704, 1705, & 1706 par le P. Feuillée Minime, Mathematicien du Roy ; comparées à celles qui ont été faites en même tems à l'Observatoire Royal.

Par M. Cassini le fils.

Le P. Feüillée qui a déja donné au public des preuves du zele infatigable qu'il a pour la perfection de l'Astronomie, de la Géographie & de la Navigation, nous a communiqué depuis son retour un grand nombre d'Observations qu'il a faites dans son voyage des Indes Occidentales. 1707. 20. Decembre.

Entre ces Observations il y en a plusieurs qu'il a faites au commencement de son voyage à la Martinique en 1703 & 1704, qui ont été inserées dans les Memoires de l'Academie Royale des Sçiences de l'année 1704.

C'est pourquoi nous nous contenterons de faire ici le rapport de celles qu'il a faites dans la suite de son voyage.

Il partit de la Martinique le 4 du mois de Juillet de l'année 1704, & arriva le 12 à Golfo-Triste, que les Espagnols appellent Porto-Cabeillo.

Observations pour la hauteur du Pole de Golfo-Triste ou Porto-Cabeillo.

Le 12 Juillet 1704 à Porto-Cabeillo, hauteur Meridienne du bord superieur du Soleil. 78d 48′ 55″

Refraction moins la parallaxe.	9″
Donc hauteur veritable du bord superieur.	78 48 46
Demi-diametre du Soleil.	15 50
Donc hauteur veritable du centre.	78 32 56

Declinaison du Soleil. . . . . $21^d 57' 52''$

Donc suplément de la hauteur de l'Equateur. 100 30 48

& hauteur du Pole. 10 30 48

L'on se contentera dans les Observations suivantes de donner la hauteur du Pole qui résulte de l'Observation de la hauteur meridienne du Soleil, ayant égard à la refraction, à la parallaxe, au demi-diametre, & à la déclinaison du Soleil.

Le 13 Juillet hauteur meridienne du bord superieur du Soleil . . . . . $78^d 25' 5''$

D'où l'on tire la hauteur du Pole de 10 30 50

Ces Observations concourent à déterminer la hauteur du Pole de Porto-Cabeillo de 10 30 50

Observations pour la variation de l'Aiman.

Le P. Feüillée partit le 14 Juillet de ce Port pour aller à Sainte Marthe, où il arriva le 21. Il remarqua en passant les montagnes de Sainte Marthe qui sont d'une hauteur prodigieuse, & dont le sommet étoit encore rempli de neiges, quoique le Soleil fût près du Zenith.

Le 18 il observa entre Porto-Cabeillo & Curaçao la variation de l'Aiman par le moyen des amplitudes de $6^d 40'$ Nord-Est.

Elle est marquée dans la Carte des variations de M. Halley dans cet endroit-là en 1700 d'environ 7^d Nord-Est.

Le 20 proche du Cap des Eguilles, peu distant de Sainte Marthe, il observa la variation de l'Aiman de $7^d 6'$

Elle est marquée dans cet endroit dans la Carte de M. Halley de plus de . . . . . . 8^d

Observations pour la hauteur du Pole de Ste Marthe.

Le 24 Juillet 1704 à Sainte Marthe, hauteur meridienne du bord superieur du Soleil. $81^d 46' 5''$

Le 3 Aoust. 84 8 35

Le 4 Aoust. 84 24 10

En prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui résulte de ces Observations, l'on aura la hauteur du Pole de Sainte Marthe de 11d 19′ 55″

Ces Observations ont été faites à cent pas de la mer.

Observations pour la hauteur du Pole de Porto-Belo.

Le 7 Septembre 1704 à Porto-Belo, hauteur meridienne du bord superieur du Soleil. 86d 38′ 17″

Le 12	84	44	49
Le 13	84	22	0
Le 3 Octobre.	76	33	26
Le 4	76	11	0
Le 22	69	27	50

En prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui résulte de ces Observations, l'on aura la hauteur du Pole de Porto-Belo de 9d 33′ 5″

Observations des Satellites de Jupiter pour la longitude de Porto-Belo.

Le 7 Octobre à 2h 4′ 25″ du matin à Porto-Belo, Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter le Ciel clair & serein.

7h 33′ 5′ à Paris par le calcul corrigé.

5h 28′ 40″ Difference des Meridiens entre Paris & Porto-Belo, dont Porto-Belo est plus à l'Orient.

Observations de la longueur des Pendules à Porto-Belo.

Le P. Feüillée s'est appliqué pendant son séjour à Porto-Belo, qui a été de plus de trois mois, à chercher la longueur du Pendule. Il avoit pour cet effet suspendu une balle de mousquet à un fil de pite, & ayant passé la plus grande partie du jour du tems qu'il a resté dans ce Port à comparer les vibrations de ce Pendule avec celui qu'il avoit apporté de France, il a trouvé que la longueur prise

du centre de la balle de 3 pieds 5 lignes $\frac{7}{11}$, convenoit parfaitement bien avec le moïen mouvement.

Suivant cette Obſervation la longueur du Pendule eſt moindre à Porto-Belo d'environ trois lignes que celle que l'on obſerve à Paris. Elle eſt auſſi plus petite d'une ligne $\frac{3}{4}$ que celle qui a été obſervée en Caïenne en 1672 par M. Richer, quoique cette Iſle ſoit 4 ou 5 degrés plus près de l'Equateur que Porto-Belo.

La longueur du Pendule à Porto-Belo ne differe que d'environ une ligne de celle qui a été obſervée en 1682 à Gorée de 3 pieds 6 lignes $\frac{1}{9}$, & à la Guadaloupe de 3 pieds 6 lignes & demie.

Obſervations de la variation de l'Aiman à Porto-Belo.

Le P. Feüillée ayant tracé une Meridienne ſur un plan horizontal avec beaucoup de ſoin, y plaça trois Bouſſoles de differente grandeur, dont la plus grande eſt de 9 pouces 7 lignes, & trouva la déclinaiſon de l'Aiman de 7d 25′ Nord-Eſt.

Cette déclinaiſon eſt marquée dans la Carte de M. Halley de plus de 9 degrés Nord-Eſt.

Obſervations pour la hauteur du Pole du Fort de Bocachica.

Ce Fort eſt à 3 lieuës ou environ au Sud de Carthagene conſtruit à l'entrée du Golfe.

Le 14 Decembre 1704 hauteur meridienne du bord inferieur du Soleil. 56d 8′ 10″

Le 20 hauteur meridienne du bord ſuperieur. 56 26 20

L'on a par le moïen de ces Obſervations la hauteur du Pole du Fort de Bocachica de 10d 20′ 25″

Obſervations pour la hauteur du Pole du Carthagene. 1705.

Le 1 Janv. 1705 à Carthagene hauteur meridienne du bord ſuperieur du Soleil. 56d 46′ 20″

Le

Le 2 Janvier.	$56^d\ 51'\ 47''$
Le 3 Janvier.	57 3 2

En prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui résulte de ces Observations, l'on aura la hauteur du Pole de Cartagene de $10^d\ 30'\ 25''$

Observation de l'Eclipse de Lune du 11 *Decembre* 1704 *à Cartagene.*

A $0^h\ 51'\ 47''$ du matin, commencement de l'Eclipse.
3 36 32 Fin de l'Eclipse.
2 44 45 Durée totale.

Le P. Feüillée fit cette observation en compagnie de M. Couplet le fils. Ils eurent le tems plus favorable que nous ne l'eûmes à Paris, où l'ombre de la Terre ne paroissoit pas bien terminée, desorte que nous ne pûmes observer que le commencement de l'Eclipse, & l'Immersion de quelques Taches. Voici ce qui résulte de la comparaison de cette Observation avec celles qui ont été faites à l'Observatoire Royal.

A $0^h\ 51'\ 47''$ du matin à Cartagene, commencement de l'Eclipse.
6 4 40 à Paris, commencement avec une Lunette de 3 pieds.
5 12 53 Diff. des Meridiens entre Paris & Cartagene.
0 59 21 à Cartagene, Mare humorum entre.
6 12 0 à Paris, l'ombre au bord de Mare humorum.
5 12 39 Difference.
1 3 29 à Cartagene, commencement de Grimaldi.
6 14 30 à Paris par Mrs de la Hire.
5 11 1 Difference.
1 6 45 à Cartagene, fin de Grimaldi.
6 17 30 à Paris par Mrs de la Hire.
5 10 45 Difference.
1 9 9 à Cartagene.
6 21 0 à Paris par Mrs de la Hire.
5 11 51 Diff. des Meridiens entre Paris & Cartagene.

En prenant un milieu entre la difference des Meridiens qui résulte de ces Observations, l'on aura la difference des Meridiens entre Paris & Cartagene de $5^h\ 11'\ 50''$

Observations des Satellites de Jupiter à Cartagene. 1705.

Le 8 Janv. 1705 à $11^h\ 28'46''$ du soir à Cartagene, Emer- du premier Satellite de l'ombre de Jupiter à travers quelques broüillards.
16 39 54 à Paris par le calcul corrigé.
5 11 8 Difference des Meridiens, entre Paris & Cartagene.

Le 16 Janvier à 1 $20'15''$ du matin à Cartagene, Emersion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter, le Ciel clair & serein.
6 31 15 à Paris par le calcul corrigé.
5 11 20 Difference des Meridiens, entre Paris & Cartagene.

La derniere Observation ayant été faite dans un tems serein, il paroît plus à propos de s'y arrêter, & de déterminer la difference des Meridiens entre Paris & Cartagene de $5^h\ 11'\ 20''$.

Observations pour la variation de l'Aiman à Cartagene.

Le P. Feüillée a trouvé par plusieurs Observations la variation de l'Aiman à Cartagene de $7^d\ 12'$ Nord-Est. Elle est marquée à cet endroit-là dans la Carte des variations de M. Halley de 9^d Nord-Est.

Observations pour la hauteur du Pole du Fort S. Louis.

Ce Fort est situé au Sud de l'Isle de Saint Domingue.

Le 21. Fevrier 1705, hauteur meridienne du bord supe-

rieur du Soleil 61d 32″ 25″
Ce qui donne la hauteur du Pole du Fort Saint Louis de 18d 18′ 5″

Obſervations pour la hauteur du Pole de l'Iſle de S. Thomas.

Le 17 Mars 1705, hauteur meridienne du bord ſuperieur du Soleil 70d 41′ 0″
Ce qui donne la hauteur du Pole de l'Iſle de S. Thomas de 18d 21′ 55″

Le P. Feüillée alla de l'Iſle de S. Thomas à la Martinique.

Obſervations faites à la Martinique.

Le P. Feüillée alla au retour de ſon voyage à la Martinique, où il fit de nouvelles Obſervations pendant ſon ſéjour.

Il avertit que ſes Obſervations ont été faites à l'Eſt de l'Iſle à 7 ou 8 lieuës de diſtance du lieu où Mrs des Hayes & du Glos avoient fait les leurs, deſorte que la difference des Meridiens entre Paris & le lieu où il a fait ſes Obſervations doit être plus petite que celle qui réſulte des Obſervations de Mrs des Hayes & du Glos, ce qui s'accorde à ce que nous avions remarqué dans les Memoires de l'Academie de 1704.

Le 28 Juin 1705, hauteur meridienne du bord ſuperieur du Soleil 81d 39′ 10″

Le 19 Aouſt.	88	18	37
Le 2 Septembre.	83	26	37
Le 14	78	54	28
Le 16	78	8	55
Le 20	76	11	42
Le 22	75	48	20
Le 30	72	40	47
Le 1 Octobre.	72	17	37

Le 4 Octobre.	71^d	8′	16″
Le 6	70	21	18
Le 9	69	12	5
Le 20	65	6	43
Le 3 Novembre.	60	23	30
Le 14	57	13	10
Le 18	56	11	48
Le 20	55	32	25
Le 29	53	59	15
Le 26 Decembre	52	10	14
Le 31	52	28	2

Ces Obſervations donnent la hauteur du Pole du lieu où le P. Feüillée à fait ſes Obſervations à la Martinique entre 14^d 42′ 5″ & 14^d 43′ 55′, à peu près de même que ce qui réſultoit des Obſervations qu'il y avoit faites au commencement de ſon voyage; c'eſt pourquoy l'on peut déterminer la hauteur du Pole de ce lieu de 14^d 43′ 0″

Obſervations des Satellites de Jupiter à la Martinique.

Le 18 Octobre 1705 à 3^h 10′ 41″ du matin à la Martinique, Immerſion du ſecond Satellite dans l'ombre de Jupiter.

Le 19 Octobre à 2^h 56′ 47″ du matin à la Martinique, Immerſion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter le Ciel ſerein.

7 9 39 à Paris par le calcul corrigé.

4 12 52 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Le 25 Octobre à 2^h 0′ 54″ du matin à la Martinique, Immerſion du troiſiéme Satellite dans l'ombre de Jupiter.

5 18 46 du matin à la Martinique, Emerſion du 3ᵉ de l'ombre de Jupiter.

3 17 52 Durée totale dans l'ombre de Jupiter.

Le 26 Octobre à 4^{h} 51′ 6″ du matin à la Martinique, Immers. du 1^{r} Satellite dans l'ombre de Jupiter près du Zenith.
9 4 24 à Paris par le calcul corrigé.
4 13 18 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Le 4 Novembre à 1^{h} 13′ 57″ du matin à la Martinique. Immersion du 1^{r} Satellite dans l'ombre de Jupiter.
5 26 51 à Paris par le calcul corrigé par une Observation du jour suivant.
4 12 54 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Le 27 Novembre à 1^{h} 19′ 36″ du matin à la Martinique, Immersion du 1^{r} Satellite dans l'ombre de Jupiter.
Le vent ébranloit la Lunette.
5 32 38 Immersion observée à Paris.
4 13 2 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Le 27 Decembre à 3^{h} 10′ 14″ du matin à la Martinique, Immersion du 1^{r} Satellite dans l'ombre de Jupiter près du Zenith.
7 23 16 à Paris par le calcul corrigé.
4 13 2 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Le 28 Decembre à 4^{h} 27′ 42″ du matin à la Martinique, Immersion du 2^{d} Satellite dans l'ombre de Jupiter.

1706.

Le 28 Fevrier à 10^{h} 26′ 34″ du soir à la Martinique, Emersion du 1^{r} Satellite de l'ombre de Jupiter près du Zenith.
14 39 18 à Paris par le calcul corrigé.
4 12 44 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Le 23. Mars à $10^h\ 47'\ 35''$ du soir à la Martinique, Emersion du 1r Satellite de l'ombre de Jupiter.

14 59 28 à Paris par le calcul corrigé.

4 11 55 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Le 15 Avril à $11^h\ 7'\ 44''$ du soir à la Martinique, Emersion du 1r Satellite de l'ombre de Jupiter.

15 20 44 à Paris par le calcul corrigé.

4 13 0 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Presque toutes ces Observations concourent à donner la difference des Meridiens entre Paris & la Martinique de $4^h\ 23'\ 0''$.
Nous l'avions déterminée par la comparaison de deux Observations faites en même tems à Paris & à la Martinique de $4^h\ 13'\ 28''$
C'est pourquoi l'on peut pour une plus grande exactitude déterminer la difference des Meridiens entre Paris & la Martinique de $4^h\ 13'\ 15''$.

Observation de l'Eclipse du Soleil du 16. Novembre 1706 à la Martinique.

Les nuages couvrirent le Soleil au commencement de cette Eclipse, & le P. Feüillée ne put l'observer que lorsqu'elle commençoit à diminuer.

A $7^h\ 53'\ 21''$ du matin le Soleil étoit éclipsé de	9 doits.
8 1 5	8 doits.
8 8 51	7 doits.
8 17 0	6 doits.
8 24 50	5 doits.
8 33 0	4 doits.
8 40 13	3 doits.
8 47 9	2 doits.
8 54 57	1 doit.

A $9^h 1' 55''$ Fin de l'Eclipse.

L'Objectif dont le P. Feüillée s'est servi pour cette Observation, & pour toutes les autres qu'il a faites est de 14. pieds de foyer, qui formoit une image du Soleil d'un pouce 10 lignes reçûë sur un papier, dont le diametre étoit divisé en 12 par des cercles concentriques.

Observation de l'Eclipse de Lune du 27 Avril 1706. à la Martinique.

A $8^h 12' 58''$ du soir, commencement de l'Eclipse.
10 49 0 Fin de l'Eclipse.
2 36 2 Durée totale.

Le P. Feüillée observa pendant la durée de cette Eclipse l'Immersion & l'Emersion de plusieurs Taches, dont nous ne pûmes pas observer les correspondantes à Paris, à cause que le Ciel n'étoit pas fort serein. Voici ce qui résulte de la comparaison de cette Observation avec la nôtre.

A $9^h 42' 2''$ à la Martinique, Promontorium acutum tout dans l'ombre.
17 55 0 à Paris l'ombre est à Promontorium acutum.
4 12 58 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.
10 49 0 à la Martinique fin de l'Eclipse.
15 2 30 à Paris.
4 13 30 Difference des Meridiens.

En prenant un milieu entre les differences qui résultent de ces deux Observations, l'on aura la difference des Meridiens entre Paris & la Martinique de $4^h 13' 15''$ telle que nous l'avons déterminé par les Satellites de Jupiter.

Cette Eclipse fut observée en même tems au Port de Paix dans l'Isle de S. Domingue, où l'on vit la fin à $9^h 40'$, comme il est rapporté par M. de la Hire dans les Mémoires de 1706.

L'on aura donc la difference des Meridiens entre la

Martinique & le Port de Paix de $1^h\ 9'\ 0''$; qui étant ajoûtée à la difference des Meridiens entre Paris & la Martinique de $4^h\ 13'\ 15''$, donne la difference des Meridiens entre Paris & le Port de Paix dans l'Isle de S. Domingue de $5^h\ 22'\ 15''$.

Observations de la longueur des Pendules à la Martinique.

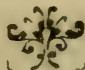
Le P. Feüillée ayant suspendu une balle de mousquet à un fil de pite, a trouvé par plusieurs Observations la longueur du Pendule de 3 pieds 5 lignes $\frac{10}{12}$ plus grande d'un quart de ligne que celle qu'il avoit trouvé à Porto-Belo de 3 pieds 5 lignes & $\frac{7}{12}$.

Observations de la variation de l'Aiman.

Le P. Feüillée trouva à son retour à la Martinique la variation de l'Aiman de $6^d\ 10'$ Nord-Est, à peu près de même qu'il l'avoit observé en 1704 dans le même lieu.

Toutes les Observations que je viens de rapporter jointes à celles qui sont inserées dans les voyages de l'Academie, serviront à déterminer assez exactement la côte de l'Amerique Meridionale depuis Caïenne jusqu'à l'Isthme de Panama, & la situation de plusieurs de ses Isles.

Nous esperons d'avoir dans la suite de nouvelles connoissances de la situation de ce continent, par les observations que le P. Feüillée s'est proposé de faire dans le voyage qu'il a entrepris depuis peu de jours dans la Mer du Sud.



DES

DES RESISTANCES

Des Poûtres par rapport à leurs longueurs ou portées, & à leurs dimenſions & ſituations ; & des Poûtres de plus grande réſiſtance, indépendamment de tout ſyſtême Phyſique.

PAR M. PARENT.

I. DAns le Mémoire que j'eus l'honneur de dire en cette Aſſemblée le 2 d'Avril de l'année 1704, je démontrai indépendamment de tout ſyſtême Phyſique, que la réſiſtance d'une baſe quelconque *AEBF* (1. 3. & 5. *Fig.*) eſt à celle d'une autre baſe ſemblable *aebf* (2. & 4. *Fig.*) comme le quarré de la hauteur *AB* de la 1. multiplié par ſa largeur *EF*, eſt au quarré de la hauteur *ab* de la 2. multiplié de même par ſa largeur *ef* ? & cela en diviſant les hauteurs *AB*, *ab*, en un nombre innombrable & égal de particules égales comme *DB*, *dc*, & menant par *DC*, *dc*, les ordonnées *EH*, *GF*, *eh*, *gf*, &c. aux axes *AB*, *ab*. Car l'effort de l'élement *EF* eſt à celui de l'élement *ef* en raiſon compoſée de la longueur *EH* du 1. à la longueur *eh* du 2. de la largeur *DC* du 1. à la largeur *dc* du 2, (ou de *AB* à *ab*) & du levier *BC* du 1. au levier *cb* du 2. (en prenant *B* & *b* pour les appuis de la rupture) leſquels ſont encore dans le raport de *AB* à *ab* ; ce qui donne ſeulement le raport du quarré de *AB* par *EH*, au quarré de *ab* par *eh* ; puiſque la tenſion en *EF*, *ef*, eſt la même, à cauſe qu'elle eſt égale en *A* & *a* au moment de la rupture, & que (*BC* : *BA* : : *bc* : *ba*) ce qu'on trouvera expliqué plus au long dans le Mémoire cité. A l'égard de ce qu'on peut objecter qu'il ſe fait un compreſſion on *B*, il eſt à conſiderer qu'elle ſe fait de même au point *b*, & les centres de ces compreſſions *I* & *i*, qui ſont les appuis 1707. 4. Juin.

de la rupture, partagent encore *AB*, *ab*, dans la même proportion, en ſuppoſant la matiere de même eſpece de part & d'autre.

Ce que nous avons dit dans le premier Mémoire des figures ſemblables, s'applique ſans aucune difference aux figures ſeulement proportionnelles, comme aux rectangles, Ellipſes, &c. dont les dimenſions ou axes ne ſont pas en propottion, mais dont les ordonnées *EH*, *GF*, *eh*, *gf*, ſont ſeulement entr'elles dans la même proportion, lorſqu'elles diviſent leurs axes *AB*, *ab*, proportionnellement.

II. D'où l'on tire cette premiere conſequence, que la réſiſtance d'un rectangle ou d'un Ellipſe, &c. *AEBF* rompus ſur le chan, eſt à ſa réſiſtance quand on les rompt ſur le plat, comme ($AB^2 \times EH$ à $EH^2 \times AB$) ou ſimplement comme ſa hauteur *AB* à la largeur *EH*, ou comme le grand axe eſt au petit; & cela en ſuppoſant les ordonnées perpendiculaire à leurs axes. Mais quand elles leur ſont obliques, ou que les figuees ſont penchées (*Fig.* 6. & 7) alors au lieu des diametres $\alpha\beta$, il faut mener une perpendiculaire $\alpha\gamma$ aux ordonnées qui les coupe en λ, μ, γ, &c. pour ſervir d'axe, parce que ce ſont alors les parties λ, μ, qui marquent les largeurs des fibres, & les diſtances $\mu\gamma$ ou $\iota\mu$ des mêmes fibres à la plus baſſe, ou à celle qui paſſe par le centre de compreſſion qui en eſt le levier; de ſorte que l'expoſant de la réſiſtance de cette baſe eſt alors le produit du quarré de ſa hauteur $\alpha\gamma$ ſur l'axe de rupture $\beta\gamma$ par ſa largeur $\varepsilon\varphi$.

Ou pour rendre la choſe plus generale, on peut aſſurer que ſi l'on a des baſes égales & proportionnelles (*Fig.* 1. 2. 6. *ou* 3. 4. 5. 7.) la réſiſtance de l'une ſera à celle de l'autre, comme la hauteur *AB* de la 1. à la hauteur *ab* ou $\alpha\gamma$ de la 2. parce que les rectangles ou parallelogrammes circonſcrits à ces figures égales & proportionnelles ſeront égaux entr'eux; ainſi les produits des hauteurs par les largeurs de ces figures étant égaux, ſi on les multiplie encore par les mêmes hauteurs, il eſt manifeſte que les ſo-

lides qui en résulteront seront entr'eux comme ces hauteurs.

On peut voir par-là combien il est plus avantageux de mettre les Solives & les Poûtre sur le chan que sur le plat, puisque sans augmenter leur poids ni leur prix, on augmente leur force dans le rapport de leur largeur à leur hauteur. C'est aussi ce que la plûpart des Architectes entendus pratiquent, principalement quand ils ont de grandes charges à soûtenir, comme la face d'une maison, le fond d'un réservoir, &c. car alors ils préferent des poûtres de 10 pouces sur 14, aux poûtres de 32 sur 12, & ils ont d'autant plus de raison de le faire, que le poids & le prix d'une poûtre de 10 sur 14 est moindre que celui d'une de 12 sur 12 dans le raport de 140 à 144 ou de 35 à 36, & qu'au contraire la force de la premiere est plus grande que celle de la derniere dans le raport de 245 à 216 ou environ, comme 49 à 43, qui sont deux avantages considerables.

Mais il est bon de remarquer que ce double avantage seroit encore plus grand si l'on se servoit de poûtres de 9 sur 15, au lieu d'en prendre de 10 sur 14; car le prix sera encore diminué dans le raport de 140 à 135, ou de 28 à 27, & la force augmente dans celui de 392 à 405 ou environ dans celui de 131 à 135. Ces mêmes avantages augmenteront encore si l'on en prend de 8 sur 16; par-là le prix & le transport sont diminués en même tems que la force & la durée sont augmentées. Mais ces proportions ont leurs termes par raport à l'usage, qui demande que les poûtres ayent une certaine assiete.

larg.		haut.		
12	sur	12 —	1728 force.	144 solid
11	sur	13 —	1859 for.	143 sol.
10	sur	14 —	1960 for.	140 sol.
9	sur	15 —	2025 for.	135 sol.
8	sur	16 —	2048 for.	128 sol.
7	sur	17 —	2023 for.	119 sol.
6	sur	18 —	1944 for.	208 sol.
pouces.				

A l'égard de la Théorie, plus on diminuëra la largeur & on augmentera la hauteur, & plus

le raport de la force à la solidité augmentera, comme on le voit par la Table cy-jointe. Il paroît par-là que les Marchands de bois qui tirent leurs poûtres au quarré autant qu'ils peuvent, font à la verité à leur profit, puisqu'il est certain & aisé à démontrer en Géometrie que le quarré est le plus grand de tous les rectangles inscriptibles dans la base circulaire d'un arbre. Mais ils vont contre l'utilité publique, qui demande que les poûtres soient presque toûjours mi-plates, si ce n'est pour quelques usages particuliers, comme quand elles doivent résister en tout sens. Il seroit donc à souhaiter que les Marchands vendissent toutes les poûtres égales en force un même prix; car les Entrepreneurs y trouveroient encore la diminution du transport, & ceux qui font bâtir auroient des poûtres de plus longue durée : mais il faudroit que les Marchands en débitassent quantité de mi-plates contre une quarrée, après quoi il ne resteroit que de leur indiquer la proportion des côtés que doit avoir une poûtre qu'on veut tirer d'une base circulaire pour être la plus forte qui s'y puisse trouver. C'est ce qu'on va chercher dans l'article suivant, puisque si les Marchands ne veulent pas s'en servir, du moins sera-t'elle utile pour les Proprietaires qui ont des bois à eux qu'ils font débiter pour leur usage particulier.

III. Soit donc dans la 5 Figure le cercle ou la base proposée *AEBH*, *RSVT* un rectangle inscrit dans le cercle dont la résistance soit plus grande que celle de tout autre rectangle inscriptible au même cercle. Soit *RS* sa largeur qui coupe *AB* en *Q*, & *SV* sa hauteur. On va voir que le raport de *RS* à *SV* doit être à très-peu de chose près comme 5 à 7; & pour cela soit nommée l'abscisse *CQ*, x; & le rayon *CS*, r; on aura donc $QS = (\sqrt{r^2 - x^2})$ & $(RS = 2\sqrt{r^2 - x^2})$; on au aussi $SV = 2x = 2CQ$, & multipliant le quarré de *SV* par *RS* il viendra $(8x^2\sqrt{r^2 - x^2})$ qui sera l'exposant general de la force de ce rectangle. Egalant donc cette valeur (à un plus grand) on a l'éga-

lité $\left(\frac{8\,dx \times \overline{2r^2x - 3x^3}}{\sqrt{r^2 - x^2}} = 0\right)$, d'où l'on tire ($2r^2 = 3x^2$) ou ($\frac{2}{3}r^2 = x^2$),& par consequent($QS^2 = \frac{1}{3}r^2$). Donc($CQ^2 : QS^2 :: \frac{2}{3} : \frac{1}{3} :: 2 : 1 :: 50 : 25$ environ) & ($CQ : QS ::$ ou $SV : RS :: \sqrt{2} : 1 :: 7 : 5$ environ.) *Ce qu'il falloit démontrer.*

Pour décrire aisément le rectangle *RSVT* dans le cercle donné *AEBH*, je tire le diametre *ST* au hazard, je le divise en 3 parties égales, & par une des divisions *X* j'éleve la perpendiculaire *XV* qui marquera sur le cercle l'angle *V* du rectangle *SVTR*, & tirant le diametre *VCR*, on a son angle opposé *R*, ou divisant *TS* en 6 parties égales, j'en porte 5 sur la circonference de *S* en *T* en *V* & *R*, ce qui vient de ce que le quarré de *CQ* est les $\frac{2}{3}$ du quarré du rayon, & par consequent aussi le quarré de *VS* les $\frac{2}{3}$ du quarré du diametre *ST*; ainsi le quarré de *VS* est au quarré de *ST* comme 24 à 36, & *VS* à *ST* à très-peu près comme 5 à 6.

IV. Il ne nous reste plus que de trouver les côtés des poûtres pour résister à des charges données sous une longueur proposée, ce qui renferme 3 cas differens. Car 1°. (*Fig.* 9.) Ou la poûtre *ae* est fixée par un de ses bouts *cd*, & tirée par l'autre bout *eh* par le poids *p*. 2°. Ou elle est simplement posé sur 2 appuis *fi*, *gl*, (*Fig.* 9.) & tirée en bas par un poids *p*, suspendu entre les mêmes appuis. 3°. Enfin elle peut être engagée par les 2 bouts dans les mêmes appuis *fi*, *gl*, (*Fig.* 10.) & tirée comme la précedente. Dans ces 3 cas le poids *p* est different, & pour connoître la proportion des poids *p* de ces 3 cas, je trouve que M. Mariotte a examiné les 2 derniers cas sur du verre dans son Mouvement des Eaux pag. 365 & 367 par 2 Experiences. Il rapporte que dans la 1 une verge de verre de $\frac{3}{4}$ de ligne d'épaisseur & longue d'onze pouces portant à faux de 9, a soûtenu à son milieu avant de se rompre 28 onces, tandis qu'une autre verge toute semblable engagée par les 2 bouts en a soûtenu seulement 49, au lieu de 56 qu'elle devoit soûtenir suivant son raisonnement. Dans

la 2. il rapporte qu'une lame de verre portant à faux de 9 pouces, a soûtenu 213 gros, lorsqu'une toute pareille engagée par les 2 bouts en a soûtenu 428, au lieu de 426 qui est le double de la précedente, ce qui s'accorde d'assés près avec le sentiment de cet Auteur. Il remarque de plus que la 2. verge de verre de sa 1. Experience ne s'est rompuë qu'aux 2 bouts. Mais comme le verre souffre trop peu d'extension avant de se rompre, & qu'il se casse net, ce qui ne convient pas aux bois dont on se sert dans l'usage; j'ai voulu experimenter si le bois de Chêne & de Sapin suivroit d'assés près les proportions que M. Mariotte a trouvées par ses 2. Experiences; surquoi l'on peut voir les Experiences rapportées dans les Mem. de 1707. pag. 512.

V. J'ai trouvé aussi dans l'Architecture de Savot qu'un pied cubique de Chêne commun pese 60 liv. Appellant donc la longueur FG d'une poûtre ou solive proposée L (*Fig.* 11.) sa hauteur AC, x; sa largeur AD, y; le sinus total des Tables f; le sinus du complement de l'élevation de la poûtre sur l'horizon e; & supposant que R soit le centre de gravité de la poûtre (que je prends au milieu de sa longueur, à cause que l'usage ordinaire est de les égaler), & que de plus Q & N &c. soient tant d'autres poids qu'on voudra suspendus en O & M. Je nomme OF, a; RF, $\frac{L}{2}$; MF, c; & je cherche le poids S de la poûtre par cette analogie (comme la solidité d'un pied cubique de Chêne sçavoir (12 pouc. × 12 pouc. × 1 pied) est à celle de la poûtre ($=xyL$) ainsi le poids d'un pied cubique ($=60$ liv.) a un quatriéme terme$\left(=\frac{5xyL}{12}\right)$ qui sera le poids de la poûtre $FG=s$. Si donc Z est le centre de gravité des poids QN &c. où on les conçoive rassembées en K, & que ZF soit $=b$, on aura $\left(b=\frac{aQ+Nc}{Q+N}\right)$. Et si E est le centre de gravité commun aux poids Q, S, N, où on les conçoive tous rassemblées en P, on aura la valeur de $\left(EF=\frac{ZF\times K+RF\times S}{K+S}=\frac{24bK+5xyL^2}{24K+10xyL}\right)$ en pieds. Je prends

ensuite sur la verticale EP la partie arbitraire EH pour marquer l'effort de P, que je divise à l'ordinaire dans le parallele EV, & dans le perpendiculaire ET à la poûtre, au moyen du rectangle $HTEV$. Alors je regarde cette poûtre comme tirée par le seul effort ET perpendiculairement à sa longueur, l'autre effort EV étant soûtenu par l'appui FI. Ainsi c'est cet effort ET qui tend à la rompre en E, comme dans les cas précedens où on l'a supposée horizontale, du moins à très-peu de chose près, ce qui n'est pas considerable dans la pratique. Faisant donc encore l'analogie (comme EH est à ET, ou comme le sinus total f est au sinus e du complément de l'élevation de la poûtre) ; ainsi $\left(P = EH = K + S = \frac{12K + 5xyL}{12}\right)$ à un quatriéme terme ; on aura l'effort dans $\left(ET = \overline{12K + 5xyL} \times \frac{e}{12f}\right)$. Ainsi dans les 2 cas des poûtres soûtenuës par les 2 bouts, on pourra regarder cette poûtre comme arrêtée fixement en ET, & comme poussée en F & G perpendiculairement à sa longueur selon les directions GX, FY, par les appuis FI, GI avec des efforts marquées par les parties mêmes EG, EF prises réciproquement, tandis que FG marquera tout l'effort en ET, ce qui donnera l'effort en FY par l'analogie, comme $FG = L$ est à $\left(EG = L \frac{-24bK - 5xyL^2}{24K + 10xyL}\right)$; ainsi l'effort dans $ET \left(= \overline{12K + 5xyL} \times \frac{e}{f}\right)$ a un quatriéme terme $\left(\overline{24KL - 24bK + 5xyL^2} \times \frac{e}{24Lf}\right) =$ l'effort dans FY.

Prenant donc maintenant la figure 9. pour le modele de 2 pieds de long, & d'un pouce en quarré, lequel soûtient 300 liv. en p, & conçevant de même cette solive retenuë en (eh), & rompuë par les résistances fi, gl, comme dans la Figure 11, chaque résistance fera un effort de 150 liv. environ selon les perpendiculaires fy, gx, & aura pour levier la perpendiculaire hy, hx, sensiblement égale à hf, hg, ou d'un pied. Or l'effort dans fy doit être à l'effort

dans FY (*Fig.* 11.) en raiſon composée de la réſiſtance en eh, à la réſiſtance en EH, & du levier EF au levier ef, c'eſt-à-dire, comme la réſiſtance eh diviſée par ſon levier hf d'un pied, à la réſiſtance en EH diviſée par ſon levier EF. Et la réſiſtance en eh (= 1 pouc. × 1 pouc. × 1 pouc.) tandis que la réſiſtance en EH ($= x^2y$), en ſuppoſant AD, AC, ou x & y meſurées en pouces, de même que ad, ac, ſelon l'uſage ordinaire. Ce qui donnera l'analogie $\left(\frac{1 \times 1 \times 1}{1}\right) \frac{x^2y}{EF} = \frac{\overline{24K + 10Lxy \times x^2y}}{24bK + 5xyL^2}$ :: 150 livres : à l'effort dans $FY = \left(150x^2y \times \frac{24K + 10Lxy}{24bK + 5xyL^2}\right)$ qu'on doit égaler à l'effort dans FY cy-deſſus $= 24KL - 24bK + 5xyL^2 \times \frac{e}{24Lf}$ dont il n'y a que $(\frac{2}{3})$ qui font la rupture en EH quand la poûtre eſt retenuë par les bouts, l'autre tiers faiſant la rupture en F; c'eſt pourquoi on doit en ce cas égaler l'effort ſelon FY cy-deſſus à $\left(24KL - 24bK + 5xyL^2 \times 2\frac{e}{Lf}\right)$.

Mais à l'égard des poûtres retenuës ſeulement par un de leurs bouts (*Fig.* 8.) on comparera l'effort en fy avec le ſimple effort en ET (*Fig.* 11.) par la même analogie precedente, ce qui donnera au lieu de l'effort en FY, l'effort en ET de la même valeur : mais qu'il faut enſuite augmenter d'$\frac{1}{6}$ ſuivant les experiences cy-devant, & qu'il faudra égaler enſuite à l'effort en ET trouvé cy-deſſus; ce qui donnera l'égalité $\left(350x^2y \times \frac{12K + 5Lxy}{24bK + 5xyL^2}\right)$ $\left(\overline{12K + 5xyL}\frac{e}{12f}\right)$.

Avec ces 3 égalités on trouvera une des valeurs x, y, L, &c. par des équations qui ne paſſeront pas le 3 degré, & que je laiſſe à pourſuivre plus outre à ceux qui ont plus de loiſir, pour m'arrêter ſeulement à ce qui eſt plus d'uſage.

VI. Suppoſant donc la poûtre de la Fig. 8. horizontale, & toûjours tirée par les poids Q, N, &c. ou K : l'égalité cy-deſſus ſe réduira à la ſimple $(4200x^2y = 24bK + 5xyL^2)$ D'où l'on tire $\left(x = \frac{L + V\frac{16182bK + L^4y}{y}}{1680}\right.$ $\left(y = \frac{24bK}{840x - L^2 \times 5x}\right)$

(b =

$\left(b = \overline{840x - L^2} \times \frac{5xy}{24K}\right)$, & $\left(K = \frac{5xy}{24b} \times \overline{740x - L^2}\right)$.

Si l'on n'a point égard au poids de la poûtre, l'égalité se réduira à la simple ($175x^2y = Kb$), à cause que le terme $\left(\frac{5xyL}{12} = o\right)$; d'où l'on tire $\left(x = \frac{1}{5}\sqrt{\frac{Kb}{7y}}\right)$ $\left(y = \frac{Kb}{175x^2}\right)$ $\left(b = \frac{175x^2y}{K}\right)$, & $\left(K = \frac{175x^2y}{b}\right)$.

Si au contraire la poûtre se rompt par son propre poids, on aura dans l'égalité cy-dessus ($24bK = o$), ce qui la changera en cette autre ($840x = L^2$), qui donne) $L^2 : x :: 840 : 1$), & qui convient à toutes sortes de largeurs, puisque y ne s'y trouve point, & par laquelle on voit qu'une poûtre de 100 pieds de saillie & d'un pied d'épaisseur fixée par un bout seroit prête à se rompre par son poids.

Mais si la poûtre demeurant toûjours horizontale est simplement posée sur 2 appuis, & tirée par le milieu, l'égalité generale de l'art. 5. qui convient à ce cas se réduira à celle-cy ($7200x^2y = 12KL + 5xyL^2$), à cause que EF est alors $= \frac{1}{2} = b$; d'où l'on tire $\left(x = \frac{L^2 \pm \sqrt{\frac{13824KL + L^4y}{y}}}{2880}\right)$ $\left(y = \frac{12KL}{\overline{1440x - L^2} \times 5x}\right)$ $\left(K = \frac{5xy}{12L} \times \overline{1440x - L^2}\right)$, & $\left(L = \frac{6}{5xy} \times \sqrt{1000x^3y^2 + K^2} - KL\right)$.

Si l'on n'a point égard au poids de la poûtre, l'égalité cy-dessus se réduira à la simple ($600x^2y = KL$) ; d'ou l'on tire $\left(x = \frac{1}{10}\sqrt{\frac{KL}{6y}}\right)$ $\left(y = \frac{KL}{600x^2}\right)$ $\left(K = \frac{600x^2y}{L}\right)$ $\left(L = \frac{600x^2y}{K}\right)$.

Si au contraire la poûtre doit se rompre par son propre poids, on aura la simple égalité ($1440x = L^2$) ; d'où l'on tirera si l'on veut encore l'analogie ($L^2 : x :: 1440 : 1$) qui convient aussi à toutes sortes de largeurs, puisque y n'y entre point, & qui fait voir qu'une poûtre d'un pied d'épais, & de 130 pieds de longueur entre ses appuis seroit prête à se rompre dans son milieu par sa pesanteur.

On peut negliger aussi le poids de la poûtre dans le cas general, où elle seroit oblique & chargée de poids à souhait ; alors l'égalité generale se réduiroit à la sim-

ple ($150x^2yLf = KLeb - b^2Ke$) ; d'où l'on tireroit $\left(x = \sqrt{L - b \times \frac{Keb}{6yLf}} \times \frac{1}{5}\right)\left(y = \frac{L - l \times Keb}{150x^2Lf}\right)\left(L = \frac{b^9 Ke}{Kel - 150x^2yf}\right)$ & $\left(b = L = \sqrt{\frac{600x^2yLf + L^2Ke}{Ke}} \times \frac{1}{2}\right)$.

Enfin si la poûtre demeurant toûjours horizontale est retenuë par les 2 bouts & tirée par le milieu, l'égalité generale de l'article 5. se réduira à la simple ($10800x^2y = 12LK + 5xyL^2$) qui donne $\left(x = L^2 + \sqrt{\frac{25L^4y + 5184LK}{y}} \over 2160\right)$ $\left(y = \frac{12LK}{2160x - L^2x5x}\right)$ & $\left(L = \frac{6}{5xy} \times \sqrt{1500x^3y^2 + K^2} - K\right)$.

Si l'on n'a point égard au poids de la poûtre, l'égalité cy-dessus se réduira à la simple ($900x^2y = LK$) qui donne $\left(x = \frac{1}{30}\sqrt{\frac{LK}{y}}\right)\left(y = \frac{LK}{900x\,x}\right)\left(L = \frac{900x^2y}{K}\right)\left(K = \frac{900x^2y}{L}\right)$.

Si au contraire la poûtre n'est chargé que de son propre poids, l'égalité cy-dessus se réduira à ($2160 = L^2$); d'où on tire l'analogie ($L^2 : x :: 2160 : 1$) par laquelle on voit qu'une poûtre d'un pied d'épais retenuë par les bouts ayant 160 pieds, sera prête à se casser par son propre poids.

On peut negliger aussi le poids de la poûtre, & la supposer horizontale, & chargée en differens endroits, ce qui est plus de pratique (puisqu'aussi-bien le poids d'une poûtre n'est pas ordinairement la 70e partie de celui qu'il faut pour la rompre en son milieu, comme on le verra dans la Table suivante). Alors l'égalité generale se réduira à($225Lx^2y = KbL - b^2K$)qui donne $\left(x = \sqrt{\frac{L - b \times Kb}{Ly}} \times \frac{1}{5}\right)$ $\left(y = \frac{L - b \times Kb}{225Lx^2}\right)$ $\left(L = \frac{b^2K}{Kb - 225x^2y}\right)$ & $\left(b = L - \sqrt{\frac{900Lx^2y + L^2K}{K}} \times \frac{1}{2}\right)$.

VII. Il reste de trouver maintenant la proportion des côtés des bases de poûtres & solives, qui pour soûtenir une même charge sous une même longueur, donne la moindre solidité qui se puisse ; en sorte que le produit (xyL) fasse un moindre, & pour cet effet je prends la

dernière valeur d'y, & je la multiplie par xL, ce qui donne $\left(xyL = \frac{L - b \times Kb}{225x}\right)$ qui doit valoir (un moindre) Or il paroît à la vûë que plus x ou la hauteur de la poûtre sera grande, plus cette valeur d'xyL sera petite. On trouvera la même chose pour les 2 autres cas.

Enfin on peut demander aussi le diametre d'un tronc d'arbre capable sous la moindre solidité possible d'une poûtre dont la charge K & la longueur est donnée, & la distance b. Or ce diametre $= \sqrt{x^2 + y^2}$, il faut donc que cette valeur ou plutôt $(x^2 + y^2)$ fasse (un moindre) pour y parvenir. Dans le dernier cas je prends la derniere valeur de $\left(x^2 = \frac{bKL - b^2K}{25Ly}\right)$, & je la substituë en la place x^2 cy-dessus, ce qui me donne $\left(x^2 + y^2 = \frac{bKL - b^2K + 25Ly^3}{25Ly}\right)$. En prenant la differentielle de cette valeur, & l'égalant à un moindre, j'en tire $\left(y = \sqrt[3]{\frac{L - b \times bK}{50L}}\right)$. On tire aussi de la même égalité $\left(x^2 = \frac{bKL - b^2K}{25Ly}\right)$, ce qui donne $\left(x^2 + y^2 = 3\sqrt[3]{\frac{L - b^2 \times b^2K^2}{2500L^2}}\right)$ desirée.

On pourra faire de même pour les 2 autres cas. Et ce qui est digne de remarque en ceci, c'est qu'on trouvera encore ($x : y :: \sqrt{2} : 1$) comme dans le 3e article ci-devant; de sorte que ce dernier article renferme les 2 en lui.

VIII. Enfin voici une Table où l'on trouvera tout d'un coup la charge qu'une poûtre horizontale dont la longueur est donnée en pieds, & l'épaisseur & largeur en pouces peut soûtenir dans son milieu, lorsque ses extrémités sont engagées dans ses appuis comme dans l'usage le plus ordinaire, & au moyen de laquelle on pourra aisément trouver ce qu'elle est capable de soûtenir dans un de ses points quelconques, en negligeant toûjours sa propre pesanteur. Comme si on veut suspendre un poids au $\frac{3}{4}$, on prendra d'abord dans la Table la charge qu'elle peut soûtenir en son milieu, & on fera l'analogie (com-

me $\frac{3}{4}$ sont à $\frac{1}{2}$) ; ainsi le tiers de la charge du milieu (qui est l'effort rompant au milieu) à un 4 terme qui sera l'effort de l'appui rompant aux $\frac{3}{4}$) ; & (comme $\frac{1}{4}$ est à $\frac{1}{2}$, ainsi le tiers de la même charge du milieu à un 4. terme) qui sera l'effort de l'autre appui rompant au quart : joignant donc ces 2 efforts, & augmentant la somme d'un tiers (à cause que $\frac{1}{3}$ sert pour faire la rupture dans les appuis,) on aura la charge desirée.

TABLE DES POIDS QUE differentes Poûtres retenuës par les deux bouts peuvent soûtenir dans leurs milieux, étant prêtes à casser.

Longueurs en pieds.	Largeurs des bases en pouces. 10 sur					
	10	11	12	13	14	Hauteurs en pouces.
6	157333	190373	226560	265893	308373	
8	118000	142780	162420	199420	231280	
10	94400	114224	135936	159536	185024	
12	78666	95186	113280	132496	154186	
14	67429	81588	97097	113954	132160	
16	59000	71390	81210	99710	115640	
18	52444	63458	75520	88631	102791	
20	47200	57112	67968	79768	92512	
22	42909	51920	21789	72516	84102	
24	39333	47593	56640	66473	77093	
26	36308	43932	52283	61360	71163	
28	33514	40794	48548	56977	66080	
30	31466	38075	41312	53178	61675	

fig. 3.

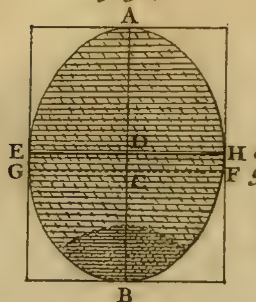


fig. 4.

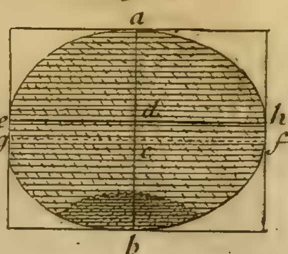


fig. 7.

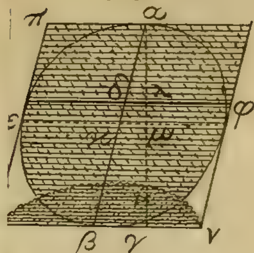


fig. 8.

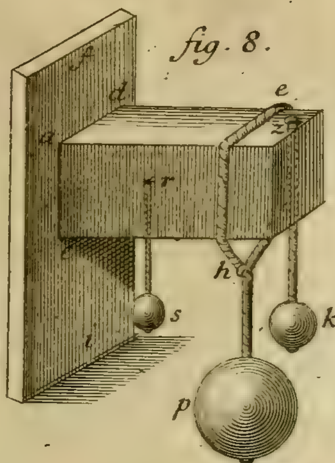


fig. 9.

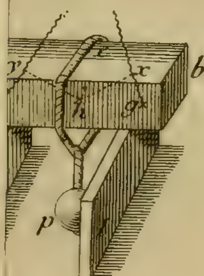
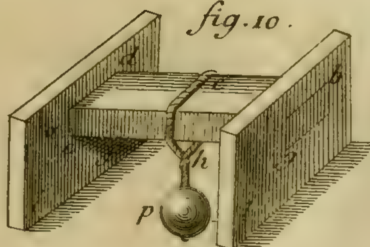


fig. 10.



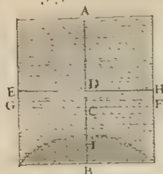


figure 1re

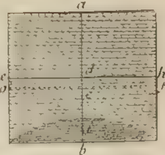


fig 2

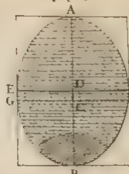


fig 3

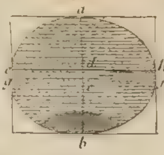


fig 4.

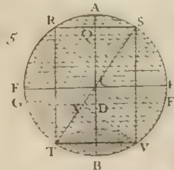


fig 5

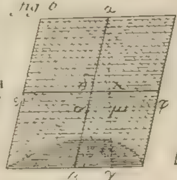


fig 6

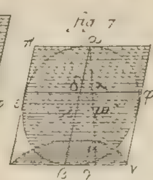


fig 7

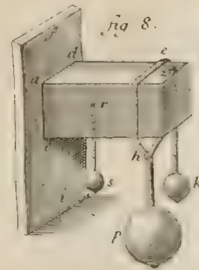


fig 8.

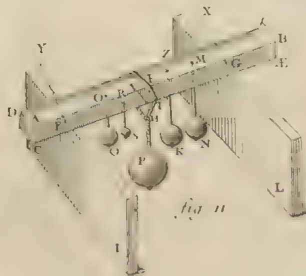


fig 11

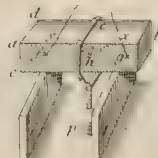


fig 9

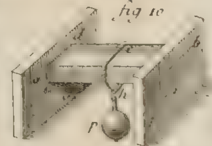


fig 10

Largeurs des bases en pouces.

11 sur

Longueurs en pieds.	11	12	13	14	15
6	209411	249216	292482	333921	389400
8	157058	186912	219362	254408	292050
10	125646	149529	175489	203526	233640
12	104705	124608	146241	169605	194700
14	89747	106806	125350	145376	166886
16	78529	93456	109682	127204	146025
18	69804	83072	97494	113070	129800
20	62823	74764	87744	101763	116820
22	57112	67968	79768	92512	106200
24	52352	64304	73120	84803	97350
26	48326	57511	67496	78279	89862
28	44873	53403	62675	72688	83443
30	41882	49843	58496	67842	77880

Hauteurs en pouces.

Longueurs des bases en pouces.

12 sur

Longueurs en pieds.	12	13	14	15	16	17
6	271872	319072	370048	424800	483328	545632
8	203904	239304	277536	318600	362496	402224
10	163123	191443	222028	254880	289996	327379
12	135936	119536	185024	212400	241664	272816
14	116516	136745	158599	182057	207140	233842
16	101952	119652	138768	159300	181248	204612
18	90624	106357	123349	141600	161109	181477
20	81561	95721	111014	127400	144998	163689
22	74147	87019	100922	115855	131816	148808
24	67968	79768	92512	106200	120832	136408
26	63739	73635	85418	98030	111537	125938
28	58258	68372	79299	91028	103570	116911
30	54341	63814	74009	84960	96665	109126

Hauteurs en pouces.

Largeurs des bafes en pouces.
13 fur

Longueurs en pieds.	13	14	15	16	17	18
6	345661	400885	470200	523606	591101	662688
8	259246	300664	345150	392704	443326	497016
10	207397	240531	276120	314163	353660	397612
12	172831	200442	230100	261803	295550	331344
14	148140	171808	197228	224401	253329	284009
16	129623	150332	172575	196352	221663	248508
18	115220	133628	153400	174535	197034	220896
20	103698	120265	138060	157081	177330	198806
22	94271	109332	125509	142800	161209	180733
24	86415	100221	115000	130901	147775	165672
26	79768	113281	106200	120832	136408	152920
28	74070	80904	96814	112200	126664	142004
30	69132	80177	92040	104721	118220	132537

Hauteurs en pouces.

Largeurs des bafes en pouces.
14 fur

Longueurs en pieds.	14	15	16	17	18	19	20
6	431772	495600	563883	636571	713664	795163	881067
8	323792	371700	422912	477428	535248	596379	660800
10	219033	297360	338329	381942	428198	477097	528640
12	215862	247800	281941	318285	356832	397582	449533
14	185024	212400	241664	272816	305856	340784	377600
16	161896	185850	211456	238714	267624	298189	330400
18	143908	165200	187961	212190	237888	265054	293689
20	129516	148680	169164	190921	214099	238548	264320
22	117743	135164	153786	173610	194635	216862	240291
24	107631	123900	140971	159143	178416	198791	229267
26	99629	114369	130127	146901	164692	183449	203223
28	92512	106200	120832	136401	152928	170392	188800
30	86344	99120	112776	127314	214099	159032	176213

Hauteurs en pouces

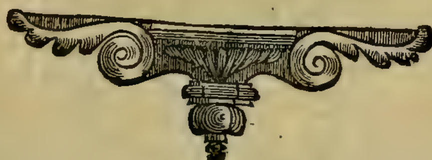
Largeurs des bafes en pouces.

15 fur

Longueurs en pieds.	15	16	17	18	19	20	21
6	531000	614160	682090	764640	851960	944000	1040760
8	398250	453120	511538	573480	638440	708000	780570
10	318600	362446	409224	458784	511176	566400	624456
12	265500	302080	341045	382320	425980	472000	520380
14	227577	258926	292303	327703	365126	404571	446040
16	199125	226560	255765	286740	319470	354000	395285
18	177000	201387	227363	254880	283986	314666	346920
20	159300	181248	204612	229392	255588	283200	312228
22	144818	164771	186011	208447	232353	257455	283844
24	132750	151040	170522	191160	212990	236000	260190
26	122538	139422	157394	176455	196606	217846	240175
28	113785	129463	121151	163852	182563	202285	223020
30	106200	181248	170522	229392	255588	188800	208152

Hauteurs en pouces.

On fuppofe dans cette Table qu'une folive de chêne commun d'un pouce en quarré fur un pied de long, retenuë horizontalement par les deux bouts, peut foûtenir 315 liv. en fon milieu avant de fe rompre.



DES CONCHOIDES EN GENERAL.

PAR M. DE LA HIRE.

Définitions.

1707. 10. Decemb. SOient deux plans appliqués l'un ſur l'autre, dont l'un ſoit poſé immobile & l'autre mobile ; & que ſur le plan immobile il y ait une ligne droite ou courbe *BO* quelle qu'elle ſoit, & un point *P* placé en quelqu'endroit que ce ſoit de ce plan ; & que ſur le plan mobile il y ait une ligne droite *PB* terminée par l'une de ſes extremités *B*, & indéterminée par l'autre vers *P* avec un point *C* placé auſſi en quelque endroit que ce ſoit de ce plan. Fig. I.

Si le plan mobile ſe meut ſur l'immobile, enſorte que l'extremité *B* de ſa ligne *PB* parcoure la ligne droite ou courbe *BO* du plan immobile, pendant que cette même ligne *BP* paſſe toûjours par le point *P* ; je dis que le point *C* du plan mobile décrira par ce mouvement ſur le plan immobile, une ligne *CD* que j'appelle *Conchoïde.*

Le point *P* du plan immobile ſera *le Pole* de la Conchoïde.

La ligne *BO* en ſera *la baſe.*

Le point *C* ſera *ſon point décrivant.*

La ligne *BP* en ſera *la Regle.*

Et la ligne *BC* ſera *ſa Meſure.*

Il ſuit de cette formation de la Conchoïde que la meſure demeurera partout la même, & que l'angle *CBP* qu'elle fait avec la regle, ſera un angle conſtant en quelque poſition que ſoit l'extremité *B* de la Regle, & le point *C* qui décrit la Conchoïde. Ce qui fournit une pratique aiſée pour décrire les Conchoïdes.

REGLE

REGLE GENERALE.

Pour trouver les Tangentes de toutes les Conchoïdes.

On ſuppoſe qu'on ſçache mener des Tangentes à la baſe de la Conchoïde.

Soit la baſe *BO* d'une Conchoïde *CD*, & ſa touchante *BT* en *B*, *P* le Pole, *C* le point décrivant, *BP* la Regle dans une poſition telle qu'on voudra, *BC* la meſure, le point décrivant étant *C* ſur la Conchoïde *CD*, on veut trouver la Touchante *CF* de la Conchoïde au point *C*. Fig. I.

Par le Pole *P* ayant mené la ligne droite *PA* perpendiculaire à la regle *BP*, & *BA* perpendiculaire à la Touchante *BT* de la baſe *BO* en *B*.

Je dis que la ligne droite *AC* eſt perpendiculaire à la Conchoïde au point *C*; & par conſequent la perpendiculaire *CF* à *AC* au point *C* ſera touchante de la Conchoïde en *C*

DEMONSTRATION.

Si par le point *C* on mene *CP*, & enſuite *CE* perpendiculaire & égale à *CP*, & *EF* parallele à *PB* & égale à *PA*, la ligne *CF* touchera la Conchoïde en *C*, ſi *AC* lui eſt perpendiculaire; car par cette conſtruction le triangle *CPA* eſt tranſportée en *CEF*, en ſorte que *CE* qui eſt le même côté que *CP* eſt perpendiculaire à *CP*, & *EF* qui eſt parallele à *PB* & égale à *PA*, fera l'angle *FEC* égal à l'angle *APC*; & par conſequent *FC* ſera perpendiculaire à *AC* : Il faut donc ſeulement démontrer que *FC* touche la Conchoïde en *C*.

Soit *CK* une partie indéfiniment petite de la Conchoïde, laquelle je ſuppoſe avoir été formée quand la regle a paſſé de *BP* en *GP*, le point *G* étant ſur la baſe *BO*, & pouvant être auſſi conſideré ſur la touchante *CT*, car *BG* ſera auſſi indéfiniment petite.

On peut conſiderer le mouvement du point *B* au point *G* formé par deux mouvemens, l'un par la perpendicu-

laire *B H* ſur *P B*, & l'autre au long de la ligne *HG* de *H* en *G* : mais quand *PB* s'eſt muë en *PH*, la regle *PB* étant paſſé en *PH*, auſſi le point *C* aura parcouru ſur *CE* la perpendiculaire ou l'arc *CI* lequelle ſera ſemblable à *BH*, il reſte donc le mouvement de *H* en *G*, & le point *I* en doit faire un qui lui ſoit égal & parallele de *I* en *K*; car le point décrivant & la regle ſont ſur le plan mobile, & le point *K* eſt ſur la Conchoïde; & par conſequent la ligne droite *KC* doit être la corde d'un arc indéfiniment petit de la Conchoïde, laquelle corde eſt regardée comme touchante.

Maintenant par la conſtruction le petit triangle rectangle *BHG* de la baſe eſt ſemblable au triangle rectangle *BPA*; car les lignes *BP*, *GP* ſont conſiderées comme paralleles. Mais *CI* eſt à *BH*, comme *CP* ou ſon égale *CE* eo à *PB*; & *BH* eſt à *HG* ou *IK* ſon égale, comme *PB* eſt à *PA* ou *EF* ſon égale; donc en raiſon égale *CI* eſt à *IK* comme *CE* eſt à *EF*; & enfin *CI* eſt ſur la ligne *CE*, & *IK* eſt parallele à *EF*, donc le point *K* eſt ſur *CF*, & par conſequent *CF* eſt touchante de la Conchoïde en *C* comme *CK*.

COROLLAIRE I.

Il ſuit de cette démonſtration que ſi deux perpendiculaires à la Courbe, comme *CA* indéfiniment proche l'une de l'autre, concourent vers *A*, la Conchoïde ſera concave de ce côté-là, & ſi elles concourent de l'autre côté, elle ſera convexe du côté de *A*; & enfin ſi elles ſont paralleles entr'elles, la Conchoïde aura dans ce point-là un recourbement.

COROLLAIRE II.

Il ſuit auſſi de cette démonſtration que le point *A* étant déterminé ſeulement par le moïen de la baſe & du Pole, il peut ſervir pour trouver les Touchantes de toutes les Conchoïdes décrites par quel point on voudra du plan mobile, puiſque la ligne droite menée du point *A* au point

décrivant *C* en quelque endroit qu'il soit placé, sera toujours perpendiculaire à la Conchoïde qui est décrite par ce point.

Autre maniere pour trouver les Touchantes des Conchoïdes.

Soit comme dans la méthode précedente la base *BO* de la Conchoïde, & sa Touchante *BT* en quelque point *B*, le Pole *P* & la regle *BP*; & lorsque l'extremité de la regle est en *B* sur la base, le point décrivant est en *C*. Fig. II.

Si l'on imagine sur le plan mobile dans la position où il est, laquelle est déterminée par les points *PBC*, une ligne posée sur la touchante *BT* de la base qui est sur le plan immobile, & que le plan mobile qui porte le point décrivant se soit mû selon la touchante *BT* qui y est décrite, par une espace *BG* indéfiniment petit, tous les points de ce plan auront parcouru des lignes paralleles & égales à *BG*, comme le point *C* la ligne *CI*, le Pole *P* la ligne *PL*, en sorte que l'angle *PBC* qui est un angle constant par la generation de la Conchoïde, sera venu en *LGI*. Mais comme la regle ne peut pas abandonner le Pole, il faudra que *GL* revienne sur *GP* par un arc *LH* indéfiniment petit, qui est aussi consideré comme une perpendiculaire à *GL* ou à *PB* & à *PG*. Mais dans ce second mouvement du plan mobile, la ligne *GI* sera venuë en *GK* par un arc *IK* indéfiniment petit & semblable à l'arc *LH*: Car l'angle *PBC* ou *LGI* qui est constant dans la formation de toute la Conchoïde, sera placé en *PGK*, & le point décrivant *C* sera venu en *K* sur la Conchoïde par ces deux mouvemens; & comme la portion *CK* de la Conchoïde est indéfiniment petite, la ligne droite *CK* qui en est une corde, sera reputée comme touchante en *C*.

Maintenant pour déterminer la position de cette touchante *CK* par un point comme *F* placé à une distance déterminée de *C*, soit mené la ligne *BA* perpendiculaire sur *BT*, laquelle rencontre en *A* la ligne *PA* perpendiculaire à *BP* & menée par le point *P*. Il se formera donc

le triangle *ABP* qui sera sémblable au triangle *PLH* par la construction.

Soit mené par le point *C* la ligne *CIE* parallele à *BT* & égale à *BA*, sur laquelle sera le point *I*, & par le point *E* soit mené *EF* perpendiculaire à *BC* ou à *GI* & égale à *BC*, je dis que la ligne *CF* passera par le point *K*, & par consequent qu'elle sera touchante de la Conchoïde en *C*.

DE'MONSTRATION.

Par la construction *IK* & *EF* sont paralleles; mais *CI* ou *PL* est à *LH*, comme *BA* ou *CE* est à *BP* : mais aussi *LH* est à *IK*, comme *BP* ou *GL* est à *BC* ou *EF* son égale; donc en raison égale *CI* est à *IK*, comme *CE* est à *EF*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Si du point *P* on mene une perpendiculaire *PM* à la touchante de la base *BT* en *B*, on aura aussi *CI* à *IK*, comme le quarré de *PB* au rectangle de $PM \times BC$: car par la démonstration précedente *BA* est à *BC*, ou *CE* à *EF*, comme *CI* est à *IK*, & prenant une hauteur commune *PM*, *BA* est à *BC*, comme le rectangle $BA \times PM$ lequel est égal au quarré de *PB* par la construction, est au rectangle $BC \times PM$.

Cette proprieté est utile pour les Conchoïdes dont les bases sont des lignes droites, car toutes leurs touchantes ne sont que la base même; & par consequent *PM* y sera une quantité constante, & *BC* qui est la mesure étant aussi une quantité constante, le rectangle *BC*, *PM* y sera une quantité constante.

COROLLAIRE II.

Par la premiere methode de mener ces touchantes, on a vû que *AC* est perpendiculaire à la Conchoïde : donc si l'on tire *AC* dans cette seconde, elle sera perpendiculaire à *CF*.

REGLE GENERALE.

Pour déterminer les Espaces de Conchoïdes.

Soit la Conchoïde *CD* dont le Pole est *P* & la base *BGO*, la regle *BP* & le point décrivant *C*. Soit pris une portion indéfiniment petite *CD* de la Conchoïde, laquelle soit formée par le mouvement composé du point décrivant *C* qui se meût d'abord par *CI* parallele & égale à *BG* portion de la base ou de sa touchante *BT* en *B*, & ensuite par la ligne ou arc *ID*, en sorte que l'angle *DGP* soit égal à l'angle *CBP*, qui est celui que fait la mesure *CB* avec la regle *BP* & qui est constant. C'est pourquoi si l'on mene *IG*, on formera le parallelogramme *BCIG* & le Secteur *IGD*, qui feront les deux parties de l'élement *BCDG* de la superficie de la Conchoïde. Fig. III.

Maintenant si du point décrivant *C* dans la position où il est, on mene *CT* perpendiculaire sur la touchante *BT* de la base en *B*; & du point *G* on mene *GK* perpendiculaire à *BC*, on aura les deux triangles rectangles *BTC*, *BKG* qui seront semblables; & par consequent *BC* sera à *CT*, comme *BG* à *GK*, & enfin le rectangle $BG \times CT$ qui est égal au parallelogramme *BCIG*, sera égal au rectangle $BC \times GK$.

D'où il suit que tous les parallelogrammes élementaires d'une portion de la superficie de la Conchoïde comprise entre deux positions differentes de la mesure, seront égaux ensemble au rectangle fait de la mesure *BC* qui est constante, par la somme de toutes les *GK*. Et si l'on connoît la somme de toutes les *GK*, on aura aussi la somme de tous ces parallelogrammes. Mais il faut encore y joindre la somme de tous les secteurs comme *IGD* pour avoir la valeur de l'espace conchoïdal dans ce cas, & dans d'autres il en faudra prendre la difference.

Tous les secteurs comme *IGD* auront pour rayon la mesure *BC* ou *GI*. Mais il est évident par la formation de ces secteurs que leur angle *IGD* est toûjours égal à l'angle

BPG que fait la regle dans les deux positions *BP*, *GP*; c'eſt pourquoi la ſomme de tous ces ſecteurs, ſera le ſecteur entier dont le rayon eſt la meſure, & l'angle celui qui eſt fait par les deux poſitions differentes de la regle *BP* dans les deux poſitions differentes de la meſure, leſquelles renferment l'eſpace propoſé de la Conchoïde.

EXEMPLE I.

FIG. IV. Soit une Parabole *VB* pour la baſe d'une Conchoïde *DCR*, & *PVR* ſoit l'axe de la Parabole; & que le foyer *P* de la Parabole ſoit le Pole de la Conchoïde, & la ligne droite *VR* ou *BC* ſoit la meſure, laquelle ſoit jointe directement à la regle *BP*, le point décrivant étant *C*.

Soit une partie *CD* indéfiniment petite de cette Conchoïde, laquelle ſoit formée ſur la partie *BG* de la baſe: en ſorte que le point décrivant *C* ſoit paſſé de *C* en *I* par un eſpace *CI* égal & parallele à *BG*, & en ſuite par l'arc *ID*, & par conſequent on aura la petite figure élementaire de la Conchoïde *CBGD*.

Si l'on mene *OBT* touchante de la baſe en *B*, on en peut regarder ſa partie *BG* comme celle de la baſe. Mais ayant mené *CO* perpendiculaire à la touchante *OBT*, on aura le rectangle $BG \times CO$ égal au parallelogramme élementaire *CBGI*.

Ayant pris *VE* ſur l'axe de la Parabole égale à *VP*, & ayant tiré *EF* perpendiculaire à l'axe, & *BF* parallele à l'axe, & en ſuite *PF*, on ſçait par les proprietés de la Parabole que *PB* & *BF* ſont égales, & que la touchante *OBT* coupera *PF* en deux également en *T* & perpendiculairement; & par conſequent les deux triangles rectangles *BPT*, *BFT* qui ſont égaux entr'eux, ſeront ſemblables au triangle rectangle *BCO*.

Enfin ſi du point *G* on mene *GK* perpendiculaire ſur *BF*, le petit triangle *BGK* ſera ſemblable au triangle *BFT*, & par conſequent ſemblable au triangle *BCO*. C'eſt pourquoi on aura *BC* à *CO*, comme *BG* à *GK*; donc le rectangle $CO \times BG$ ſera égal au rectangle $BC \times GK$.

Mais *BC* qui eſt la meſure de la Conchoïde ſera pour tous les élemens de la Conchoïde une grandeur conſtante, & toutes les *GK* dans la partie de la Conchoïde compriſe entre l'axe *VR* & quelqu'une des poſitions de la meſure comme en *BC*, ſeront égales enſemble à *EF*, car toutes les lignes *BF* ſeront partout paralleles à l'axe; c'eſt pourquoi la ſomme de tous les parallelogrammes élementaires comme *CBGI* compris dans l'eſpace conchoïdal propoſé, ſera égale au ractangle $BC \times EF$ ou $BC \times BQ$, car l'ordonnée *BQ* ſera égale à *EF*.

Il y aura encore dans l'eſpace conchoïdal tous les petits ſecteurs comme *IGD*, qui ſont tous enſemble égaux au ſecteur qui a pour rayon la meſure *BC*, & dont l'angle eſt égal à l'angle *EPB* fait par les deux poſitions extrêmes de la regle; ainſi l'on connoîtra la valeur de l'eſpace conchoïdal propoſé.

Ce que je viens de démontrer de l'eſpace conchoïdal compris entre l'axe *VB* & *BC* ſe doit entendre de même de tout autre eſpace formé ſur quelque portion de la baſe parabolique, comme ſur *BM*; car cet eſpace ſera égal au rectangle ſous la meſure *CB* & ſous la difference *BN* des deux ordonnées par *B* & par *M*, plus au ſecteur dont l'angle ſera *MPB* & le rayon égal à la meſure. Et ſi les points *B* & *M* étoient des deux côtés de l'axe, il faudroit prendre la ſomme des ordonnées au lieu de leur difference, ce qui eſt facile à connoître.

Mais ſi le point qui décrit la Conchoïde étoit ſur la regle non prolongée, c'eſt-à-dire au-dedans de la Parabole, & que dans la partie de la Conchoïde qu'on formera au-dedans de la baſe la meſure ne paſſe pas au-delà du Pole, on trouvera, comme on a fait dans le cas précedent, que cet eſpace ſera égal à un rectangle fait ſous la meſure & ſous la difference des ordonnées de la Parabole par les deux points qui terminent l'eſpace, moins le ſecteur ſous la meſure pour rayon, & dans l'angle comme *BPM* fait au Pole *P* par les poſitions extrêmes de la regle.

COROLLAIRE.

Il suit de ce qui vient d'être démontré que si dans les conditions précedentes on forme deux espaces conchoïdaux l'un exterieur & l'autre interieur sur une même mesure, & compris entre les mêmes positions extrêmes de la regle, l'espace compris entre la Conchoïde exterieure & interieure & renfermé par la mesure, sera absolument égal au double rectangle de la mesure sous la difference dans un cas, ou sous la somme dans l'autre, des ordonnées par les points extrêmes de la base de l'espace conchoïdal; ce qui est évident, puisque pour l'espace exterieur il faudroit joindre le secteur au rectangle, & pour l'interieur il faudroit ôter le même secteur.

EXEMPLE II.

FIG. V. Soit encore la Parabole *VGB* pour la base d'une Conchoïde *RDC*, mais dont le point *C* ne soit pas sur la regle prolongée ou non prolongée comme dans l'Exemple précedent, & par consequent la mesure *CB* fera un angle constant *CBP* avec la regle *CP*.

Soit aussi au point *B* la touchante *OBT* de la Parabole; & ayant mené *BF* parallele à l'axe *PE* ou perpendiculaire à *EF* qui est autant éloignée de *V* sur l'axe que le foyer ou le Pole *P*, & ayant mené *PF*, la touchante *OBT* la coupera en deux également & perpendiculairement en *T*, ce qu'on connoît par les proprietés de la Parabole; donc l'angle *LBO* qui est fait par la touchante *OB* & par la regle *PB* prolongée en *L*, sera égal à l'angle *FBT*. Mais si l'on mene *BH* qui fasse avec *BF* l'angle *FBH* égal à l'angle *LBC*, l'angle *HBT* sera égal à l'angle *CBO*.

C'est pourquoi si de quelque point *G* indéfiniment proche de *B* sur la Parabole ou sur sa touchante *BT*, on mene la perpendiculaire *CK* à *BH*, le petit triangle rectangle *BGK* sera semblable au triangle rectangle *BCO*; & par consequent si sur les côtés *BG*, *IC* on acheve le pa-

rallelogramme

rallelogramme élementaire *CBGI*, il aura pour hauteur la perpendiculaire *CO* ſur ſa baſe *GB*.

Mais des deux triangles rectangles ſemblables *BGK*, *BCO*, on aura *BC* à *CO*, comme *BG* à *GK*; donc le rectangle $BC \times GK$ ſera égal au rectangle $CO \times BG$ qui eſt égal au parallelogramme élementaire *CBGI*.

Mais auſſi à cauſe que pour tous les points comme *G* pris de ſuite depuis *B* juſqu'en *V*, toutes les petites perpendiculaires comme *GK* ſeront toutes perpendiculaires à des lignes comme *BH* qui ſont paralleles entr'elles, puiſqu'elles font partout des angles égaux avec les *BF* qui ſont toutes paralleles à l'axe, il s'enſuit que toutes les *GK* enſemble ſont égales à la perpendiculaire *VH* menée du ſommet *V* de la Parabole ſur *BH*; & toutes ces *GK* étant multipliées par une même grandeur *BC* qui eſt la meſure, feront le rectangle $VH \times BC$ égal à la ſomme de tous les parallelogrammes élementaires comme *CBGI* compris dans l'eſpace conchoïdal *VRCB* ſur la baſe parabolique *VB*.

Mais de plus cet eſpace de la Conchoïde qui eſt exterieure à ſa baſe comprendra encore de petits ſecteurs comme *GID*, qui tous enſemble feront le ſecteur *NPM* qui a pour rayon la meſure *BC* ou *GI*, & dont l'angle total ſera égal à *KPB* dans ſes poſitions extrêmes ſur la baſe en *V* & en *B*, comme on l'a dit dans l'exemple précedent.

On démontrera la même choſe pour tout autre eſpace chonchoïdal formé ſur quelle partie on voudra de la baſe, & ſi la partie de la baſe eſt d'un même côté du ſommet *V*, il ne faudra prendre que la partie de *VH* qui répondra à cette partie de la baſe. Mais ſi la partie de la baſe renferme le ſommet *V*, on aura pour côté du rectangle égal à la ſomme des petits parallelogrammes élementaires, *HV* prolongée au-delà du ſommet, & terminée à une ligne comme *BH*, & qui lui ſera parallele; ce qui eſt évident par la conſtruction & par ce qui a été démontré cydevant, & l'autre côté de ce rectangle ſera la meſure.

Mais si le point décrivant étoit placé au-dedans de la Parabole, il faudra observer les mêmes choses qu'on a dites dans l'exemple précedent; ce qui formera plusieurs cas dont on parlera dans un autre Exemple.

Enfin si l'on décrit une Conchoïde externe & interne sur la même portion de la base & avec la même mesure prolongée autant en dehors qu'en dedans, on aura l'espace conchoïdal renfermé entre les deux Conchoïdes & la mesure à ses extrémités, absolument égal au double du rectangle qui est égal à tous les parallelogrammes élementaires; car dans l'exterieur il faudroit y ajoûter le même secteur qu'il faudroit ôter dans l'interieur, comme dans l'exemple précedent.

Il y a aussi dans la Conchoïde interieure à la base quelques remarques à faire dont nous parlerons dans la suite, lorsqu'elle retourne sur elle-même, comme aussi lorsque la Conchoïde est prolongée au-delà du point de la base où la mesure touche la base, ce qui peut arriver dans cette espece de Conchoïde interieure; cependant tous ces cas ne peuvent faire aucune difficulté en suivant la démonstration.

COROLLAIRE.

Il suit de cette démonstration que si l'arç du secteur *NM* est en raison connuë avec *VH*, comme si cet arc étoit égal à *VH*, on auroit ce secteur qui a pour rayon la mesure *BC*, égal à la moitié du rectangle *VH* par la mesure; & par consequent on connoîtroit absolument l'espace conchoïdal *CBVR* qui seroit égal au rectangle de $\frac{3}{2}$ *VH* par la mesure *BC*.

EXEMPLE III.

FIG. VI. Soit une Conchoïde *FCPS* dont la base est le cercle *GBPA*, le Pole *P* placé à l'extremité d'un de ses diametres *GP*, la regle *PB* & le point décrivant *C* sur la regle prolongée ou non prolongée, & par consequent la mesure *CB*.

Soit *CR* une partie indéfiniment petite de la Conchoïde superieure *FCE*, & les lignes *CB*, *RI* menées au Pole *P*, lesquelles couperont la base *PBG* aux points *B*, *I*. Par le point *B* soit mené la touchante *BO* du cercle base, & le point *I* sera réputé sur le cercle & sur la touchante. Par le point *C* soit *CQ* parallele & égale a *BI*, & soit achevé le parallelogramme élementaire *CBIQ*, & soit mené *QR* qui formera aussi le secteur élementaire *QIR*, & le parallelogramme & le secteur formeront ensemble la figure élementaire *CBIR* de la Conchoïde. Du point *C* soit mené *CO* perpendiculaire à la touchante B*O*, & du point *B* soit *BD* perpendiculaire à *RI* & qu'on suppose aussi perpendiculaire à *CB*, à cause que *BC* & *DIR* sont indéfiniment proche l'un de l'autre.

Par cette construction on aura les deux triangles rectangles *BCO*, *IBD* semblables entr'eux; par consequent *BC* est à, *CO* comme *IB* à *BD*, & le rectangle *BC*×*BD* égal au rectangle *BI*×*CO* qui est égal au parallelogramme élementaire *CBIQ*.

Maintenant dans un espace conchoïdal comme *FCBG* compris entre le diametre *PGF*, la mesure entiere *BC*, la base *BG* & la Conchoïde *CF*, on aura la somme de tous les parallelogrammes élementaire comme *CBIQ* égale au rectangle sous la mesure *CB*, & sous la somme de toutes les *BD* formées dans l'arc de la base *GB*. Mais on sçait que la somme de toutes ces *BD* sera égale à la corde *GB* ou *Gy*; donc ce rectangle sera *GyzX*, dont la hauteur *GX* est égale à la mesure. Mais il faut encore joindre à ce rectangle la somme de tous les petits secteurs comme *IQR*, laquelle est égale au secteur dont le rayon est la mesure & l'angle *BPG*.

On démontrera de même que si l'extremité de la regle tombe au Pole, alors la mesure sera en *BE* perpendiculaire au diametre *PG*, & l'espace conchoïdal *FCEPBG* sera égal au rectangle *PGXK* sous le diametre & la mesure, plus au quart de cercle qui a pour rayon la regle.

Ce sera aussi la même démonstration pour la Conchoï-

de interieure comme *GScb*, laquelle on démontrera égale au rectangle sous la mesure *GX*, & sous *Gb* moins le secteur, dont le rayon est la mesure & l'angle *GIb*.

Et si la corde *Gb* est égale à la corde *GB* ou *Gy*, alors on aura l'espace conchoïdal *FCBG* exterieur avec l'espace conchoïdal interieur & correspondant *ScbG* ensemble égaux à deux fois le rectangle *GyzX* : car dans l'exterieur il faudroit ajoûter à ce rectangle le même secteur qu'il faudroit ôter à l'interieur ; ce qui est évident.

Il faut remarquer que si la mesure est appliquée depuis *P* jusqu'en *A* sur la base, alors *PA* touchera cette Conchoïde dans le point *P*, du Pole ; car le point *A* formera le point *P*, & si du point *G* pour centre & pour rayon la corde *GA* on décrit l'arc *AY*, & qu'on mene *YZ* parallele à *GX*, on aura tout l'espace conchoïdal interieur *GSPA* égal au rectangle *GYZX* moins au secteur sous la mesure dont l'angle sera *GPA*.

J'ai donné jusqu'ici la mesure de l'espace conchoïdal exterieur *FCEPBG* & de l'interieur *ScPAbG*, lesquels sont compris entre la Conchoïde & la base, d'où il suit aussi la mesure de toutes leurs parties ; mais il reste encore pour avoir l'espace de toute la Conchoïde, l'espace *PEHP* dans l'exterieure, lequel est formée par les portions de la mesure comme *PH*, pendant que son extremité parcourt l'arc *PTA* de la base, & dans l'espace interieur il reste le segment *PTAP* de la base qu'il y faudra ajoûter, & en ôter ensuite le secteur qui convient à cet espace, comme on l'a déterminé ; il reste donc à déterminer l'espace conchoïdal *PEHP*.

Par la même methode dont je me suis servi cy-devant, soit une portion *HN* indéfiniment petite de la Conchoïde *PHE*, & la mesure qui est jointe alors à la regle en *HM* & *NT*, dans la formation des points *HN* ; si sur les deux lignes *HM*, *MT* on acheve le parallelogramme élementaire *HMTL*, on pourra considerer l'arc *NH* de la Conchoïde formé par le mouvement de *H* en *L* & de *L* en *N*, d'où se formera le secteur *LTN*.

Mais le secteur ou triangle élementaire *PHN* de l'espace conchoïdal *PHEP* sera égal au secteur *TLN*, plus le secteur sur la base *PTM*, moins le parallelogramme *HMTL*. Et par ce qui a été dit cy-devant, si l'on mene *TV* perpendiculaire à *PT* ou à *PM*, le rectangle de la mesure *HM* par *TV* sera égal au parallelogramme *HMTL*. Et comme tous les rectangles $HM \times TV$ sur l'arc *PA* sont égaux au rectangle *YZKP*; & tous les secteurs *TLN* dans le même arc seront égaux au secteur *PAK*, & enfin tous les secteurs *PTM* sur la base seront égaux au segment *PATP*; donc tous les secteurs ou triangles élementaires *PHN*, ce qui est l'espace conchoïdal, *PHEP* sera égal au secteur *PAK*, plus le segment *PATP*, moins le rectangle *YZKP*.

Corollaire I.

Il s'ensuit delà que tout l'espace conchoïdal tant exterieur qu'interieur compris entre la Conchoïde & sa base, & terminé au diametre *PSGF* sera égal au double du rectangle *GYZX*, plus le double du secteur *PAK*, plus le double du segment de la base *PATP*, puisque ce n'est que l'addition des valeurs des parties.

Corollaire II.

Si du point *G* pour centre & pour rayon le diametre *GP* de la base, on décrit l'arc de cercle *PtZ*, cet arc coupera *XK* en *Z*, & demi segment *PYZtP* sera égal au double du segment *PATP*: c'est pourquoi le secteur *PAK*, plus le segment *PATP*, moins le rectangle *YPKZ*, ce qui est égal à l'espace conchoïdal *PHEP*, sera égal à la difference des figures *PTAK* & *PtZK*, ce qui est aussi la difference des trilignes *PMAh* & *KZh*.

Corollaire III.

Il suit de ce Corollaire second & du premier que tout l'espace conchoïdal tant exterieur qu'interieur, sera égal au double du rectangle *GPKX*, plus le double de la dif-

ference entre les trilignes *PTAh* & *KZh* qui ſera double de l'eſpace conchoïdal *PHEP*, ce qui eſt facile à voir par la ſubſtitution de la valeur de ces figures.

AVERTISSEMENT.

Il y a long-tems qu'on a examiné cette eſpece de Conchoïde. M. de Roberval l'appelle *le limaçon de M. Paſchal*, & il donne une démonſtration de la valeur de ſon eſpace & de ſes parties, comme on le peut voir dans ſes Ouvrages que j'ai fait imprimer : mais il comprend dans ces eſpaces la portion du cercle baſe qui y eſt renfermée par la regle, en joignant toûjours enſemble un eſpace ſuperieur à un inferieur correſpondant, c'eſt-à-dire, ceux qui ſont formés par des arcs égaux de la baſe, comme dans la Figure précedente les eſpaces *FCBPF*, *PcSP* formés ſur les arcs égaux de la baſe *GB*, *Gb* qu'il dit être égaux enſemble à la portion du cercle *PBGbP*, plus au ſecteur dont le rayon eſt égal à la meſure & l'angle *BPb*; & par conſequent tout l'eſpace conchoïdal eſt égal au cercle baſe, plus au demi-cercle dont le rayon eſt la meſure. Cet eſpace eſt fort different de celui que j'ai examiné ici.

Il ſuit de la démonſtration de M. de Roberval que l'eſpace inferieur *PScP* avec le ſuperieur *PFqP* ſera égal à la portion du cercle baſe *PAGaP*, plus au ſecteur ſous la meſure dans l'angle *AP a*; & par conſequent l'eſpace *PqEHP* doit être égal au double ſegment de la baſe *PATP*, plus au double ſecteur *PAK*, comme on le trouve par ma démonſtration, en joignant enſemble les valeurs de ſes parties comme je les ay données cy-devant.

EXEMPLE IV.

Fig. VII. Soit une Conchoïde *RCF* formée par le point *R*, & dont la meſure eſt *ER* qui fait avec la regle *EP* un angle conſtant *PER*, le Pole *P* & la baſe ſoit la ligne droite *EKF*. Cette Conchoïde rencontrera la baſe en quelque point *F* lorſque la meſure ſera en *KF* & la regle en *PK*, ce qui eſt évident par la génération.

Le Regle étant en PE perpendiculaire à la baſe EF, il faut déterminer l'eſpace conchoïdal $ERCFE$.

Soit la regle dans quelque poſition PB & la meſure en BC, & ſoit CD une partie indéfiniment petite de la Conchoïde, laquelle ſoit formée par le mouvement du point C juſqu'en Q parallelement à la baſe, & égale à la partie BI de la baſe quand la regle étoit en PI, & la meſure en ID, & par l'arc QD décrit du centre I. Il ſe formera donc la parallelogramme $BCQI$.

Si du point C on mene CO perpendiculaire à la baſe, on aura le parallelogramme $BCQI$ égal au rectangle de BI ſur CO : c'eſt pourquoi ſi par le point B on mene BS perpendiculaire à la baſe & égale à CO, le rectangle de BI ſur BS ſera auſſi égal au parallelogramme $BCQI$. Et ſi l'on fait de même pour tous les points de la Conchoïde, on formera la ligne courbe HSK telle que ſon eſpace $HEKSH$ ſera égal à tous les parallelogrammes comme $BCQI$ compris dans l'eſpace conchoïdal; & cet eſpace $HEKSH$ avec un ſecteur dont le rayon eſt la meſure & l'angle REF ſera égal à l'eſpace conchoïdal propoſé, ce qui eſt évident par la regle generale.

Maintenant pour trouver la Courbe HSK, je poſe $EP = a$, $EB = y$, BS ou $CO = x$, & la meſure $BC = m$, & je prolonge la regle BP juſqu'en G, en ſorte que BG ſoit égale à BC, & je mene GC. Mais puiſque l'angle CBG eſt donné étant le ſupplément de l'angle CBP donné, auſſi CG ſera donnée que je poſe $= 2b$, & la perpendiculaire menée du point B à GC ſera auſſi donnée que je poſe $= f$. Sur ces données je trouve la valeur de x, & l'équation du lieu des points S qui eſt la Courbe HSK, ſçavoir $\frac{m^3 a - 2fbmy}{\sqrt{aa + yy}} = ffx - bbx$, qui eſt un lieu à une hyperbole du ſecond genre, qu'on peut conſtruire à l'ordinaire.

COROLLAIRE I.

Ce ſera la même conſtruction & démonſtration pour quelle partie on voudra de l'eſpace conchoïdal, en pre-

nant la partie de l'hyperbole qui lui répond, & même pour l'eſpace prolongé au-delà de *ER* ſur la baſe, ou au deſſous de la baſe vers *F*; car il eſt évident que la Conchoïde paſſe au-deſſous de la baſe vers *F*, & qu'elle eſt infinie tant au-deſſuos d'un côté qu'au deſſus de l'autre, ce qui dépend de la baſe qui eſt infinie; & cette Conchoïde aura deux aſymptotes des deux côtés & paralleles à la baſe, & autant éloignées que le point *R* l'eſt de la ligne *PE*.

COROLLAIRE II.

On pourra auſſi par la même methode donner un eſpace égal à la Conchoïde de Nicomede, qui n'eſt qu'un cas de celles-cy, qui ont pour baſe une ligne droite : mais quoiqu'elle paroiſſe plus ſimple, ce ſera toûjours par le moyen d'un hyperbole du ſecond genre, mais qu'on peut conſtruire facilement par le moyen d'un hyperbole ſim-
Fig. V. ple équilaterre entre ſes aſymptotes. Car ſi l'on ſuppoſe que le point décrivant ſoit *G*, on aura dans les termes précedens pour l'équation $aaxx + yyxxmmaa$, & ſi l'on fait les $PE - z = \sqrt{aa + yy}$, cette équation ſe réduira à $zx = ma$.

COROLLAIRE III.

Si la meſure étoit prolongée au-deſſus de la baſe & qu'elle fût égale à celle de deſſus, il eſt évident dans les conditions que j'ai données dans les autres exemples, que les eſpaces conchoïdaux ſuperieurs & inferieurs pris enſemble ſeront égaux au double de la figure hyperbolique qui leur répond : car alors le ſecteur additif à la figure ſuperieure eſt détruit par le ſecteur ſouſtractif de l'inferieur.

REGLE GENERALE.

Pour déterminer la longueur des Conchoïdes.

Dans la ſecondes des methodes que j'ai données d'abord pour trouver les Touchantes des Conchoïdes & dans la même figure, on a un triangle déterminé *CEF* qui

qui eſt ſemblable au petit triangle *CIK*. de la formation de la Conchoïde ; c'eſt pourquoi *EF* ou *BC* ou *GI* qui eſt la meſure, ſera à *CF* ou *CA*, comme *IK* qui eſt l'arc du petit ſecteur *CIK* eſt à *CK* qui eſt touchante ou portion de la Conchoïde ; donc le rectangle *BC*×*CK* eſt égal au rectangle *CA*×*IK*. D'où il ſuit que la ſomme de tous les petits rectangles étant appliquée à la meſure donnera la longueur de la Conchoïde.

Mais auſſi dans les mêmes triangles, *CI* portion de la baſe eſt à *CK* portion de la Conchoïde, comme *BA* eſt à *AC*, & par conſequent le rectangle *CI*×*AC* eſt égal au rectangle *CK*×*BA* ; & ſi toutes les *BA* ſont égales entr'elles, on pourra tirer delà la meſure de la Conchoide comme il arrive dans quelques cas.

EXEMPLE I.

Dans le premier exemple que j'ai donné cy-devant des eſpaces des Conchoïdes ſur une baſe parabolique, ſi par le Pole *P* on mene la ligne *PA* perpendiculaire à la regle *PB*, & par le point *B* de la baſe on mene *BA* perpendiculaire à la touchante *BT* de la baſe, & que du point *A* de concours de ces deux lignes on tire la ligne *AC* au point décrivant *C*, on formera le triangle *ABC* qui ſera ſemblable au triangle *CID* de la formation de la Conchoïde. Fig. VIII.

Car par ce qu'on a démontré d'abord des touchantes, la ligne *AC* ſera perpendiculaire à la Conchoïde & à *CD*, la ligne *BA* ſera perpendiculaire à la Touchante *BT* de la baſe & à ſa parallele *CI* ; & enfin *BC* ou *GI* ſera perpendiculaire à *ID* qui eſt le petit arc décrit du centre *G*. On aura donc *ID* à *CD*, comme *BC* à *AC* : & par conſequent le rectangle *ID*×*AC* ſera égal au rectangle *CD*×*BC* qui eſt la meſure.

C'eſt pourquoi ſi du Pole *P* pour centre & pour rayon la meſure, on décrit l'arc *NQ* qui forme le ſecteur *PNQ*, & que par tous les points comme *N* de cet arc, où la regle le coup dans toutes les poſitions du point décrivant,

on éleve perpendiculairement les *AC* sur le plan du secteur, on formera un espace sur le cylindre droit dont l'arc *NQ* est la base, & cet espace étant appliqué à la mesure *BC*, donnera la longeur de la Conchoïde : car chaque petit rectangle élementaire de cet espace sera partout divisé ou appliqué à la mesure qui est une grandeur commune.

EXEMPLE II.

Dans le troisiéme Exemple précedent d'une Conchoïde à la base circulaire. si nous supposons que la mesure soit égale au diametre du cercle base, & qu'elle soit jointe directement à la regle, nous aurons la longueur de cette Conchoïde depuis son commencement en *F* jusqu'au Pole *P* où elle finit par-tout le cercle de la base ; car elle ne passe point au-dessous du diametre *PG*, laquelle sera égale à quatre fois le diametre du cercle base *PG*.

Pour le démontrer soit quelque point *C* de cette Conchoïde d'où soit mené *CP* ou Pole *P*, cette ligne rencontrera la base en *B*, & *CB* sera la mesure égale à *PG*. Et si par le point *B* on mene *BA* perpendiculaire à la base elle passera par le centre & ce sera un diametre. Mais si du Pole *P* on mene *PA* perpendiculaire à la regle *PB*, elle rencontrera *BA* au point *A* sur la base, à cause de l'angle droit *BPA*. Mais par la methode des touchantes des Conchoïdes ; on aura *AC* perpendiculaire à la Conchoïde en *C*, & le triangle *ABC* sera isoscelle.

Maintenant si l'on considere le petit triangle élementaire *CQR* de la formation de cette Conchoïde où *CR* est une partie indéfiniment petite de la Courbe, ou aura le triangle *ABC* semblable au triangle *CQR* : car par la construction *AB* est perpendiculaire à *BI* ou *CQ* sa parallele, *BC* ou *IQ* sa parallele est perpendiculaire à *QR*, & enfin *AC* est perpendiculaire à *CR*.

Si du Pole *P* pour centre & pour rayon *PG* égal à la mesure, on décrit le cercle *GE* qui coupe *PC* en *M*, l'arc *GM* sera égal en longeur à l'arc *GB*, comme tout le

demi-cercle décrit ſur le rayon *PG* le ſera à toute la circonference du cercle de la baſe. Mais auſſi *AC* coupe le cercle baſe en *N*, & *BN* eſt perpendiculaire à *AC* à cauſe du demi cercle *BNA*; donc *AN* ſera la moitié de *AC*. Mais l'arc *PA* étant égal à l'arc *GB* à cauſe des deux diametres *PG*, *BA*, & l'angle *PBA* étant exterieur du triangle iſoſcelle *ABC*, il ſera double de l'angle *BAN*, & ſon arc *PA* on ſon égal *GB* double de l'arc *BN*, & *AN* étant la corde de l'arc *AGN* ſupplément de l'arc *BN*, comme *PN* l'eſt de l'arc *PBN* ſupplément de *GN* égal à l'arc *BN*; *PN* & *AN* ſeront égales.

Si par la regle generale on éleve *AC* double de *AN* ou de *PN* au point *M* & perpendiculairement au plan de la baſe, on aura une des lignes ſur la ſuperficie du Cylindre droit dont la baſe ſera le demi cercle *GE*, laquelle ſert à déterminer la longueur de la Conchoïde, à cauſe que tous les petits ſecteurs comme *QBR* dans tout l'eſpace conchoïdal, feront enſemble un angle égal à deux droits.

Mais on ſçait auſſi que toutes les cordes comme *PN*, étant élevées perpendiculairement ſur le demi-cercle *GBP* en *N*, formeront une ſuperficie cylindrique égale au quarré du diametre: mais ſi on éleve ces mêmes cordes *PN* aux points *M* du demi-cercle *GME*, qui eſt double du demi-cercle *GBP*, & dont les petites parties comme en *M* ſont auſſi doubles des petites parties comme en *N*, puiſque chaque *GM* eſt égal à *GB* & double de *GN*, il s'enſuit que la ſuperficie cylindrique ſera double du quarré du rayon *PG* du cercle *GE*; & comme au lieu des *PN* on doit élever à ces mêmes points *M*, les lignes *AC* doubles des *AN* ou des *PN*, on aura une ſuperficie cylindrique quadruple du quarré du rayon *PG*, laquelle étant appliquée à la meſure *PG*, donnera par la regle quatre *PG* ou quatre fois *PG* qui eſt la meſure, pour la longueur de toute cette Conchoïde.

Dans la deſcription ou formation de cette Conchoïde lorſque les points *B* ſe trouvent dans le demi-cercle infe-

rieur, & ce cas dans lequel la mesure se trouve coupée par le Pole, n'apporte aucun changement à la démonstration que je viens de donner de la longueur entiere de cette Conchoïde

COROLLAIRE.

On aura aussi par ce moyen la longueur de quelle portion on voudra de cette Conchoïde, soit entre son commencement en *F*, ou entre telles positions que ce soit de la mesure. Comme si l'on demande la longueur de la partie *FC* de cette Conchoide, je dis qu'elle est égale à quatre fois la corde de l'arc *GN* ou *BN* qui est la moitié de l'arc *GB* compris entre la position de la mesure sur la base en *G*, & entre *B* qui est l'autre position de la mesure sur la base dans la formation de la partie *FC* de la Conchoïde.

Car puisqu'on sçait aussi que toutes les corde comme *PN* élevées à leurs points sur l'arc *GN* font un espace sur le cylindre droit égal au rectangle sous la corde totale *GN* & sous le diametre *PG*; il s'ensuit de la démonstration précedente que si le double de ces cordes est élevé comme en *M* aux arcs de *GM* doubles des arcs de *GN*, elles doivent former une espace cylindrique quadruple du précedent, lequel étant appliqué à *PG* qui est la mesure & qui est le côté du rectangle qui leur est égal, donnera pour la longueur de la Conchoïde une ligne droite quadruple de la corde *GN*.

Ainsi la partie *ECP* de la longueur de la Conchoïde, comprise entre la mesure *PE* dans la position où elle est perpendiculaire au diametre *PG* & le Pole *P*, sera quatre fois la difference entre la corde du quart de cercle qui conviendroit au point *E*, & le diametre *PG*; car quatre fois la corde du quart de cercle seroit égale à la partie de la Conchoïde *FCE*. Et par consequent pour toute la Conchoïde la difference des cordes des arcs qui sont les moitiés entre le point *G* & deux points de la base comme *BB*, où est appliqué la mesure aux extremités d'une por-

tion de la Conchoïde CC, étant prise quatre fois sera égale à cette portion de la Conchoïde.

Il faut remarquer que dans ces Conchoïdes qui ont la base circulaire, si la mesure est posée perpendiculairement sur la regle, & si elle est égale au diametre du cercle de la base, on décrira une Conchoïde semblable & égale à celle qui est décrite quand cette mesure est jointe directement avec la regle; mais elle sera posée en sens contraire & au-dessus ou au-dessous du diametre suivant la position de la mesure perpendiculaire.

Pour les Lieux des Conchoïdes.

Toutes les Conchoïdes qui ont pour base des lignes geometriques sont aussi des lignes geometriques, pourvû que dans la description de la Conchoïde la mesure soit jointe directement à la regle comme on le peut voir par l'Exemple précedent.

Car si dans quelque position PBC de la regle & de la mesure on abbaisse des points C & B des perpendiculaires CD, BH sur l'axe PF, & qu'on fasse $CD = x$, $PD = y$, PG ou $BC = 2r$,

On aura $PC = \sqrt{yy + xx}$, & $HD = \frac{2ry}{\sqrt{yy + xx}}$, & $PH = y - \frac{2ry}{\sqrt{yy + xx}}$

On aura aussi $BH = x - \frac{2rx}{\sqrt{yy + xx}}$.

Mais KH sera $= y - \frac{2ry}{\sqrt{yy + xx}} - r$, & le quarré de BH + le quarré de KH seront égaux au quarré de $KB = r$, ce qui est

$$xx - \frac{4rxx}{\sqrt{yy+xx}} + \frac{4rrxx}{yy+xx} + yy + \frac{4rryy}{yy+xx} + rr - \frac{4ryy + 4rry}{\sqrt{yy+xx}}$$

$- 2ry = rr$, ce qui se réduit à

$$xx + yy + 4rr - 2ry = 4r\sqrt{yy + xx} - \frac{4rry}{\sqrt{yy+xx}},$$

qui est un lieu à une Courbe qui est la Conchoïde, & dont les inconnuës montent à 6 dimensions, & que nous avons trouvée être quarrable.

Ce ſera la même maniere de conſtruction pour d'autres Conchoïdes de cette eſpece.

REMARQUE.

Toutes les Conchoïdes qui ſont formées par la meſure qui eſt jointe directement à la regle ſur quelque baſe que ce ſoit, étant conſiderées comme des baſes, formeront une Conchoïde qui ſera leur baſe, ſi le pole & la regle ſont les mêmes, mais en poſant la meſure du côté oppoſé où elle étoit par rapport au Pole, ce qui eſt évident par la formation.

Des points de Recourbement des Conchoïdes.

Il eſt certain que ſi deux perpendiculaires à la Conchoïde indéſiniment proche l'une de l'autre, peuvent être paralleles entr'elles, le point de la Conchoïde, ou bien la portion interceptée de cette Conchoïde qui n'eſt conſiderée que comme un ſeul point, les deux perpendiculaires n'étant que comme une ſeule ligne, étant déterminé par ces paralleles, ſera ſon recourbement.

Dans toutes les Conchoïdes qui ont pour leur baſe quelque ligne que ce ſoit ou droite ou courbe, & dont la meſure & la regle ſont jointes directement, ſi l'on donne une poſition telle qu'on voudra de la regle, on peut déterminer la longueur de la meſure dans cette poſition, ou ſon extremité décrivant la Conchoïde, elle ſera dans ſon recourbement ſi elle peut en avoir un; mais comme la forme du calcul eſt à peu près la même pour toutes les Conchoïdes, je donnerai ſeulement ici un exemple de la Conchoïde de Nicomede, & je montrerai en ſuite la difference qu'il y a de celle-ci qui eſt un peu plus ſimple, avec les autres qui ont des baſes courbes.

Fig. X. Soit le point *P* le Pole de la Conchoïde, & la regle *PB* dans quelque poſition que ce ſoit avec la meſure *BC* qui lui ſoit jointe directement, mais dont la longueur *BC* n'eſt point déterminée, & que le point *C* qu'on cherche ſoit dans le recourbement, ce qui eſt toûjours poſſible

dans cette eſpece de Conchoïde dont la baſe *BD* eſt une ligne droite, comme on le trouve auſſi par la ſolution du Problême & par ſa conſtruction.

J'ai démontré ci-devant pour toutes les Conchoïdes, que ſi par le point *B* on mene *BA* perpendiculaire à la baſe *BD*; & *PA* perpendiculaire à la regle *BP* leſquelles ſe rencontrent en *A*, & que du point *A* on mene une ligne droite *AC* au point décrivant *C*, cette ligne *AC* ſera perpendiculaire à la Conchoïde en *C* décrite par ce point.

Que le point *C* ſoit donc ſur cette meſure celui du recourbement de cette Conchoïde décrite par ce point, la regle & la meſure étant en *PBC*, Soit *BD* une partie indéfiniment petite de la baſe, & ſoit mené *PD*. On pourra ſuppoſer que les deux lignes *PB*, *PD* ſont paralleles entr'elles ſeulement dans un eſpace indéfiniment proche de *BD*.

Maintenant du point *B* ſoit mené *BFN* perpendiculaire à *PB* ou à *PD* laquelle rencontre *PD* en *F*; & ſoit *DK* perpendiculaire à la baſe en *D*, & parallele à *BA* dans ce cas de la baſe en ligne droite: on aura donc les deux petits triangles rectangles *BFD*, *BDN* ſemblables au triangle *BPA*, car *DF* dans ce petit eſpace eſt conſiderée parallele à *BP*. Soit auſſi mené *FH* parallele à *BD*; donc *BH* eſt égale à *DF*, & *BD* égale à *HF*.

Mais quand la regle s'eſt placée en *PD*, la ligne *PA* vient en *PK*, & le point *K* fait alors l'office du point *A* par rapport à *PD*; & *PA* & *PK* peuvent être conſiderées comme parralleles vers les points *A* & *K*, & les angles *BPD*, *APK* ſont égaux. Si du point *A* on mene donc *AG* perpendiculaire à *PA* ou à *PG*, on aura *AG* égale à *BH* ou à *DF*, car les deux triangles rectangles *BFD*, *BPA* ſont ſemblables; c'eſt pourquoi *BP* eſt à *PA*, comme *BF* à *FD*; & à cauſe des deux triangles ſemblables *BPF*, *APG*, on a auſſi *BP* à *PA*, comme *BF* à *AG*, donc *FD* égale à *AG*.

Enfin ſi la meſure *BC* eſt placée en *DT*, la Conchoïde

passera de *C* en *T*, & *CT* sera perpendiculaire à *AC* & à *KT*, quoiqu'en effet les lignes *CA* & *TK* ne soient paralleles entr'elles que dans le point du recourbement *C*, mais elles peuvent toujours être reputées perpendiculaires à une même *CT* qu'on suppose indéfiniment petite.

Si par le point *H* on mene *HI* perpendiculaire à *PB* qui rencontre *DK* en *I*, on aura *HI* égale à *GK*; car *AG* est égale à *BH*, & les triangles *BHO*, *AGL* sont rectangles & semblables, & *LK* est égale à *OI* ou à *BN*: mais aussi *KV* sera égale à *AL*, & *AV* égale à *LK* ou à *BN*.

Si par le point *B* on mene *BR* parallele à *AC*, le petit triangle *BHR* sera semblable ou triangle *CPA*, & le petit triangle *BRO* semblable & égal au petit triangle *KVS*: donc *AS* égale à *RI*.

Soit maintenant $PB = a$. $PA = b$. $PC = y$. & $BD = i$. indéfiniment petite, comme elle a été posée d'abord; & soit aussi $BA = r$ pour abreger le calcul, car dans la suite on fera sortir l'une des trois quantités r, a, b.

On aura donc *BP* à *BA*, comme *BD* à *BN*, ce qui est

$a : r :: i : \frac{ri}{a} = BN$ ou IO.

De même *BA* à *PA*, comme *BD* à *DF*, ce qui est

$r : b :: i : \frac{bi}{r} = DF$ ou BA ou AG.

Mais aussi *CP* est à *PA*, comme *BH* à *HR*, ce qui est

$y : b :: \frac{bi}{r} : \frac{bbi}{ry} = HR$ ou SV,

Et *BA* est à *BP*, comme *BD* à *BF*, ce qui est

$r : a :: i : \frac{ai}{r} = BF$.

De plus *BP* est à *PA*, comme *BH* à *HO*, ce qui est

$a : b :: \frac{bi}{r} : \frac{bbi}{ar} = HO$.

Donc RI ou $AS = IO$ ou $BN + HO - HR$ sera

$= \frac{ri}{a} + \frac{bbi}{ar} - \frac{bbi}{ry}$.

Enfin si par le point *A* on mene *AX* perpendiculaire à *CA* ou à *KS*, on aura le triangle *AXS* rectangle en *X* semblable au triangle rectangle *CPA*; car *AX* est perpendiculaire

perpendiculaire à CA, & AS perpendiculaire à CP : donc l'angle SAX eſt egal à l'angle ACP : c'eſt pourquoi CA eſt à CP, comme AS eſt à AX, cequi eſt $\sqrt{yy+bb} : y ::$ $\frac{ri}{a} + \frac{bbi}{ar} - \frac{bbi}{ry} : \frac{riy}{a\sqrt{yy+bb}} + \frac{bbiy}{ar\sqrt{yy+bb}} - \frac{bbiy}{ry\sqrt{yy+bb}} = AX$.

Mais auſſi ayant mené CQ perpendiculaire à PC ou a PD, on aura le petit triangle rectangle CQT ſemblable au triangle rectangle CPA ; & l'on a auſſi

PB à PC, comme BF à CQ, ce qui eſt

$$a : y :: \frac{ai}{r} : \frac{yi}{r} = CQ,$$ &

CP à CA, comme CQ à CT, ce qui eſt

$$y : \sqrt{yy+bb} :: \frac{yi}{r} : \frac{i}{r}\sqrt{yy+bb} = CT$$

Car quoiqu'on conſidere les lignes PC, PT comme paralleles entr'elles dans un eſpace indéfiniment petit comme DF ou TQ, leurs perpendiculaires BF, CQ à une diſtance déterminée, ne laiſſe pas d'être dans la raiſon de PB à PC.

Maintenant ſi l'on poſe que CT & AX qui ſont paralleles entr'elles ſoient auſſi égales, les lignes CA, TK ſeront paralleles ; c'eſt pourquoi on égalera CT à AX pour déterminer le point de recourbement C par la valeur de $y = PC$, on aura donc l'équation ſuivante,

$\frac{riy}{a\sqrt{yy+bb}} + \frac{bbiy}{ar\sqrt{yy+bb}} - \frac{bbiy}{ry\sqrt{yy+bb}} = \frac{i}{r}\sqrt{yy+bb}$, laquelle ſe réduit à $yrr + bby - bba = yya + bba$.

Et à la place de rr ſubſtituant ſa valeur $aa+bb$, on aura $yy - \frac{aay - 2bby}{a} + 2bb = 0$, qui n'eſt qu'une équation plane que je conſtruis comme il ſuit, à cauſe de quelques particularités qui meritent qu'on y faſſe attention.

Soit donc $\frac{aa+2bb}{a} = d$) on réduira l'équation à $yy - dy + 2bb + 0$; & poſant $y - \frac{1}{2}d = z$, on aura $zz = \frac{1}{4}dd - 2bb$.

Si l'on diviſe donc l'angle droit BPA en deux également par la ligne PX, & qu'on prenne PX égale à PA, & qu'enſuite on tire XY perpendiculaire à PX qui ren-

contre *PA* en *Y*, ayant mené *BY* & *YZ* perpendiculaire à *BY* qui rencontre *BP* en *Z* : je dis que *PZ* est égale à *PC* ou y, le point *C* étant dans le recourbement de la Conchoïde qui a *BC* pour mesure.

Par cette construction on a le quarré de $PY = 2bb$, & par consequent le quarré de *BY* est égal à $aa + 2bb$. Mais aussi *BP* est à *BY*, comme *BY* à *BZ* : donc *BZ* égale à $\frac{aa+2bb}{a} = d$. C'est pourquoi si l'on divise *BZ* en deux également en *E*, on aura *EY* égale à *EB* & $EP = z$; mais $z + \frac{1}{2}d = y = PZ = PC$.

On voit aussi que cette équation a deux racines ou deux valeurs de y, dont l'une est celle que nous venons de trouver, & l'autre $\frac{1}{2}d - z$ qui est *PB* : le point *B* sera donc aussi un point de recourbement d'une Conchoïde, ce qui est vrai : car la mesure étant o, la base *MO* est elle-même la Conchoïde dont tous les points *B* peuvent être considerés comme des recourbemens.

COROLLAIRE.

Il suit de cette construction que si *PY* est égale à *PB*, le point *E* tombe au point *P*, & alors les deux valeurs d'y sont égales entr'elles & à *PB* : mais si *PY* est moindre que *PB*, la racine *PC* sera moindre que *PB* : car par la même construction le point *E* tombera entre *P* & *B*, car pour l'autre racine ce sera toûjours *PB*.

Maintenant si du pole *P* on mene *PM* perpendiculaire à la base *BD* & du point *C* où l'on suppose que soit le recourbement, qu'on y mene aussi *CO*, & que *CO* soit $= x$, *BC* la mesure $= a$, & $PM = c$, on trouve par les regles *de Max. & Min.* cette équation $x^3 + 3cxx - 2caa = 0$ pour déterminer le point de recourbement : en sorte que si x & c sont des quantités déterminées, on trouvera a pour la grandeur de la mesure, ce qui revient au même que ce que j'ai trouvé cy-devant.

Détermination du Lieu de tous ces points de recourbement.

Par ce qu'on a démontré ci-devant on voit que pour un même pole & une même base droite, on peut déterminer un point de recourbement de toutes les Conchoïdes de Nicomede dans toutes les positions differentes de la regle : c'est pourquoi on peut aussi déterminer le lieu de tous ces recourbemens.

Soit donc $PM = c$, $MB = z$, $PQ = v$, $CQ = y$, on aura $PC = \frac{2zz}{cc}\sqrt{cc + zz}$ par ce qu'on a déterminé cy-devant, lorsque le point C est dans le recourbement d'une Conchoïde qui a sa regle dans la position PB, & delà vient l'équation suivante $zz + yy = \frac{4z^4cc + 4z^6}{c^4}$

Mais aussi on a $y : v :: c : z$, ce qui donne $\frac{cv}{y} = z$.

Et dans l'équation précedente substituant la valeur de z, on la reduira à

$y^3 = 2cvv$ qui est un lieu à une Parabole du second genre dont le Parametre $= 2c$, & l'axe PQ. *Ce qu'il falloit trouver.*

On voit aussi par-là, comme on l'a déterminé ci-devant, que lorsque $y = c$, l'équation se reduit à $\frac{1}{2} cc = vv$, & la mesure de la Conchoïde est $= 0$; car cette Parabole coupe la base de la Conchoïde en B.

On voit aussi par ces Calculs ce qui doit arriver à ces sortes de Conchoïdes quand elles sont au-dessous de la base, & lorsque la mesure est plus grande que PM, lesquelles passent toutes par le Pole P, mais elles n'ont point de recourbement, ce qui est marqué par le lieu ; car les v & les y seroient negatifs qui ne peuvent rien déterminer, ce lieu seroit $-y^3 = 2cvv$. Il est vrai qu'on peut trouver le point où ces sortes de Conchoïdes qui sont en partie d'un côté de la ligne MP prolongée & en partie de l'autre, en sont les plus éloignées par la regle *de Maximis & Minimis*, car ensuite elles passent en P en s'approchant toûjours de la base à l'infini & sans recourbement,

Pour les Recourbemens de toutes les Conchoïdes.

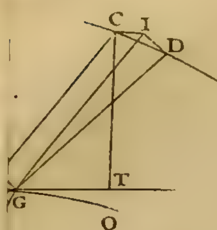
Lorsque les Conchoïdes ont des bases courbes, alors les lignes *CA*, *DK* ne seront plus paralleles qu'entr'elles, comme dans la Conchoïde de Nicomede que nous venons d'examiner ; car ces deux lignes indéfiniment proche l'une de l'autre, concourent sur la ligne qui décrit la base par son évolution : c'est pourquoi les lignes *BN* & *AV* ne sont pas égales, mais dans la raison des distances depuis *B* & *A* jusqu'à la ligne qui décrit la base par son évolution, ce qui rend le calcul un peu plus composé, mais qui suit toûjours la même forme de quelque nature que soient les bases, & quand même elles auroient des points de recourbement.

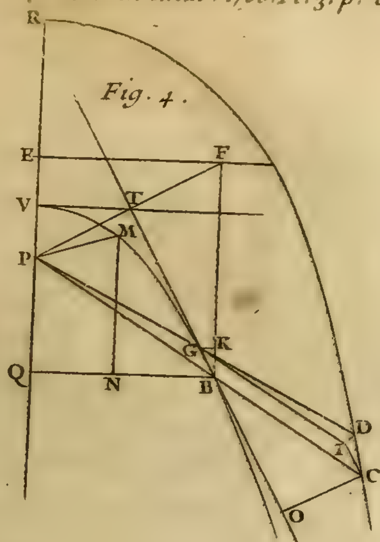
OBSERVATIONS

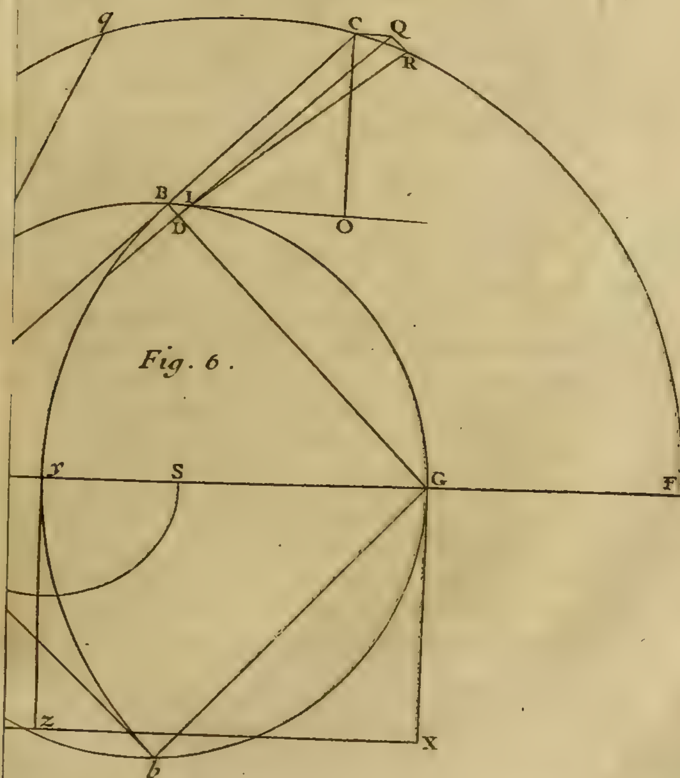
De la quantité d'eau de pluïe qui est tombée à l'Observatoire Royal à Paris pendant l'année 1707, & des hauteurs du Thermometre & du Barometre.

PAR M. DE LA HIRE.

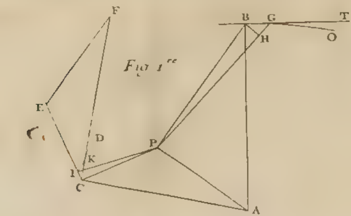
1708. 7 Janvier. QUoiqu'il semble qu'on ne puisse pas tirer une grande utilité des Observations continuelles du Thermometre & du Barometre, & de la quantité de pluïe qui tombe chaque année dans un même lieu : cependant j'ai crû qu'il étoit à propos de les continuer comme j'ai fait depuis plusieurs années ; tant pour satisfaire ceux qui s'appliquent à la Physique, que pour faire une comparaison exacte de ce qui s'est passé avec ce qui arrive à present, & de ces Observations faites ici & en divers endroits où plusieurs personnes ont été excitées par celles que nous donnons tous les ans, d'en faire de semblables. On voit par là qu'elle est la difference des mêmes saisons en differentes années, & ce qu'on peut juger de la fertilité de la

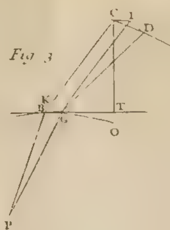


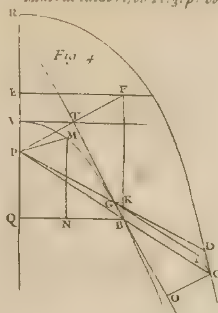


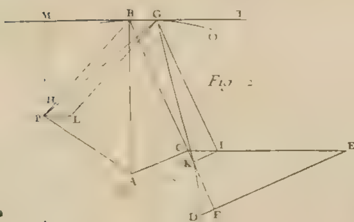


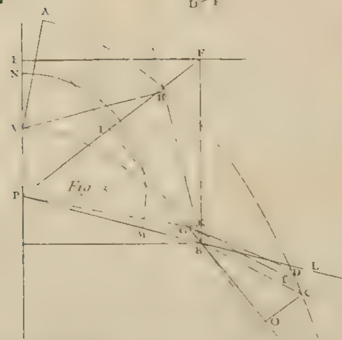
Berey fecit


Fig. 1re


Fig. 3


Fig. 4


Fig. 2



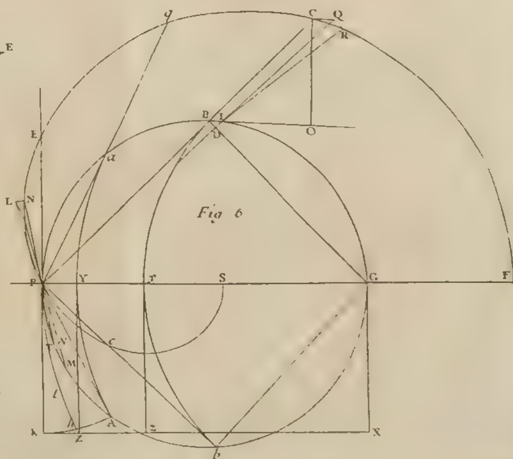

Fig. 6

Fig. 8.

R Q E F T V P G B N D I C A

F

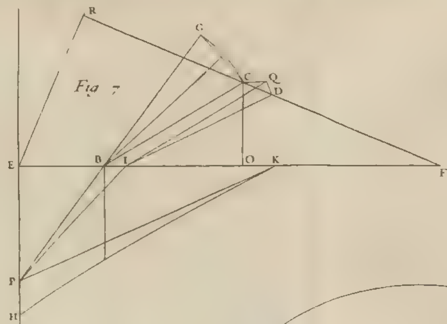
Fig. 9.

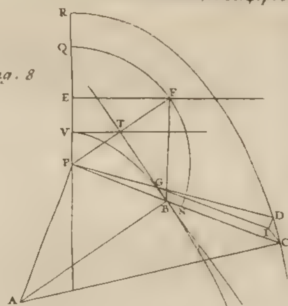
C Q R M B I N K H G D F

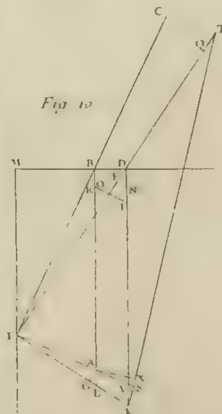
Fig. 11.

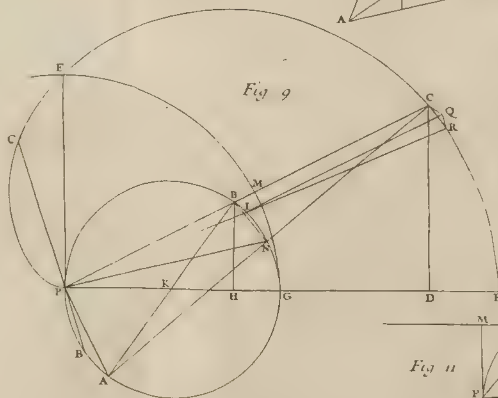
C M B O P X E Q A Y Z

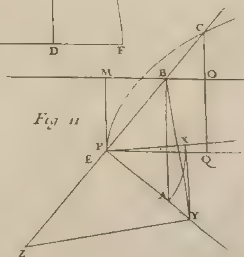
Berey fecit











Berey fecit

terre par rapport à la pluïe ou à la secheresse; & enfin quelle confiance on peut avoir aux prédictions du Barometre pour la pluïe & pour le beau tems.

J'ai donc observé exactement chaque jour de l'année derniere 1707 dans la Tour orientale de l'Observatoire au plein pié de la grande Salle, les hauteurs du Thermometre & du Barometre, avec la quantité de pluïe qui est tombée, de la même maniere que les années précedentes, & comme je l'y ai expliqué. Mais il seroit ennuïeux de rapporter ces Observations jour par jour; c'est pourquoi je n'en donnerai ici que le résultat dans chaque mois.

La hauteur de la pluïe qui est tombée a été en

Janvier.	4 lig. $\frac{7}{8}$	May.	11 lig. $\frac{3}{8}$	Septembre.	9 lig. $\frac{1}{4}$
Fevrier.	10	Juin.	16 $\frac{7}{8}$	Octobre.	41
Mars.	11	Juillet.	38	Novembre.	6
Avril.	4 $\frac{1}{8}$	Aoust.	34 $\frac{3}{4}$	Decembre.	27 $\frac{3}{4}$

Somme de l'eau de toute l'année 215 lignes ou 17 pouces 11 lignes.

Ce qui ne s'écarte que peu des 19 pouces à quoi l'on a déterminé la hauteur moyenne de l'eau de pluïe de chaque année. Cependant on peut dire que cette année a été seche, au moins le printems, puisqu'il n'a pas presque plû dans tout le mois d'Avril, ni dans les deux tiers du commencement de May; neanmoins l'année a été fertile en bled, comme il arrive ordinairement dans ce païs-ci, à cause que la plus grande partie des terres y est fraîche & humide. Le 12 du mois d'Août il est tombé 21 lignes $\frac{1}{2}$ d'eau, & pendant les 4, 5, 6 & 7es du mois d'Octobre il a plû 34 lignes de hauteur avec un vent d'Oüest & sans orage. Il est tombé de la nége le 5e Mars seulement, mais elle s'est fonduë aussi-tôt & a donné $\frac{1}{2}$ ligne d'eau.

Le froid n'a pas été considerable pendant toute l'année; car mon Thermometre n'est descendu au plus bas qu'à 27 parties $\frac{1}{3}$ le premier jour de Fevrier, & dans les plus grands froids il descend jusqu'à 13, mais fort rarement, & il est à 48 au fond des Caves de l'Observatoire,

ce que nous regardons comme l'état moïen de l'air. Il commence à geler quand il eſt à 32, en ſorte qu'à peine a-t-il gelé cette année, car le Thermometre eſt remonté preſqu'auſſi-tôt; pour les derniers mois de cette année il a été au plus bas à 31 ſeulement le premier & le 30 Decembre. Ce Thermometre eſt à couvert de tous les vents & à l'ombre, & j'y fais toutes les Obſervations vers le lever du Soleil qui eſt le tems le plus froid de la journée.

Si le froid n'a pas été grand, la chaleur au contraire a été exceſſive, car le Thermometre étoit monté à 69 $\frac{1}{3}$ le 21 du mois d'Août; le jour précedent il étoit preſque de même, & vers les 3 heures après midi où l'air eſt le plus échauffé, le Thermometre marquoit 82; ainſi la chaleur a ſurpaſſé l'état moyen de 34 parties ou degrés, & le froid ſeulement de 20 $\frac{2}{3}$. D'où l'on voit que ſi le froid avoit été auſſi grand que la chaleur par rapport à l'état moïen, le Thermometre auroit dû deſcendre à 14 comme il arrive quelquefois; car on ſuppoſe que l'eſprit de vin peut ſe dilater au-deſſus du moyen état avec la même facilité qu'il ſe comprimeroit au-deſſous.

Le vent dominant de toute l'année a été entre le Sud & l'Oüeſt, comme il eſt toûjours dans ce païs-ci, & c'eſt celui qui nous donne ordinairement de la pluïe & en plus grande quantité, car c'eſt le vent de mer à notre égard : mais dans les mois d'Avril & de Mai le vent a été ſouvent au Nord & aux environs.

Le Barometre ſur lequel je fais les obſervations eſt toûjours placé à la hauteur de la grande Salle de l'Obſervatoire, qui eſt environ 22 toiſes au-deſſus de la moyenne hauteur de la riviere, & ce Barometre marque 3 lignes $\frac{1}{2}$ moins de hauteur qu'un autre qui eſt à côté, quoiqu'ils faſſent tous deux de la lumiere dans le vuide en y agitant le Mercure. Ce Barometre étoit à 28 pouces 3 lignes le 21 Novembre au plus haut de toute l'année, quoique le vent fût alors vers l'Oüeſt & que le Ciel fût ſerein; mais les jours précedens & ſuivans il tendoit au Nord. Cette hauteur eſt à peu près la plus grande où il monte ici. Il

est descendu au plus bas le 4[e] Decembre seulement à 27 pouces 1 ligne, qui est bien moins de ce qu'il descend quelquefois, & le vent étoit alors vers le Sud-Oüest & avec très-peu de pluïe. Je donnerai dans un autre Memoires des Remarques particulieres sur les Barometres.

La déclinaison de l'aiguille aimantée étoit de 10 degrés 10 minutes vers l'Oüest le 28 Decembre 1707, dans le même lieu & avec l'aiguille de 8 pouces dont je me sers toûjours.

SUR LA MANIERE DE CONSERVER LES GRAINS.

PAR M. RENEAUME.

DEcouvrir des veritez pratiques, c'est une faveur particuliere du sort, qui se répand indifferemment sur tous ceux qui travaillent : car elles sont de nature à être facilement apperçûës : elles se montrent même quelquefois à ceux qui n'y sont aucune attention. Mon frere aîné Ingenieur ordinaire du Roi au département de Metz, attentif à un fait particulier & très-rare, fut tellement frappé des usages avantageux qu'on en pouroit tirer pour le Public, si on en découvroit la cause, qu'il me proposa deux questions, ausquelles cet écrit sert de réponse. Il a beaucoup de goût pour la Physique, mais les occupations du Genie ne lui permettent pas de s'y laisser aller. 1707. 18. Janvier.

Pour bien entendre de quoi il s'agit, je crois être obligé de donner un extrait de sa Lettre : elle est de Metz du 26 Aoust 1707.

Je vous envoye par celui qui vous rendra celle-ci, du « Bled qui ne vaut rien pour semer, mais qui est excellent « pour faire raisonner un Botaniste. Lorsque la Citadelle «

En 1553. par Charles V. Voyez Mezeray.

» de Metz fut bâtie, ce fut peu de tems après le siege qu'elle
» souffrit sous Henry II. Les mouvemens qui arriverent
» sous Henry III. obligerent le Duc d'Epernon à faire
» amas de grains & de vivres : il mit des gens sûrs dans cet-
» te Citadelle pour la défendre contre ceux qui auroient
» voulu secoüer la domination Françoise. Or les gens de la
» Citadelle ménageant leurs provisions, se fournissoient à
» la Ville, & la Ville étant restée fidelle à nos Rois, ce
» Bled s'est conservé jusqu'à ce jour. Il y en a un tas dans
» notre Magazin, qui peut avoir 10 toises d'un sens, sur 5
» ou 6 d'un autre, & environ 2 pieds de hauteur : l'on n'y a
» jamais touché depuis, & soit à dessein ou par hazard, ceux
» qui l'arrangerent graverent dessus avec les doigts la date
» de l'année qu'on l'a serré, qui est 1578. Quand le Roi,
» Monseigneur, les Maréchaux & Gouverneurs de la Pro-
» vince ont passé par ici, ils ont mangé du pain de ce Bled,
» que le Garde Magazin avoit fait faire exprès pour leur
» presenter. Examinez donc ceci, & nous rendez compte
» pourquoi tant de bled se gâte avec toutes les précautions
» des plus avides & industrieux Usuriers, pendant que celui-
» ci auquel on n'a point touché s'est si bien conservé.

On voit assez de quelle utilité peut être l'examen de ces deux questions. Elles meritent du moins autant l'attention des Physiciens, que celle que propose Theophraste dans un Chapitre de son Histoire des Plantes, qu'il emploïe tout entier à examiner pourquoi certaines legumes, comme poids, féves, &c. cuisent plus facilement que d'autres de la même espece : il entre même en cet endroit dans des détails dignes de l'exactitude des Modernes.

Theophrast. Hist. Plant. l. 8. c. 9.

La durée de ce grain peut passer pour un phenomene rare & curieux, dont la verité est suffisamment établie par la tradition du païs, par la connoissance de plusieurs faits à peu près semblables très-averez ; dont nous parlerons dans la suite, & par la nature du grain. Pour ne me point écarter de mon sujet, je considererai le bled depuis sa moisson jusqu'à ce qu'on l'emploïe, soit pour en faire

faire du pain, ſoit pour le mettre en reſerve, & tout ce que je dirai du bled ſe pourra appliquer à toutes ſortes de grains & de ſemences.

Lorſque les bleds ſont mûrs on penſe à les ſcier. Liebaut, après Theophraſte, s'eſt imaginé que le bled augmente en volume dans la grange, & c'eſt dans cette vûë qu'il défend d'attendre qu'ils ſoient roux & trop ſecs pour les couper. Il croit auſſi que c'eſt pour cette même raiſon que les Laboureurs choiſiſſent plus volontiers le tems de la roſée pour moiſſonner. Dans cette penſée il conſeille de laiſſer les bleds quelque tems en gerbe; & lorſqu'ils ſont battus & nettoyez, de repandre deſſus de l'écume de nitre & du nitre même mis en poudre mêlé avec de la terre. Sur quoi nous ferons les remarques ſuivantes. *Maiſ. Ruſt. l. 5. c. 13.*

1°. Le bled ne ſçauroit être trop ſec quand on le ſerre dans l'intention de le garder long-tems, & tous les ſoins de ceux qui le veulent conſerver doivent ſe rapporter à deux choſes: ſçavoir le bien ſecher, & le tenir net.

2°. Bien loin que le bled devienne plus gros quand il eſt ſerré humide, il s'appetiſſe au contraire & ſe ride, & c'eſt pour cela qu'il n'eſt pas de garde dans les années dont l'Eſté eſt pluvieux: car, par exemple, en l'année 1705 [A] il ne plut preſque pas en Juin & Juillet, & les bleds étoient excellens. Mais en 1707 [B] quoiqu'il y ait eû des chaleurs extraordinaires, il plut ſi abondamment pendant ces deux mois, que les bleds n'ont rien valu, & ſe ſont preſque tous échauffez [C].

3°. On ne préfere le tems de la roſée que dans les années de ſechereſſe, parce que l'humidité facilite le travail aux Moiſſonneurs: la paille ne gliſſe pas, & il leur échape moins de brins; ou bien lorſque les bleds ſont trop mûrs, crainte qu'ils ne s'égrenne & ne ſe perdent; car l'humidité de la roſée retient le grain dans l'épi, parcequ'elle reſſerre les tuniques & envelopes du grain, qui ſans celà ſe répandroit très-facilement. C'eſt dont on a eu pluſieurs fois de triſtes exemples dans les orages qui arrivent avec grêle, ainſi qu'il arriva en 1701 à un Laboureur nommé d'Olimier

à Balinvilliers, un quart de lieuë au-dessus de Longjumeau. Il avoit arrêté des Ouvriers le Dimanche pour le lendemain. La nuit il survint une tempête furieuse mêlée de tonnerre & de grêle si violente, qu'elle brisa & coupa la paille si menu, égrenna le bled, & bouleversa tellement la terre qu'on n'en pouvoit pas retirer un seul grain. Il laboura par là-dessus [D], & l'année suivante il fit la recolte, moins abondante neanmoins que s'il eût ensemencé ses terres à l'ordinaire.

4°. Il est sûr que quelque sec que soit le bled, si on le place dans un lieu humide, il se ramoitit & se gonfle, & par consequent augmente en volume, & cela d'autant plus qu'il est moins sec. C'est en cet état que les Marchands disent qu'il est gourd : ils font peu de cas de ce bled, lequel ne se moud pas aisément, le son en est pesant & moins net de farine, & il engraisse les meules, &c. Delà on peut conclure que ce que conseille Liebaut pour le faire augmenter est une espece de malversation [E] : mais cela est encore moins blamable que l'usage pernicieux qu'ont les Blattiers.

On appelle Blattiers une espece de petits Marchands ou Regratiers qui achetent une mediocre quantité de bled pour le revendre d'un Marché à l'autre. Voici comme ils en usent pour augmenter la mesure du grain [F] surtout lorsqu'il est bien sec. Ils prennent un gros grez qu'ils font rougir au feu, puis ils le mettent dans une boëte de fer qu'ils fourent au milieu du monceau de bled, & l'arrosent legerement ; ils ont soin ensuite de le passer à la pêle pour le rafraîchir. On reconnoît neanmoins cette tromperie en maniant ce bled, car il est moins coulant que l'ordinaire, & devient rude sur la main [G].

5°. Quand on est contraint de serrer les grains dans un lieu humide, il vaut beaucoup mieux le laisser en gerbe que de le battre, parce que la paille, l'épi & la bale qui les envelope en absorbe l'humidité.

6°. Il y a des Laboureurs qui ne font point vanner & nettoyer leurs bleds, ils les laissent mêlez avec la bale,

ce qui les conserve du tems sans qu'ils ayent besoin d'être travaillez. L'usage que l'on fait de la bale pour la conservation des fruits d'hyver, fait voir qu'ils ont raison. On sçait outre cela que les especes de froment nommées des Grecs Ζειά, & des Latins *Far, Triticum rufum grano maximo* C. B. P. *Far sive adoreum veterum Lugd.* connuës sous le nom de Spelte en Allemagne, & que nous appellons Blance & Espeautre. On sçait, dis-je, que ces especes se conservent long-tems sans alteration, à cause qu'elles sont envelopées de tuniques ou bale, qui est si adherante qu'on ne la peut séparer qu'en fricassant le grain ou le faisant rôtir *H*.

Par tout ce que je viens de dire il est aisé de juger en quoi consiste la conservation du grain, voyons quels moyens on doit employer pour y parvenir. Le grenier dans lequel on transporte le grain est une des choses qui merite le plus d'attention, & l'on doit autant qu'il est possible suivre le conseil de Victruve, qui veut que non seulement on choisisse l'endroit le plus élevé de la maison, mais encore que l'on place les ouvertures au Septentrion ou à l'Orient, afin que les grains ne soient pas exposez aux vents chauds ou humides qui les feroient gâter. Les vents contraires leur sont très-necessaires, ils essorent, rafraîchissent & conservent la secheresse. Il doit y avoir au haut des greniers des soûpiraux pour donner entrée à l'air, & laisser sortir la vapeur chaude qui exhale du bled *I*. C'est pourquoi les greniers ne doivent point être lambrissez, & ils ne sçauroient être trop élevez, afin qu'au travers les joints des thuilles la vapeur puisse s'évaporer sans échauffer l'air *K*. Il faut avoir grand soin de fermer les fenêtres lorsqu'elles sont exposées au midy pendant le tems humide, la pluïe & les vents chauds. On ne doit pas aussi oublier de faire une espece de clôture aux fenêtres, soit avec un treillis de fil de fer, soit avec des lattes, &c. pour mettre le grain à couvert du dégât qu'en font les Chats, les Foüines, les Oiseaux & autres animaux. Tous les lieux élevez d'un grand corps de logis ne sont pas également

Victruvius l. 7. c. 4.

bons pour ſervir de greniers. Il ne faut point placer le bled au-deſſus des Celliers & autres endroits humides, parce qu'il y acquert un goût de relant & une mauvaiſe odeur; ſur-tout que l'on évite de le placer au-deſſus des Etables & Ecuries, où il acquereroit un goût infiniment plus mauvais & plus deſagreable; il y eſt preſque toûjours gourd, & ſe tient, comme diſent les gens du metier.

Le plancher du grenier doit être ou planchayé ou pavé de carreau lié à chaud & à ſable, ou de bon ciment. Celui qui eſt entierement de bois ſe doit preferer à tout autre; rien n'eſt plus capable d'entretenir la fraîcheur & la ſecheresſe. Les Auteurs décrivent pluſieurs eſpeces de mortiers pour l'enduit, deſquels celui qui me paroît le meilleur eſt fait avec la décoction du Concombre ſauvage, il eſt plus capable qu'aucun autre d'éloigner les inſectes.

Remarquons en paſſant qu'il y a des années ſi humides que le bled germe même dans [L] l'épi, & qu'on eſt obligé de le battre & de le vendre au plutôt, & ſi ce bled n'eſt employé bien vîte le feu s'y met ſi vivement que la chaleur ſeroit ſuffiſante pour faire cuire des œufs, de ſorte qu'en mettant la main dans le tas on a peine à l'y tenir. Cela arrive même quelquefois à la farine, ſurtout quand c'eſt du bled nouveau qui n'a pas reſſué, car ſes parties actives ſont dans un état violent, tout y eſt en mouvement; c'eſt ce qui fait que la pâte s'en tourmente au four, & qu'elle a beſoin d'un feu plus violent qu'à l'ordinaire: le pain en eſt plus lourd, & s'il a meilleur goût, il donne moins de farine [M] que le bled qui a déjà quelque âge.

Après toutes les precautions ci-deſſus expoſées, on doit arranger le bled en tas ou couche. Il eſt plus ſujet à s'échauffer quand il eſt placé indifferemment. On appelle couche, du bled arrangé de quelque figure que ce ſoit, applati par-deſſus, dont la hauteur n'eſt ordinairement que de 2 pieds ou 2 pieds $\frac{1}{2}$, & le tas doit être éloigné des murs environ d'un pied. Ce bled ainſi arrangé avec le tems ſe taſſe & ſe ſerre, ce qui fait que la couche s'affaiſſe conſiderablement [N].

Il y a differentes pratiques pour preserver le bled mis en couches des alterations ausquelles il est sujet quand il n'est pas travaillé. Nous avons parlé de ceux qui le laissent mêlé avec la bale : d'autres y mêlent $\frac{1}{10}$ partie de millet, ce qui l'entretient frais, ensuite il separent ces grains dans le besoin avec le crible, ainsi que les autres semences des plantes qui naissent parmi les bleds.

Quelques Laboureurs pour garentir le bled de la vermine mettent dessus & à l'entour des feüilles de Grenadier, d'Aurigan ou d'Absinthe, la forte odeur de ces dernieres pourroit les rendre efficaces : mais lorsque le ver se met au bled, le meilleur remede est de l'épandre au Soleil, afin de faire crever cet insecte qui est un espece de scarabée o, & ensuite de le cribler pour en ôter les grains vuides & l'insectes même.

Le meilleur bled & le mieux conditionné serré dans le grenier avec toutes ces précautions, quelque sec qu'il fût, ne laisseroit pas que de s'échauffer s'il étoit negligé la premiere année, surtout les premiers 6 mois. Pour prévenir cela il faut avoir soin de le travailler d'abord de 15 en 15 jours tout au moins les premiers six mois, dans la suite il suffit de le travailler ou simplement de le cribler de mois en mois. Quand après ces deux années ayant été bien rémué, il a ressué suffisamment & que toute l'humidité en est évaporée, on le peut garder tant que l'on veut même sans y toucher, car dans cet état il n'a plus rien à craindre que de l'air & de l'humidité étrangere.

La maniere de le travailler est telle. On le passe à la pelle, c'est-à-dire, des hommes forts & robustes le passent pellerée à pellerée d'une place du grenier à l'autre ; ce qu'ils font en le jettant un peu haut en l'air, & donnant une petite secousse & mouvement horizontal à la queuë de la pelle, afin que le grain s'éparpille & se sépare, de sorte qu'il ne retombe point en masse, mais par grains séparez comme une espece de grêle. Toute simple que paroisse cette manœuvre, elle est cependant necessaire pour que la poussiere s'en échape, & que le grain soit suffisam-

ment frapé de l'air qui l'essore & le seche encore davantage ; car par cette mechanique l'air absorbe ce qui a pû transpirer du grain, & en resserant ses pores modere & tempere l'action des parties subtiles & actives, lesquelles quand elles ne s'échapent que peu à peu ne causent aucun desordre, desorte que lorsqu'elles sont entierement sorties, elles laissent le grain dans un état de sureté. Quinze jours après cette premiere manœuvre on en fait une seconde, c'est de cribler ou grêler, comme disent quelques-uns. Ce travail outre qu'il nettoye parfaitement le bled, il lui procure encore les mêmes avantages que le premier.

Il y a encore deux manieres de travailler le bled. La premiere est de le laver, plutôt pour avoir un pain de meilleur goût, que pour l'avoir plus blanc ; car ce n'est qu'afin d'en écumer, pour ainsi dire, les faux grains. L'autre n'est que pour l'avoir plus blanc lorsque c'est du bled moucheté. Les Chartreux ont une machine [p] exprès : mais comme ces deux manieres n'ont aucun rapport à sa conservation, nous ne nous y arrêterons pas. Il faut seulement sçavoir que la premiere y est absolument contraire, parce que quand le grain a été une fois moüillé ou imbu de quelque humidité étrangere, il ne ressuie plus, c'est-à-dire, il ne peut plus se secher parfaitement. Enfin quand il a une fois souffert quelque alteration, il ne revient jamais à son premier état.

Une des choses qui contribuë le plus à la conservation du bled, c'est la croute qui se forme sur toute la superficie de la couche de l'épaisseur d'un doigt & demi, tantôt plus, tantôt moins : elle est formée de la poussiere qui voltige continuellement dans l'air, & de l'humidité de ce même air qui en fait la liaison avec les grains. Cette croute défend toute la masse des approches de l'air. Celui qui m'a apporté du bled de Metz m'a assuré qu'il s'étoit promené sur les tas sans que la croute eût obéï tant elle est forte. Je crois devoir rapporter ici un fait dont M. * le President me fit l'honneur de me parler il y a quel-

* M. l'Abbé de Louvois.

que jours. Ce fait me tiendra lieu de deux preuves. Car, 1°. Il établit solidement la verité de celui qui a donné lieu à cet écrit. 2°. Il montre en même tems l'utilité de la croute. Cet illustre Abbé en passant à Sedan y vit un Magazin qui étoit placé dans un soûterrain. Ce soûterrain étoit taillé dans le roc & assez humide. Il y avoit dedans un tas de bled fort considerable qui y étoit depuis 110 ans, puisqu'on n'étoit point entré dans cet endroit, dont il a fallu démolir la porte, qui étoit murée depuis ce tems. Ce tas étoit revêtu d'une forte croute dure & de l'épaisseur d'un pied, formée de la germination des grains exterieurs de la superficie. Sous cette croute se trouva un bled d'un grain assez gros, beau & bon, & l'on en fit du pain qui se trouva excellent. Quoique ce lieu fût humide, l'épaisseur de la croute étoit suffisante pour empêcher l'humidité de penetrer le tas ; mais surtout elle le défendoit des approches de l'air qui est le destructeur de toutes choses.

On est si persuadé de l'utilité de cette croute, qu'on se sert en quelques endroits des moyens suivans pour la former, entr'autres à Châlons où il y a des Greniers publics dans lesquels on conserve des grains pendant 30 ou 40 ans, & on le renouvelle ensuite. Voici comme ils s'y prennent. Ils choisissent le bled le plus beau & du meilleur cru qu'il est possible, & après l'avoir travaillé ils en font un tas aussi gros que le plancher le peut porter, ils mettent ensuite de la chaux vive en poudre très-fine, ils en soûpoudrent tout le tas également jusqu'à ce qu'il y en ait environ 3 pouces de haut, puis avec des arrosoirs on humecte cette chaux, laquelle faisant une forte liaison avec le bled forme une croute, les grains de la superficie germent & poussent une tige d'environ un pied & demi de haut à laquelle on ne touche point, l'hyver survient & & elle perit, & l'on n'y regarde plus que la necessité ne presse les habitans ; & alors on ouvre cette croute, & l'on trouve à un pied au dessous la grain aussi-beau que s'il n'avoit que deux ans.

Tous les Boulangers & Laboureurs entendus conviennent que le bled bien travaillé peut se garder ainsi sous sa croute à l'infini, & que quand il a acquis par la vieillesse une certaine acrimonie, on ne doit point apprehender la Calandre, car ils sçavent distinguer l'âge des bleds, quand ils ont un grand usage, par sa couleur & par son goût. Plus il vieillit & plus il rougit, la farine en devient jaune, & quand on le mache il a un goût un peu acre & cuit sur la langue. Ceux que j'ai consultez m'ont dit n'en avoir vû que de 15 & 20 ans, dont ils ne faisoient pas grand cas, & ils ne l'achetent qu'à cause du prix modique qu'on le leur vend. Comme le pain qui en est fait n'a pas grand goût, ils le mêlent avec d'autre pour le faire passer, & ainsi il fait un assez bon pain; car le bled nouveau aussi emploïé seul est trop visqueux, & ne fournit qu'une nourriture grossiere. Lorsque le bled n'a que sept ou huit ans il fait un fort bon pain, même emploïé seul, & surtout qui est fort leger.

Entre les choses qui peuvent beaucoup contribuer à la durée & conservation des grains, outre les précautions susdites, il en faut compter trois, la situation du lieu, la nature du sol, & les differences de l'air. Examinons-les séparément, & voyons comment la situation du Magazin de Metz a pû contribuer à y conserver le tas de bled en question pendant près de 130 ans.

La Ville de Metz est située dans une langue de terre ou presqu'Isle formée par le concours de la Moselle & de la Seille à l'Orient & à l'Occident. Ces deux rivieres après s'être divisées en differents bras dont elles forment plusieurs petites Isles, viennent se rejoindre au Nord de la Ville, où elles ont leur confluant. Le terrein sur lequel cette Place est bâtie s'éleve doucement en côté du Nord au Sud, Comme la Citadelle qui est placée au midy de la Ville & isolée de tous côtez est l'endroit le plus éminent de toute la Place, de même le Magazin dont il s'agit est le lieu de toute la Citadelle le plus élevé. Le plancher du Magazin est environ trois pieds plus haut que le niveau du

du terrain de la Citadelle. Deſſous ce plancher qui eſt d'un ciment de 5 pouces d'épaiſſeur, regne un ſoûterrain de toute la longueur & largeur du Magazin, qui peut avoir 15 pieds ſous clef. La longueur du Magazin eſt de 10 à 12 toiſes, & la largeur de 5 à 6. La hauteur en dedans œuvre peut être de 15 pieds de Roi. Ce lieu n'a point d'ouvertures au Nord & au Sud, toutes les fenêtres en ſont à l'Orient & à l'Occident: elles ſont à hauteur d'appui de 5 pieds ſur 2 pieds ½ de large ou environ, avec des trumeaux entre deux de 3 pieds ½. Cette courte deſcription ſuffit pour faire connoître que cet endroit eſt très-convenable pour conſerver des grains [R]. Il eſt aiſé d'en faire l'application. Je remarquerai ſeulement que quoique le vent de Nord ſoit partout ailleurs ſec & froid, il ſeroit très-humide en ce lieu, parce qu'il viendroit à contre-mont le long du cours de la Moſelle jointe à la Seille, & ſe trouveroit chargé des exhalaiſons de ces deux rivieres; c'eſt pourquoi on a eu grande raiſon de faire les ouvertures de ce Magazin à l'Eſt & à l'Oüeſt.

Ajoûtons à tout cela la pureté de l'air agité de tous les vents dans ce lieu, qui peut avoir grande part à la conſervation, à peu près comme dans l'endroit de Cappadoce nommé πέτρα dont parle Theophraſte, où le bled ſe conſervoit tellement bien qu'au bout de 40 ans, ſelon ce même Auteur, il pouvoit encore germer, & étoit propre à ſemer; ce qui me paroît impoſſible, comme nous le verrons plus bas: auſſi ce Philoſophe ne nous donne-t'il cela que pour un oüi-dire; mais ce qui eſt de vrai: c'eſt que ce bled ſe pouvoit garder juſqu'à 60 ou 70 ans propre aux uſages de la vie, le grain ne s'étant jamais gâté en cet endroit, quoique les habits & les meubles s'y ſoient gâtez; il ne donne point d'autre raiſon de cela que celle que nous avons donnée [S].

Theophraſte Hiſt. l. 8. c. 11.

Nous devons auſſi conſiderer la nature du ſol non ſeulement parce qu'il y a des grains plus propres à être gardez que d'autres, mais encore parce qu'il y en a d'une nature propre à conſerver certains corps & à les préſerver

de la corruption T. Il se trouve dans le Quercy, païs abondant en grains, certaines Carrieres de sable dans lesquelles on enfoüit le bled après avoir fait un lit de paille au fond, on y jette le bled qui s'y refoule & s'arrange : lorsque ces Puits sont pleins on y remet de la paille dessus, puis on recouvre le tout de terre. On en use à peu près de même en certains endroits d'Italie, ou l'on fait des Caveaux de pierres destinez à cet usage. En Pologne & en Hongrie, sans trop choisir on creuse une fosse quarrée dont on bat la terre au fond & aux côtez, on les garnit ensuite de planches tant pour soûtenir les terres que pour tenir le bled à sec, on les recouvre après, & l'herbe croit sur leurs greniers, & ils y labourent. Outre que cette maniere conserve le grain, elle le met encore en sûreté dans les païs sujets à de frequentes revolutions, & il est assez ordinaire qu'on en use de la sorte dans les endroits où l'on fait souvent la guerre. C'est pour cette raison qu'on trouve quelquefois sous terre des Magazins anciens remplis de bleds dont on n'avoit aucune connoissance, desquelles le grain est bien conservé, ainsi qu'on m'a assuré qu'il étoit arrivé il y a quelques années à S. V Quentin dans des ruines de bâtimens, & à Montargis sous des masures que l'on démolissoit. Le bled ainsi conservé se desseche moins que les autres : mais quand une fois les Magazins sont ouverts & qu'ils sont exposez à l'air, on est obligé de les vuider au plutôt, & les grains qu'on en tire ont besoin d'être travaillez comme s'ils étoient nouveaux, autrement ils se gâteroient bien-tôt. Il y a encore une difference à remarquer de ces bleds conservez en terre d'avec les autres, c'est que le pain en est plus nourrissant & a plus de goût.

Ce que j'ai dit plus haut des vents, fait voir de quelle consideration doivent être les differences de l'air ; car comme les bleds qui croissent dans les lieux marécageux ne sont pas propres à être gardez, de même ces lieux qui sont toûjours fort humides ne sont pas non plus convenables pour y conserver du grain. C'est aussi pour cela que

je crois que les bleds transportez par mer ou sur des rivieres ne sont pas d'une longue durée, quelque précaution que l'on prenne pour les tenir sechement, en mettant des fagots avec des claïes & quantité de paille tout au tour ; ce bled se ressent toûjours de l'humidité de l'air qui l'environne ; ainsi ces bleds doivent être consommez vîte, & l'on ne sçauroit pour le transport les choisir trop secs.

Après tout ce que je viens de dire, on pourroit avec raison me faire une nouvelle question, & demander laquelle de ces manieres de conserver le bled est préferable aux autres, puisque celui que l'on conserve par le moyen de la croute artificielle souffre un déchet assez considerable ; car il s'en perd plus d'un pied d'épaisseur tout autour de la superficie, ce qui monte à une grande quantité. Il est aussi trés-incommode à l'égard de celui que l'on conserve en terre, d'être obligé de le vuider tout à la fois, & de se presser de le consommer, ou d'être contraint de le travailler, d'ailleurs on n'a pas par-tout un terrain commode pour cela, & qui soit à l'épreuve des eaux soûterraines ou de celles de la pluïe qui se filtrent peu à peu, penetrent souvent bien avant en terre quand ni le tuf ni les lits de terre glaise ne les arrêtent point. Je réponds à cela que je prefererois la croute artificielle malgré la perte du grain ; car s'il s'en perd aussi dans ces magazins soûterrains ou puits, celui qui est à la superficie & le plus près des terres se gâtant presque toûjours. Ajoûtez à cela qu'il s'en perd aussi en le conservant par lui-même comme celui de Metz ; car outre que ce bled dans l'emploi ne fournit pas un aussi bon pain ni aussi nourrissant que les deux autres, je conjecture que les mites ou quelques autres insectes semblables qui me sont inconnus en détruisent une quantité considerable. L'inspection de quelques grains rongez & comme vermoulus que j'ai trouvé mêlez au grain que l'on m'a envoïé du Magazin de Metz a donné lieu à cette conjecture, au lieu que la chaux preserve absolument le grain de quelque insecte que ce soit.

Tout ce que nous avons dit jusqu'ici, quelque simple qu'il paroisse, est neanmoins d'une grande utilité, & pourroit servir à remedier aux desordres que cause la cherté des grains & leur prétenduë disette, qui n'est souvent produite que par une terreur panique du peuple, fomentée par les Marchands, les Proprietaires des terres & les Laboureurs; lesquels dans l'esperance de l'augmentation de prix, après avoir vendu pour leurs besoins pressans, ne reviennent point au Marché; car, par exemple, en France dans les plus grandes sterilitez, il se trouve presque toûjours un tiers de grains plus qu'il n'en faut pour nourrir ses habitans; de sorte qu'il me paroît plus vraisemblable de rapporter la cause de la disette à la quantité de grains qui se gâtent qu'à la culture des terres x negligées, qui ne laisseroit pas d'y contribuer si elle alloit à un certain point, non-plus qu'à l'emploi qu'on peut faire des grains en Manufactures, comme Bierre, Amydon, Poudre, &c & engrais. Car outre que les années steriles sont toûjours précedées d'années abondantes dont les grains peuvent se réserver, c'est que les années steriles en grains étant presque toutes pluvieuses, & les bleds qu'elles produisent n'étant pas de garde, la fausse précaution des Marchands & des Proprietaires fait la plus grande partie du mal pendant ces années, parce qu'ils perdent plus de grains qu'il n'en faudroit pour procurer l'abondance : car si au lieu de suivre ce que l'avarice & l'interêt mal-entendu leur suggere, ils sçavoient se défaire à propos de ces grains qui ne peuvent être conservez, ils ne se gâteroient pas, & le prix n'en deviendroit pas exorbitant, & ils ne se trouveroient pas dans la peine de les jetter dans l'eau comme ils font la plûpart. Ces Marchands au lieu de faire leurs provisions dans le tems que les grains sont à bas prix, c'est pour lors qu'ils sont de la meilleure qualité & propres à garder, ils ne les commmencent que lorsque la terreur se forme. Ils l'augmentent par-là, & se chargent de bleds nouveaux & moins bons : la quantité dont ils font amas est ordinairement trop considerable pour qu'ils les fassent

travailler suffisamment; ce qui étant joint à la nature de ces grains naturellement trop humides, il est aisé de juger pourquoi ils se gâtent.

Après tout ce que je viens de dire, il est aisé de concevoir pourquoi du bled se peut conserver si long-tems, & comment il arrive que malgré les précautions des plus avides & industrieux Usuriers il s'en perd une si grande quantité, il y a lieu de conjecturer que le bled dont on fit la provision à Metz en 1577 étoit vieux, déja sec suffisamment & travaillé, puisqu'il est du crud du païs.

Pour conclure ce discours je rapporterai l'experience que j'ai faite sur le bled vieux, & j'examinerai en peu de mots ce qui se passe dans chaque grain lorsqu'il commence à vegeter, parce que pour conserver les grains on ne doit avoir d'autre vûë que de temperer le mouvement de la vegetation & d'en brider, pour ainsi dire, tellement les principes qu'on les mette hors d'état d'agir. J'entends ici par vegetation le mouvement & l'arrangement des sucs, qui coulant dans les vaisseaux du corps organisé ou germe, servent à le déveloper & à l'augmenter. J'ai mis en terre plusieurs grains de ce bled qu'on m'avoit envoïé de Metz les uns differemment préparez selon l'usage des Laboureurs, les autres sans aucune préparation, & pas un n'a germé, aussi ne l'avois-je pas esperé. Au bout de 3 semaines j'en déterrai quelques-uns que je trouvai humides & gonflez, d'autres dans le même état que je les avois mis. Six semaines après ayant remué la terre, je n'en pûs pas appercevoir le moindre grain; j'en avois cependant semé une bonne quantité, ce qui se rapporte au dire des Laboureurs, qui assurent que le bled vieux ne vaut rien pour semer, & que quand par hazard il vient à germer, il ne produit pas d'épi, en quoi ils s'expriment mal; car quand il germe une fois & que rien ne s'oppose à sa vegetation, il produit un épi. Il est vrai que lorsque ce grain germé n'a pas toutes les qualitez requises pour lui fournir une nourriture abondante, ou que ses vaisseaux sont embarrassez, l'épi qu'il produit n'est qu'un avorton.

dont les grains ne valent rien. Cela arrive de même aux grains, qui n'étant pas assez mûrs, se sont appetissez & ridez quoiqu'ils soient nouveaux.

C'est pour cette raison que les Laboureurs prennent toûjours du bled de l'année, c'est-à-dire, de la derniere moisson pour ensemencer. Il ne doit pas, dit Liebaut après Charles-Estienne, être plus vieux que d'un an, dont ils n'apportent point d'autre raison que l'usage, quoique l'on ait vû souvent germer des grains de plusieurs années. Il est plus sûr de se servir de grains nouveaux, ils ont plus de disposition à la germination & vegetation, leurs fibres sont plus souples, s'étendent plus facilement: il est bon aussi de choisir les semences, parce qu'un grain qui n'est pas bien nourri produit une plante foible dont les fruits ne sont ensuite que des avortons; ce qui arrive aussi quelquefois aux meilleurs grains faute de nourriture, sur-tout dans les terres maigres & legeres: les grains qui en proviennent étant diminuez & dégenerez, sont dits par les Païsans être abâtardis, & c'est à cette varieté que quelques Auteurs ont donné le nom de *Siligo* z, & il semble que les anciens ont entendus à peu près la même chose sous ce nom.

In Præd. Rust.

Dodonæus, &c.

Il n'est pas surprenant que les grains que j'avois mis en terre n'ayent point germé, car la plûpart des graines ne gardent gueres plus de cinq ou six ans leur vertu vegetative. Morisson assure même qu'il n'y aucune graine qui germe après 10 ans, & rarement passé 5. Pour moi je crois qu'il est impossible de fixer le tems qui borne cette vertu dans chaque graine, & il me paroît qu'elle doit subsister plus ou moins long-tems dans chacune, selon que leur substance est plus ou moins visqueuse & huileuse, ou suivant qu'elles sont plus ou moins envelopées; par exemple, les semences couvertes d'envelopes ligneuses, comme les noïaux, Amandes, Noix, &c, la conservent plus long-tems que d'autres. Il y a aussi de certaines graines qui se conservent long-tems en terre, même jusqu'à 15 ans & au-delà, & il arrive quelquefois qu'un Jardinier est fort

Prælud. Bot. part. 2.

ſurpris de voir croître dans ſon Jardin des plantes qu'il en croyoit bannies depuis long-tems. Si l'on expoſe même à l'air des terres tirées d'une cave, il ne manque pas d'y lever pluſieurs plantes autres que celles dont les ſemences ſont aigrettées, & qu'on ne peut ſoupçonner d'avoir été tranſportées par le vent, & en trop grande quantité pour qu'on puiſſe croire qu'elles ayent échapé aux Oiſeaux qui par hazard ont volé par-deſſus.

En general il vaut mieux convenir de l'incertitude de la durée des graines, que de poſer des regles qui la bornent, comme a fait Moriſſon, & être obligé enſuite d'avoir recours à la formation fortuite de ces mêmes ſemences en terre par le concours prétendu des ſels & des huiles & autres principes de Chimie, pour expliquer pourquoi dans des terres qu'il y a pluſieurs centaines d'années qui n'ont été expoſées à l'air, il ſe trouve des graines qui ſont en état de germer. C'eſt cependant ce que fait cet Auteur en parlant de la quantité de graine d'une eſpece d'*Eryſimum* appellé *Irio Lævis appulus alter Fab. Col.* qu'il rencontra en ſe promenant parmi les ruïnes du vieux Change de Londres, en allant du côté du College de Gresham, huit mois après l'incendie qui avoit cauſé ces mêmes ruïnes le 2 Septembre *1666*. Il dit que cette graine leva en ſi grande quantité deux mois après, qu'on auroit pû la ſcier comme du bled; cependant ce lieu avoit été couvert de bâtimens depuis près de mil ans, il faut croire que ces graines étoient renfermées dans la terre, plutôt que de s'imaginer qu'elles ſe ſoient formées fortuitement, comme l'aſſure notre Auteur, & ſi-tôt qu'elles ont pû recevoir les impreſſions de l'air elles ont germé.

Pour ſe former une idée juſte de tout ceci, il faut conſiderer un grain de bled comme toutes les autres ſemences compoſé de ſon germe, de ſes premieres feüilles, & de ſon écorce. Le germe eſt ce qu'on nomme la plantule & la radicule unies enſemble, leſquelles ſont l'abregé de la plante future. Ces parties ſont placées à la pointe du grain, & la radicule eſt celle qui ſe montre la premiere. Les deux premieres feüilles occupent la plus grande partie du

volume de la femence, & fervent d'une efpece de placenta à la nouvelle plante ; car elles contiennent une nourriture preparée & proportionné à l'état de la plante, jufqu'à ce qu'elle puiffe fe nourrir d'ailleurs & recevoir le fuc de la terre pour le preparer dans fa racine, & enfin les tuniques ou envelopes contiennent & renferment le tout fous un certain volume.

On doit concevoir dans le germe des vaiffeaux déja preparez & en état de s'ouvrir pour recevoir la nourriture que la farine ou fubftance des premieres feüilles leur fournit quand elles fe dilatent par l'humidité & l'action de l'air. Ces vaiffeaux font capables d'être dilatez & prolongez par les particules mêmes qu'ils contiennent, fi-tôt qu'elles feront mifes en mouvement. Les envelopes ou tuniques, qui quand elles font defféchées ont une confiftance ferme lorfqu'elles font dilatées à un certain point, viennent enfin à crever & à laiffer fortir les feüilles. Toutes ces differentes parties dont la ftructure fe rapporte à un feul point (c'eft la vegetation) contiennent beaucoup de matiere huileufe, balfamique & mucilagineufe, particulierement les vaiffeaux du germe ; & c'eft à ce qu'il me femble de ces matieres que dépend la vertu vegetative des grains, puifqu'elle fert à entretenir la foupleffe des fibres naiffantes qui compofent les vaiffeaux du germe, afin qu'ils foient en état de donner entrée à la nourriture, & qu'ils puiffent recevoir l'impreffion des parties actives & penetrantes qu'ils contiennent. Ce font ces parties actives qui communiquent à tout le refte le mouvement qu'elles ont reçû de l'air, & fervent ainfi à déveloper la plantule de laquelle les parties folides peuvent être regardées comme des refforts bandez qui commencent à fe mouvoir fi-tôt que l'humidité les a lâchez, ou pour mieux dire fi-tôt qu'elle a foûlevé le poids qui les tenoit contraints. Ces parties folides font les envelopes ou écorce du grain qui fe trouvent éloignées du germe par le gonflement que l'humidité caufe aux premieres feüilles, ce qui eft l'effet d'un autre reffort plus caché ; fçavoir, la

rarefaction

rarefaction des parties actives dans la farine, occasionnée par le passage de l'air, & si l'on veut de la matiere subtile: car ces parties ne se mouvant que lorsqu'elles sont dissoutes par l'humidité, l'air vient leur communiquer son mouvement: pour lors ces parties ci-devant contraintes reprennent leur état naturel, qui est d'être très-mobiles & s'insinuant dans les canaux où elles trouvent moins de résistance, accomplissent ainsi la germination.

Les eaux de vies que l'on tire du grain sont une preuve suffisante de tout ce que j'ai dit des parties actives, sans parler des fermentations qu'elles causent en differentes occasions; les eaux gluantes & visqueuses qu'on retire des lotions qui se font dans la fabrique de l'Amydon & m'assurent de l'existence des parties mucilagineuses & huileuses; mais sur-tout la maniere de brasser la Bierre prouve seule l'existence des unes & des autres tout ensemble.

C'est donc par consequent, selon tout ce que j'ai dit, à l'humidité & à l'air qu'il faut rapporter tout le bien & tout le mal qui arrivent aux grains; puisque lorsqu'ils en sont privez ils se gardent parfaitement, & qu'au contraire lorsqu'ils les pénetrent ils y causent tous les desordres dont nous avons parlé: parce que ces grains tendent toûjours au developement du germe & à l'accroissement de sa plantule; mais ils sont en sûreté quand toute l'humidité en est sortie & évaporée, parce qu'elle enleve avec elle la meilleure partie des particules actives, & le peu qui en reste se trouve embarrassé & confondu dans les parties huileuses & mucilagineuses qui se figent & se desséchent, comme la Therebentine & les Baumes, qui en vieillissant perdent leurs parties aqueuses, & se dessechent jusques à devenir friables à un point, que quoiqu'on les humecte dans la suite, elles ne reviennent plus à leur premier état, & n'ont plus la même viscosité. L'âge produisant la même chose dans les grains, les vaisseaux du germe s'affaissent, leurs fibres perdent cette souplesse si necessaire pour la vegetation, de sorte qu'elles devien-

nent incapables d'aucun reſſort & d'aucune extenſion. Par ce moïen les parois de ces vaiſſeaux s'uniſſent ſi fortement & ſe collent, qu'ils ſe déchirent plutôt que de donner paſſage à aucun ſuc. Voilà, ſelon moi, la cauſe de la ſterilité des vieux grains dans leſquels le principe de la vegetation ſe trouve éteint.

NOTES.

A Il ne tomba que 2 lign. $\frac{3}{4}$ d'eau en Juillet, ſuivant le Journal des Obſervations de la quantité de pluïe tombée pendant l'année, par M. de la Hire. *V. les Mem. de l'Acad.* 1706.

B Il en tomba 22 lignes en Juin, & 23 en Juillet; ce qui eſt preſqu'autant que pendant tout le reſte de l'année, *V. les Mem. de l'Academie* 1708.

C Le mauvais pain que la plûpart des Boulangers ont debité pendant les mois d'Avril & de May dernier de cette année 1708, & celui que quelques-uns debiteront le reſte de l'année en eſt une preuve. Ils y ont été fort trompez; & quoiqu'ils mêlent ces bleds, le goût du pain eſt plus deſagreable que ne ſeroit celui qui ſeroit fait du bled vieux dont nous parlons.

D Il eſt aſſez ordinaire que l'on faſſe ce labour aux Avoines qui ont eu pareil ſort, avec cette difference que quand la fin de l'Automne & le commencement de l'Hyver ſont temperez, on en fait quelquefois la recolte la même année.

E Le Nitre réſout à l'air mettant en mouvement les principes & particules actives, ce mouvement cauſe un gonflement & une dilatation conſiderable à l'écorce du grain, ce qui lui donne un plus gros volume.

F Le produit de cet artifice ſur le bled ordinaire va à $\frac{1}{16}$, c'eſt-à-dire, qu'au lieu de 16 boiſſeaux ils en font 17. Cela va plus loin ſur d'autres grains, & particulierement ſur l'Avoine qui va au double & augmente d'$\frac{1}{8}$.

G Ceci arrive pareillement au bled qui a été ſur du plâtre nouvellement employé, avec cette difference qu'il n'en vaut pas moins. On les peut diſtinguer l'un de l'autre en les mâchant. Celui qui a été ſur du plâtre caſſe net ſous la dent & ne s'en moud pas moins bien, celui des Blattiers au contraire obéït & ſe déchire pour ainſi dire.

H Ce froment eſt ſi fort en uſage en pluſieurs endroits de l'Allemagne, qu'ils ont inventé des Moulins qui ne ſervent qu'à dépoüiller le grain de ſa bale. Les meules de ces Moulins ne portent pas

entierement à plomb, de forte qu'elles ne mordent point fur les grains, & ces Moulins ont un tuyau ou porte-vent dont l'embouchure répond à l'endroit d'où fort le grain mêlé avec la bale que le froissement de la meule en a détachée, & par ce moyen il tombe tout nettoyé dans la mêt, ce qui est fort commode.

I Les principes actifs venant dans ce mouvement à se débarrasser quand il s'échapent, ils entraînent avec eux la portion la plus considerable de l'humeure contenuë dans le grain; & c'est cet effet que les Boulangers & Laboureurs veulent exprimer quand ils disent suer en tas, & l'on ne doit avoir d'autre vûë que celle de moderer ce mouvement de maniere qu'il se fasse peu à peu, afin qu'il n'excite point ces grandes fermentations qui alterent entierement le grain.

K Quoiqu'en Hyver les fenêtres & les joints des thuiles donnent entrée à la neige, quoiqu'elle tombe sur le grain, cependant elle ne l'altere presque pas; car on a l'experience qu'elle s'évapore & se desseche sans humecter le bled lorsque la gelée continuë, de sorte qu'elle ne l'endommage aucunement.

L Pour preuve que cette alteration n'a point d'autre cause que la trop grande humidité, c'est que la pâte du pain que l'on fait de ce bled germé doit être paitrie très-dure, à peu près comme celle de ce qu'on appelle du pain Chalan ou de Dourdan, parce qu'elle ne se ramollit que trop, se tournant toute en eau, comme disent les Ouvriers, & cependant ce pain ne revient point dans le four comme font toutes les autres pâtes molles, tout au contraire il s'applatit; il s'éleve seulement une croute dessus si-tôt que la chaleur commence à agir, laquelle se sépare un peu du reste, & empêche la chaleur de penetrer toute la masse; de sorte que ce pain est toûjours gras-cuit, il a un goût douceâtre, fade & mielleux. C'est pour cela que quand on trouve parmi du bled qui est en vente quelques grains dont la pointe du germe pousse, l'on en diminuë extrement le prix; car ce grain a toutes les mauvaises qualités du bled nouveau sans en avoir les bonnes.

M Il est de l'interêt du Boulanger de faire beaucoup d'attention à toutes ces circonstances; car outre qu'avec du bled bien conditionné il fait de meilleur pain, & d'un bon debit, ce même bled lui est très-profitable en ce qu'il lui rend bien plus de farine, comme il est aisé de l'appercevoir par le détail suivant. 12 boisseaux de froment franc moulu (c'est-à-dire, dont la mouture se paye en argent) quand il a toutes les qualitez requises rendent 17 boisseaux de grosse farine non blutée ou passée par le tamis, & lorsqu'elle y est passée ces 17 boisseaux rendent 9 boisseaux de fine farine ou fleur, 1 ½ de bis blanc, 1 ½ du gruau, 3 de recoupettes dont se font l'Amydon &

la Poudre pour les cheveux, & 1 boiſſeau de groſſes recoupes que l'on donne aux Vaches, Pourceaux & Volailles qui ſont à l'engrais, & 6 de ſon ; ce qui revient à 22 boiſſeaux tous auſſi pleins que l'étoient les 12. On peut juger de là à quel point la matiere contenuë dans le grain y eſt reſſerrée, & combien elle eſt capable de s'étendre & diviſer ; ce qui peut ſervir à expliquer comment le grain germé pouſſe quelquefois un jet de plus d'un pied, & qui paroît contenir quatre fois plus de matiere qu'il n'y en auroit en 10 grains, ſans avoir eu d'autre nourriture que celle de ſes premieres feüilles & de l'eau.

N La diminution de volume eſt ſi peu ſenſible au grain, qu'elle ne ſert de rien pour faire entendre l'affaiſſement du tas, quoique mon frere en ait voulu faire uſage pour expliquer celui de la couche du Magazin de Metz : mais je ne vois pas qu'il y ait apparence que les grains de cette couche ſoient devenus ni plus ſecs ni d'un moindre volume. Cela paroîtra encore mieux quand on ſçaura juſqu'à quel point va le refoulement du grain, qui eſt la veritable cauſe de l'affaiſſement du tas. Ce refoulement a ſes varietez, dont on peut juger par les differentes manieres dont on meſure le grain, ce qui n'eſt pas d'une petite conſequence tant pour les acheteurs que pour les vendeurs. Car, par exemple, lorſque deux hommes tenant un ſac laiſſent tomber de haut le grain dans le minot, le refoulement augmente le poids de cette meſure d'une livre. Cette maniere de meſurer ſe pratique à la Greve & ſur les Ports ; mais dans les Batteaux, comme au Quay de l'Echole où la maniere eſt differente ; on y plonge la meſure de haut en bas, & en la retournant on la ſecouë fortement : quand elle s'acheve d'emplir le balancement fait une augmentation de trois livres par minot, au lieu qu'à la Halle & dans les Marchez ordinaires le bled ſe coule à la main, & les Marchands & Laboureurs ne veulent pas même que l'on batte la meſure avec le rouleau dont on la raſe.

O Cette inſecte eſt du genre des Scarabées, j'eſpere d'en donner un jour la deſcription. Quoique les Laboureurs regardent ce petit animal comme la peſte des grains, il y en a cependant qui l'achetent en quantité pour répandre autour de la grange, & il y a lieu de ſoupçonner que c'eſt-là l'effet de quelque tradition ſuperſtitieuſe.

P Les Chartreux de Paris ont une machine faite exprès pour cela. C'eſt une eſpece de Bluteau qui au lieu de ſoyes & étamines eſt composé de lames de fer blanc piquées & percées de dehors en dedans en maniere de rape, dont la partie rude & mordante eſt interne. En agitant le bled dans cette Machine on emporte les taches noires, ce qui eſt très-commode pour avoir un pain bien blanc, quoique fait d'un grain moucheté.

Q Par ce moyen le destructeur universel de toutes choses ne pourra communiquer aux parties insensibles ce mouvement qui cause toutes les alterations qui arrivent non seulement aux grains, mais encore à tous les autres fruits, & même aux choses les plus solides, comme sont les pierres & les marbres.

R Outre le tas de bled qui a donnê occasion à ce discours, il y a encore dans ce Magazin un tas de ris serré depuis plus d'un siecle, sçavoir en l'année 1600, dont le grain est parfaitement beau & en bon état.

S En disant que ce lieu étoit plus élevé qu'aucun autre & ouvert à tous vents, recevant de la fraîcheur de tous côtez, il assure que la même chose arrive dans la Medie & autres endroits fort élevez, ajoûtant que les poids chiches, les lupins, l'orobe, le millet, &c. s'y conservent encore plus long-tems.

T On croit qu'il y a des terres plus propres les unes que les autres à préserver les corps de la corruption, & telles sont à ce que l'on assure ces Caves de Thoulouse & autres qui conservent si bien les cadavres : mais sans rechercher une nature particuliere dans ces terres, il suffit qu'elles puissent défendre un corps des approches de l'air. C'est ainsi que quelques Chasseurs se servent du grain même pour conserver le gibier pendant quelque tems en le plaçant bien avant dans le tas.

V On m'a même assuré qu'à cette occasion on avoit fait un petit Livret imprimé à S. Quentin que je n'ai pû trouver.

X Comme le fait l'Auteur du détail de la France dans un discours sur les bleds inseré dans l'Edition de 1707 in 12 & imprimé à Paris l'année précedente.

Y Cela arriva ainsi en 1693, & il en fut jetté une quantité prodigieuse dans l'eau à Orleans, & dans la plûpart des Villes qui sont sur le bord de la Loire, ce que les Marchands ne faisoient que de nuit, à cause du peuple qui ne pardonne pas volontiers de pareilles fautes. La seule quantité qu'on en perdit par ce moyen auroit empêché le desordre que causoit la disette, puisqu'une très-petite quantité de bled étranger qui arrivoit de tems en tems faisoit diminuer le prix, tantôt d'un tiers, tantôt de la moitié.

Z Quelques Auteurs, comme Tragus, qui ont cru que les Anciens ont appellé le seigle du nom de *Siligo*, trouvant dans Pline & autres Auteurs que le *Triticum* ou froment dégeneroit *in siliginem*, & que le *Siligo* semé en de bonnes terres retournoit en froment, ont donné lieu à l'erreur de quelques Laboureurs qui assurent que le froment se change en seigle *& vice versa*, ce qui est très-faux, car le *panis siligineus* des Anciens & de nos Auteurs, bien loin d'avoir

Hist. Nat. l. 18. c. 10.

aucun rapport au ſeigle, eſt un pain très-blanc, fort leger & peu nourriſſant, ce qui eſt bien different.

☞ L'Amydon en Latin *Amylum, quaſi ſine mola factum*. On le prépare encore en Allemagne comme les Anciens, qui après avoir fait crever le grain l'écraſoient. Ils deſtinoient auſſi à cette manufacture l'eſpece de froment qu'ils appelloient *Olyra*, nommée par pluſieurs Auteurs *Zea amylea*. Nos Amydoniers du Fauxbourg S. Marceau ſont meilleurs ménagers du grain; car ils n'emploïent que les recoupettes des Boulangers, deſquelles ils tirent par pluſieurs lotions la farine que la meule & le bluteau n'en ont pû détacher.

METHODE GENERALE

Pour rectifier toutes les Roulettes à baſes droites & circulaires.

PAR M. NICOLE.

1708. 4. Fevrier.

SOit la Roulette AMD engendrée par le roulement du cercle NFB ſur l'arc de cercle BGV, & dont le point décrivant A ſoit pris dedans ou hors la circonference du cercle generateur NFB. Si l'on prend les deux points M & m infiniment proche, & que par ces points l'on mene les lignes MO, mO au centre O de la baſe, & le petit arc Mr décrit de ce centre O, on aura le petit arc $Mm = \sqrt{Mr^2 + rm^2}$ pour la differentielle de l'arc AM de la Roulette. Pour avoir donc l'expreſſion algebrique de Mm, il faut avoir celle de Mr & de rm, c'eſt-à-dire, avoir l'équation de cette Roulette qui ſe trouve ainſi.

Soit ſuppoſé le cercle generateur NFB parvenu dans la ſituation NGB dans laquelle il touche en G le cercle de la baſe, & où le point décrivant A tombe en M, il eſt clair que l'arc GB du generateur eſt égal à l'arc BC de la baſe, & que ſi du rayon OM on décrit l'arc MER qui coupe au point E la demie circonference AEH décrite du centre K & du rayon KA, & que l'on mene les lignes OK, OE & KE, les triangles OKM, OKF ſeront égaux & ſemblables, puiſqu'ils ont tous leurs côtez égaux;

d'où il ſuit que l'arc LG eſt égal à l'arc IB, & l'arc MT égal à l'arc EH, & par conſequent l'arc CT = l'arc AE, & l'arc $BG = NF$, puiſque les ſecteurs KAE, NKF ſont ſemblables. Si donc l'on mene FP, IQ perpendiculaires à OA, & que l'on nomme OB, b; KA, a; KN, c; AP, x; OM, y; & l'arc MR, z; les triangles ſemblables OEP, OIQ donneront cette proportion; $OE\ (y) .\ EP\ (\sqrt{2ax - xx}) :: OI\ (b) .\ IQ = \frac{b\sqrt{2ax - xx}}{y}$, d'où l'on tire $OQ = \frac{b}{y}\sqrt{yy - 2ax + xx}$; & en prenant les differences de IQ & de OQ; on trouvera l'arc indéfiniment petit $Ii = \frac{bxxdy + abydx - bxydx - 2abxdy}{y\sqrt{yy - 2ax + xx} \times \sqrt{2ax - xx}}$ égal à la differentielle de l'arc LG, l'on a auſſi la differentielle de l'arc $AE = \frac{adx}{\sqrt{2ax - xx}}$, & partant celle de NF ſera $\frac{cdx}{\sqrt{2ax - xx}}$ égale à la differentielle de l'arc BG; on aura donc Ll, qui eſt la difference de $LG + GB = \frac{bxxdy + abydx - bxydx - 2abxdy}{y\sqrt{yy - 2ax + xx}\sqrt{2ax - xx}} + \frac{cdx}{\sqrt{2ax - xx}}$, à cauſe des petits ſecteurs ſemblables OLl, OMr, on a cette analogie $OL\ (b) .\ OM\ (y) :: Ll\ \left(\frac{bxxdy + abydx - bxydx - 2abxdy}{y\sqrt{yy - 2ax + xx}\sqrt{2ax - xx}} + \frac{cdx}{\sqrt{2ax - xx}}\right) .\ Mr\ \frac{xxdy + aydx - xydx - 2axdy}{\sqrt{yy - 2ax + xx} \times \sqrt{2ax - xx}} + \frac{cydx}{b\sqrt{2ax - xx}} = dz$; mais parce que $OE\ (y) = \sqrt{EP^2 + OP^2} = \sqrt{\overline{a + b + c - x}^2 + 2ax - xx}$, on aura $y = \sqrt{aa + 2ab + bb + 2ac + 2bc + cc - 2bx - 2cx}$, & $dy = \frac{-bdx - cdx}{\sqrt{\overline{a + b + c}^2 - 2bx - 2cx}}$, leſquelles valeurs de y & dy étant ſubſtituées dans celle de dz, on aura $dz = \frac{\overline{b + c}}{b} \times dx \times \frac{aa + ab + bc + 2ac + cc - 2bx - bx}{\sqrt{2ax - xx} \times \sqrt{\overline{a + b + c}^2 - 2bx - 2cx}}$ pour l'équation de cette Roulette.

Maintenant pour avoir la valeur du petit arc Mm de le Courbe, qui eſt $\sqrt{dz^2 + dy^2}$, on mettra pour dz^2 & dy^2 les quarrés des valeurs que l'on vient trouver, & l'on aura

$Mm = \frac{b+c}{b} \times dx \frac{\sqrt{aa+ab+bc+2ac+cc-2cx-bx^2+2abbx-bbxx}}{\sqrt{2ax-xx}\times\sqrt{a+b+c^2-2cx-2bx}}$
qui se réduit (en divisant le numerateur & le dénominateur par $\sqrt{a+b+c^2-2bx-2cx}$) à la quantité $\frac{b+c}{b} \times dx$ $\frac{\sqrt{aa+2ac+cc-2cx}}{\sqrt{2ax-xx}}$. Pour trouver l'integrale de cette differentielle, soit fait cette construction.

Du point *B* soit élevé la perpendiculaire *BX* à l'axe *OA* & égale à $AH = BN$, & sur *BA* soit pris $BY = 2AN$; si sur *BX* & *BY* comme axes on décrit l'Ellipse *YSX*, & que l'on prene *BY* égale à $2\sqrt{aa-2ac-cc-\frac{1}{2}ax\frac{ccx}{2a}+cx}$ qui détermine l'ordonnée *VS* de l'Ellipse. La ligne *OB* sera à *OK* comme l'arc *YS* de l'Ellipse à l'arc *AN* de la Roulette.

Car $BX = 2a+2c$, $BY = 2a-2c$, partant $YV = 2-2c$ $-2\sqrt{aa-2ac+cc-\frac{1}{2}ax-\frac{ccx}{2a}+cx}$, & par la proprieté de l'Ellipse on a cette proportion, BY^2 $(2a-2c^2)$. BX^2 $(2a+2c^2)::YV\times BY+BV$ $(4aa-8ac+qcc-4aa+8ac-qcc-4cx+2ax+\frac{2ccx}{a})$. $SV^2 = \frac{2a+2c^2}{2a-2c^2} \times \overline{2ax-4cx+\frac{2ccx}{a}}$ dont la racine quarrée est $SV - \frac{a+c}{\sqrt{a-c}} \times \sqrt{2x-\frac{2cx}{a}} = \frac{a+c\sqrt{2x}}{\sqrt{a}}$, & la difference est $St = \frac{adx+cdx}{\sqrt{2ax}}$. L'on a aussi la difference de *YV* qui est $Vu = st =$

$$\frac{\frac{1}{2}adx-cdx+\frac{ccdx}{2a}}{\sqrt{aa-2ac+cc-\frac{1}{2}ax+cx-\frac{ccx}{2a}}} = dx \times \frac{a-c^{\frac{3}{2}}}{2a\sqrt{a-c-\frac{1}{2}x+\frac{cx}{2a}}}$$

$= \frac{adx-cdx}{\sqrt{4aa-2ax}}$, partant le petit arc *Ss* qui est $\sqrt{St^2+st^2}$ sera $dx\sqrt{\frac{a+c^2}{2ax}+\frac{a-c^2}{4aa-2ax}} = dx \times \frac{\sqrt{a+c^2\times 4aa-2ax+a-c^2\times 2ax}}{2a\sqrt{2ax-xx}} =$ $dx \times \frac{\sqrt{aa+2ac+cc-2cx}}{\sqrt{2ax-xx}}$. Il est donc évident que *OB* (*b*). *OK*

(*b*+*c*)

$(b+c)$: : l'arc YS de l'Ellipse $\left(Sdx \times \frac{\sqrt{aa+2ac+cc-2cx}}{\sqrt{2ax-xx}}\right)$, l'arc AM de la Roulette qui est $S\frac{b+c}{b} \times dx \frac{\sqrt{aa+2ac+cc-2cx}}{\sqrt{2ax-xx}}$. : : le quart de l'Ellipse YSX à la Roulette entiere AMD. (S signifie somme ou integrale.)

Si l'on suppose le point décrivant au-dedans du cercle generateur, l'axe BY de l'Ellipse sera alors $2c-2a$, & le reste de la construction sera le même que dans le premier cas.

COROLLAIRE I.

Si l'on suppose $a=c$, il est clair que l'Ellipse YSX deviendra la droite $BX=4a$, & l'arc YS deviendra la droite $VS=BZ$; d'où il suit que la Roulette AMD sera alors à la droite BX : : OK. OB : : l'arc AM. à la droite VS ou BZ.

COROLLAIRE II.

Si l'on suppose b infinie, c'est-à-dire, la Roulette AMD, une Roulette allongée, ou accourcie, à base droite l'arc AM de chacune de ces Roulettes sera égal à l'arc YS de l'Ellipse, & toute la Roulette égale au quart d'Ellipse YSX. Si dans ce dernier cas on suppose $a=c$, cette Roulette sera la cycloïde ordinaire qui sera égale à $4a$.

REFLEXIONS SUR LA COMETE

qui a paru vers la fin de l'année 1707.

PAR M. CASSINI.

LA Comete qui a été observée aux mois de Novembre & de Decembre de l'année 1707, a paru dans le Ciel dans le même tems que l'on voïoit deux taches dans

le Soleil, dont l'une étoit entrée depuis peu dans son disque apparent, & l'autre étoit prête d'en sortir.

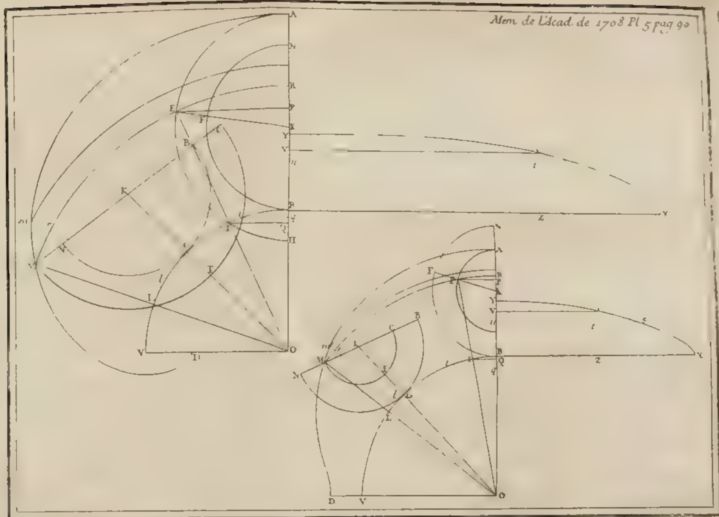
Plusieurs Philosophes modernes supposent que les Cometes & les taches du Soleil sont de la même matiere, & qu'elles ont la même origine, ce qui nous a donné occasion de les comparer les unes avec les autres.

Dans le Traité de la premiere Comete que nous observâmes l'an 1652, nous nous accommodâmes à l'hypothese qui étoit alors la plus commune, que les Cometes sont de nouvelles productions. Car nous supposâmes que non seulement le globe de la Terre est environné d'une grande atmosphere qui s'étend beaucoup plus loin que celle qui cause les refractions les plus sensibles du Soleil & de la Lune, mais que tous les astres ont aussi de grandes atmospheres qui se rencontrant les unes avec les autres peuvent fournir de matieres propres à former les Cometes.

Mais après la publication de ce Traité faite au tems même que l'on voïoit encore cette Comete, aïant comparé ensemble non seulement nos Observations, mais aussi celles qui nous avoient été communiquées par d'autres Astronomes, il nous réüssit de trouver une hypothese d'un mouvement aussi regulier que celui des Planetes ordinaires réduit à l'égalité par les équations communes, ce qui me fit juger qu'il y avoit beaucoup de vraisemblance dans l'hypothese ancienne d'Apollonius Mindien rapportée par Seneque, qui reconnoissoit les Cometes pour des Astres qui parcourant des cercles très-vastes venoient à paroître dans leur plus grande proximité à la Terre, & s'en éloignoient ensuite à une si grande distance qu'elles devenoient invisibles.

La trace du mouvement de la Comete de 1652 coupoit l'Ecliptique au 28° du Taureau avec une inclination de plus de 74 degrez, & elle étoit dans la partie du Ciel opposée au Soleil qui étoit en Capricorne; de sorte que l'on ne pouvoit pas representer son mouvement égal ni regulier par une ligne droite qui vînt de cet astre. Au con-

Mem. de l'Acad. de 1708. Pl. 5. pag. 90.


Mem de l'Acad. de 1708 Pl 5 pag 90

traire je trouvai une grande facilité à le repreſenter égal ſur une ligne droite ou ſur une courbe circulaire peu differente d'une ligne droite, dont le Perigée étoit repreſenté plus éloignée du Soleil que Saturne n'en eſt éloigné lorſqu'il eſt dans ſon Aphelie. Ayant donc reçû de M. Bouillaud pluſieurs obſervations de cette Comete faites en France, j'eus le plaiſir de les repreſenter toutes aſſez exactement par une methode ſemblable à celle qu'il emploïe lui-même dans ſon Aſtronomie Phylolaïque pour repreſenter les mouvemens des Planetes ſuperieurs.

Il y avoit bien plus de difficulté à pratiquer cette methode dans une Comete dont on n'avoit point d'obſervations anciennes à comparer avec les modernes, comme l'on fait ordinairement dans l'établiſſement des Theories des Planetes.

Je pratiquai une methode plus facile pour repreſenter le mouvement de la ſeconde Comete que j'obſervai l'an 1664, que j'expoſai au long dans un livre dédié à la Reine de Suede qui avoit été preſente à pluſieurs obſervations que j'en fis à Rome.

Cette ſeconde Theorie ſuppoſe d'abord trois obſervations de la Comete en differens jours, qui ſervent à determiner avec une juſteſſe mediocre la direction de ſon mouvement & ſa viteſſe apparente pendant quelque tems, après lequel on rectifie la Theorie en donnant au Perigée un mouvement capable de repreſenter ſa courſe pendant le reſte du tems qu'elle continuë d'être viſible.

Nous avons vû depuis pluſieurs Cometes qui ont ſuivi la même route que celles qui avoient été obſervées auparavant, ayant les mêmes degrés de viteſſe dans les endroits également éloignez de leur Perigée. Celle de l'an 1680 ſuivi la trace de celle qui avoit été obſervée l'an 1577 par Tychobrahé, dont les Ephemerides que cet Aſtronome avoit dreſſées ſur ſes obſervations nous ſervirent à prévoir jour par jour la route de la nôtre. Celle de l'an 1698 ſuivit la trace que nous avions décrite pour

M ij

celle de l'année 1652. La Comete qui fut observée à Rome en 1702 par M. Maraldi & par d'autres Astronomes, passa par les mêmes constellations & avec les mêmes dégrés de vitesse que celle que nous avions observée 34 ans auparavant à Bologne, & elle suivoit la même trace par les étoiles fixes que celle qui parut la 4e année de la 101e Olympiade.

Nous n'avons pas encore un assez grand nombre d'observations de ces retours pour pouvoir les prédire à l'avenir ; nous avons déja remarqué dans un autre Memoire que la même Comete pourroit bien retourner quelquefois sans être apperçûë.

Ce qui les fait ordinairement appercevoir est leur chevelure & leur queuë qui les distingue des autres étoiles. La lumiere de la Lune lorsqu'elle se trouve sur l'horizon avec les Cometes, est capable de les rendre invisibles, comme nous l'avons observé quelquefois. Quand la Comete passe sans cette parure, il est plus difficile de l'appercevoir. Elle peut aussi la perdre, car il y a apparence qu'elle est accidentelle à la Comete. Plusieurs Modernes la considerent comme une embrasement qui lui arrive en certains tems, qui peut s'éteindre & se rallumer de nouveau, comme il arrive aux Vesuve & aux autres Volcans qui sont sur la Terre.

Ils expliquent de la même maniere les vicissitudes de quelques étoiles fixes qui paroissent pendant quelque tems, après lequel elles cessent de paroître. Le P. Riccioli & M. Bouillaud supposent que ces étoiles sont lumineuses dans une de leurs parties, qui tantôt se tourne vers la Terre, tantôt s'en détourne par une révolution autour de l'axe de l'étoile analogue à celle que les Coperniciens attribuent au globe de la Terre. L'une & l'autre de ces deux causes pourroit concourir à rendre la Comete & ces autres étoiles visibles en certains tems & invisibles en certains autres. L'apparence causée par la révolution autour de l'axe pourroit être reguliere, & celle qui seroit produite par un embrasement seroit plus irréguliere.

Nous avons observé tant d'irregularitez dans le retour de l'étoile de la Baleine, qu'on peut les attribuer avec plus de vrai-semblance à des causes differentes qu'à une seule.

Il y a des auteurs modernes qui supposent que les Cometes sont produites par les taches du Soleil, qui flotant sur sa surface en forme de croutes minces peuvent s'en détacher, & par quelque accident devenir semblable à des bâlons enflammés & former les Cometes.

Si cela étoit, elles recevroient par la révolution du Soleil autour de son axe une impression qui tendroit à les faire mouvoir à peu près suivant la direction de l'Equinoxial des Taches, qui comme on l'a expliqué en divers endroits, a une obliquité à l'égard de l'Ecliptique de 7 à 8 degrés ; je dis à peu près, car il peut y avoir quelques raisons Physiques qui l'en écartent un peu de côté & d'autre. L'on a cependant observé diverses Cometes qui déclinent considerablement de cette ligne, dont les unes vont du Septentrion au Midy, & d'autres du Midy au Septentrion, comme il est arrivé à celle que nous avons observée à la fin de l'année derniere.

Cette Comete traversa l'Ecliptique vers le 6[e] degré d'Aquarius, lorsque le Soleil étoit au 5[e] degré du Sagittaire. La trace de son mouvement apparent décrite sur le Globe celeste à l'égard des étoiles fixes, étant continuée vers le Septentrion, passe fort proche du Pole de l'Ecliptique, & du Pole de la révolution des taches du Soleil transporté dans le Ciel par la prolongation de son axe ; de sorte que bien loin d'avoir suivi à peu près la direction de l'Equinoxial des taches, elle a décrit par son mouvement une portion de cercle perpendiculaire à cet Equinoxial.

Autant qu'on l'a pû observer par de courts intervalles de beau-tems, elle a eu un mouvement dont la vitesse apparente a toûjours été en diminuant d'un jour à l'autre.

M. Maraldi a fait le rapport à l'Academie des observations qu'il en a fait avec mon Fils tous les jours que le Ciel a permis de l'observer, & il a fait voir la conformité

de ces obſervations avec la Theorie trouvée par la methode expoſée dans notre Traité de l'an 1664. Il avoit déja determiné en d'autres occaſions la ſituation de pluſieurs petites étoiles fixes qui ne ſont point marquées dans les Catalogues ni dans les Cartes, & ſont fort proches des endroits par où a paſſé la Comete ; ce qui a ſervi à determiner ſa ſituation avec beaucoup d'exactitude.

Il n'y a guere de Memoires d'autres Cometes dont la trace par les étoiles fixes ait été ſi perpendiculaire à l'Ecliptique & à l'Equinoxial des taches. Il y en a eu quelques autres qui en ont approché, dont une a été obſervée par Regiomontanus. Nous avons la deſcription du chemin qu'elle a parcouru rapportée par Zieglerus dans ſes Commentaires ſur la Geneſe, & par divers autres Auteurs qui le citent.

L'Ecrit de Zieglerus la rapporte à l'année 1475. Quelques autres Auteurs la rapportent à l'année 1472, & ils conjecturent que le nombre de l'année étant écrit en Carecteres Romains, on a pû former un V. d'un II.

On l'apperçut le 13 Janvier ſous le ſigne de la Balance avec les étoiles de la Vierge. Elle avoit d'abord un mouvement lent, juſqu'à ce qu'elle arriva proche de l'Epy de la Vierge qui étoit alors vers le 16e degré & demi de la Balance. Elle paſſa par la jambe gauche de Bootes, d'où s'éloignant elle faiſoit en un jour 40 degrés d'un grand cercle. Sa plus grande diſtance à l'Ecliptique fut de 77 degrés, & elle ſe rapportoit alors au milieu de l'Ecreviſſe. Elle paſſa entre les Poles du Zodiaque & de l'Equinoxial, dirigeant ſa courſe vers le milieu des deux pieds de Cephée, par la poitrine de Caſſiopée & le ventre d'Andromede. Ayant paſſé enſuite le long du poiſſon ſeptentrional où ſon mouvement ſe rallentiſſoit beaucoup, elle traverſa le Zodiaque vers le milieu d'Aries, juſqu'à ce qu'étant arrivée aux étoiles de la Baleine, elle ſe cacha avec elles dans les rayons du Soleil. L'Auteur ajoûte que cette Comete par ſon mouvement propre décrivit une portion d'un grand cercle, allant vers Septentrion & contre la

ſuite des ſignes de Libra en Aries ; qu'au commencement & à la fin ſon mouvement étoit lent, qu'au milieu de ſon apparition il étoit très-vite, faiſant en un jour près de quatre ſignes depuis la fin de la Vierge juſqu'au commencement des Gemeaux, & que ſi elle avoit continué de même elle auroit fait le tour du Ciel, & ſeroit retournée en Libra. Il croyoit qu'elle pouvoit le faire, parce qu'elle étoit encore aſſez grande quand elle ſe cacha dans les rayons du Soleil. Il paroît par cette deſcription que cette Comete, pendant le tems de ſon apparition ; parcourut plus de la moitié d'un grand cercle, ce qui eſt bien rare. C'eſt pourquoi Kepler a de la peine à le croire, & il interprete à ſa maniere ce qui eſt dit de ſa proximité à l'Epy de la Vierge dont la latitude eſt meridionale.

Après la Comete de l'année 1472 qui paſſa obliquement entre les deux Poles Septentrionaux de l'Ecliptique & de l'Equinoxial, il y en eut une autre obſervée l'an 1556 par Homelius & rapportée par Riccioli & par Hevelius, qu'on dit avoir paſſé très- proche de ces deux Poles. Le 5 Mars de l'an 1556 elle ſe trouva proche de l'étoile qui eſt dans l'aîle gauche de la Vierge au-deſſus de l'Epy, le 8 elle fut ſur les genoux de Bootes, le 9 elle fut très-proche d'Arcturus, d'où elle alla par la circonference d'un grand cercle proche du Pole boreal de l'Ecliptique, qu'elle laiſſa à droite, faiſant alors plus de 15 degrés par jour. Elle monta avec une grande viteſſe vers le Pole ſeptentrional du monde, d'où elle pourſuivit ſa route vers Saturne qui étoit alors en Aries, paſſant par Andromede & par les Poiſſons où elle diſparut.

Camerarius dit que cette Comete ne s'éloigna pas beaucoup d'un grand cercle, qu'elle en parcourut la moitié coupant l'Ecliptique preſque à l'onziéme degré de Libra & à l'onziéme degré d'Aries.

Comme le cercle qui paſſe par les deux Poles de l'Ecliptique & de l'équinoxial paſſe auſſi par le commencement du Cancer & du Capricorne, & que la Comete coupa l'Ecliptique proche du commencement d'Aries, il

paroît que le cercle de cette Comete coupa presque directement l'arc qui est entre les deux Poles, & qu'elle passoit éloignée de l'un & de l'autre Pole d'environ douze degrés, supposant qu'elle soit passée aussi éloignée d'un Pole que de l'autre.

En comparant ensemble ces deux descriptions, on voit que la route de la Comete de l'an 1556 n'étoit pas éloignée de la route de la premiere qui avoit été observée l'an 1472; mais la route de la Comete que nous avons observée dernierement étoit dirigée vers le Pole de l'Ecliptique par une route assez differente qui coupoit ce cercle proche du commencement d'Aquarius.

Outre ces deux Cometes qui ont paru dans l'hemisphere septentrional du Ciel allant vers les deux Poles septentrionaux, & revenant de ces deux Poles vers l'Ecliptique, il y en a une que nous avons observée l'an 1699 depuis le 19 Fevrier jusqu'au 6 de Mars, & que le P. Fontenay Jesuite commença d'observer à la Chine deux jours auparavant. Elle n'étoit pas éloignée du Pole septentrional de l'équinoxial lorsqu'on commença de la voir, son mouvement étant dirigé du Septentrion vers le Midy sur la circonference d'un grand cercle, qui continué dans le Ciel, passe à 14 degrés de distance du Pole de l'Ecliptique, & fort proche du Pole septentrional du globe du Soleil. L'inclinaison de cette Comete à l'égard de l'Ecliptique & à l'égard de l'Equinoxial des taches, est à peu près la même que celle de l'année 1472, mais sa route est differente; la Comete de 1699 ayant coupé l'Ecliptique vers le 21 degré des Gemeaux, au lieu que celle de 1472 la coupa vers le milieu d'Aries & de Libra.

Il y a aussi une autre Comete dont le mouvement étoit dirigé du Septentrion vers le Midy, qui fut observée l'an 1689 à Pondicheri & à Malaca par les Peres Jesuites depuis le 10 de Decembre jusqu'au 23 du même mois. On commença de la voir dans l'hemisphere meridional du Ciel proche des étoiles qui sont sur la tête du Loup; & après avoir parcouru cette constellation, elle s'approcha du

du pied du Centaure, parcourant un cercle qui coupoit l'Ecliptique au 28e degré du Scorpion, & qui étant presque dirigée au Pole meridional de l'Ecliptique, n'en declinoit que de 3 degrés environ.

Cette grande diversité que l'on observe dans la route de differentes Cometes, dont la direction est souvent fort differente de celle du mouvement des taches du Soleil, donne lieu de juger que le principe du mouvement de ces Cometes est different de celui du mouvement des Planetes & des Taches du Soleil. Et quoique nous ayons autrefois remarqué qu'il y a dans le Ciel des endroits plus frequentez par les Cometes que les autres, la continuation des observations a fait connoître qu'il y a d'autres Cometes qui vont par des routes fort differentes, & qu'il y en a aussi qui vont vers le même terme, & en reviennent tantôt par la même route, tantôt par d'autres, sans s'eloigner beaucoup de la portion d'un grand cercle.

Tout ce que nous pouvons faire est de ranger en certaines classes celles qui tiennent les mêmes routes avec les mêmes degrés de vitesse, & d'observer si les mêmes apparences ne reviennent point avec de pareilles circonstances pour pouvoir juger par leur conformité s'il y en a quelques-unes qui à leur retour puissent être censées les mêmes.

Ceux qui supposent que les Cometes se forment des exhalaisons de la Terre, auront aussi beaucoup de difficulté à expliquer la cause qui les fait tant décliner de l'équinoxial, à moins qu'ils ne s'imaginent que ces Cometes suivent le cours de cette matiere invisible que l'on suppose aller d'un Pole de la Terre à l'autre, & qui range les éguilles aimantées vers les Poles de la Terre. Si cela étoit la vertu magnetique du globe de la Terre s'étendroit bien loin, puisque le peu de parallaxe que l'on trouve pour l'ordinaire dans les Cometes les place à une si grande distance de la Terre.

Le Ciel qui n'a été serein que pendant quelques intervalles, ne nous a pas permis d'emploïer la methode que

nous pratiquons ordinairement pour déterminer la distance d'un objet celeste à la Terre. Cette methode qui est exposée dans le Traité de la Comete de l'an 1680 demande des observations de plusieurs jours de suite faites aux mêmes heures pour pouvoir déterminer la vitesse apparente du mouvement journalier de la Comete, de sorte que l'on puisse à chaque instant sçavoir son ascension droite à l'égard de quelques étoiles fixes. Elle demande aussi des observations faites à d'autres heures du jour fort éloignées les unes des autres pour pouvoir déterminer à ces heures l'ascension droite apparente de la Comete à l'égard des mêmes étoiles fixes. Alors comparant cette ascension droite avec celle que l'on a trouvée par le calcul tiré des observations des jours précedens, si le calcul s'accorde précisément avec les observations, on en peut conclure que la Comete n'a point de parallaxe sensible; si l'ascension droite trouvée par les observations est differente de celle qui a été déterminée par le calcul, cette difference est l'argument de la parallaxe.

Dans les essais que nous avons fait de cette methode à l'occasion des autres Cometes, nous n'avons jamais trouvé cet argument de la parallaxe de plus de deux ou trois secondes d'heure, qui font peu de chose pour l'évidence de cette recherche; ce qui nous a persuadé qu'à moins d'avoir plusieurs jours de suite de beau-tems pour des observations si délicates, il est inutile de les entreprendre.

Pendant tout le tems que cette Comete a paru, nous avons été souvent plusieurs jours sans pouvoir l'observer; & lorsque le Ciel s'est découvert, nous n'avons eu que le tems qui étoit nécessaire pour déterminer avec justesse son ascension droite à l'égard des étoiles fixes vers la même heure du jour, & presque jamais à des heures assez éloignées l'une de l'autre. C'est pourquoi il faut nous contenter de sçavoir le rapport de ses diverses distances à la Terre entr'elles en diverses observations, qui est à peu près comme celui des secantes des arcs de sa distance

ou Perigée déterminée par la Theorie. Si cette Comete vûë par la Lunete avoit été bien terminée, on auroit examiné par la quantité de son disque qui auroit ëté éclairée, si on pouvoit tirer quelque consequence de son exposition à la Terre & au Soleil, & juger de la proportion de sa distance au Soleil & à la Terre, comme on en juge à peu près par les Phases de la Lune comparées à sa distance apparente du Soleil. L'irrégularité de sa circonference apparente n'a pas permis d'entreprendre cette recherche : l'on peut seulement conjecturer par son mouvement apparent, qui étoit plus lent dans son Perigée que celui de la Lune dans son Apogée, que sa distance à la Terre étoit plus grande que celle de la Lune, supposé que cette Comete soit dans le systême Lunaire.

Dans le systéme de Copernic & de Tycho où la Lune est située entre le cercle de Venus & de Mars, il y a une assez grande étenduë pour y pouvoir placer des Cometes, quand même dans leur Perigée elles n'auroient point de parallaxe sensible.

On peut voir dans le Livre des Voyages de l'Academie, & dans nos Elemens d'Astronomie qui y sont inserés, les efforts que nous avons fait pour déterminer la distance de Mars, lorsqu'il étoit dans sa plus grande proximité à l'égard de la Terre, ce qui n'arrive que de 33 en 33 ans, & la peine que nous eumes à la déterminer.

Quoique dans les essais que nous avons faits de cette methode en diverses Cometes nous ayons trouvé leur parallaxe très-petite, il y a eu neanmoins en d'autres tems des Cometes dont la parallaxe étoit fort grande. Celle qui fut observée l'an 1472 par Regiomontanus, dont nous avons parlé cy-dessus, avoit à ce que dit Zieglerus, une parallaxe de 6 degrés, & s'approcha par consequent de la Terre d'environ la 6e partie de la distance de la Lune à la Terre.

Elle ne paroissoit par s'être formée des exhalaisons de la Terre, comme les Philosophes de ce tems-là le supposoient ; car depuis le commencement de son apparition

elle augmentoit de grandeur apparente & de mouvement d'un jour à l'autre, & après un mouvement très-rapide vers le milieu de son apparition, elle diminua de vitesse & de grandeur apparente, continuant sa route vers le Ciel après avoir traversé l'orbe de la Lune.. Il y a eu diverses autres Cometes qui en s'approchant de la Terre ont augmenté de grandeur & de vitesse apparente.

Par les observations que Mestlin fit de la Comete de l'an 1580, il paroît que son mouvement apparent augmenta pendant 10 à 12 jours, & il diminua ensuite.

Suivant les observations & le témoignage de Kepler le mouvement de la derniere Comete de l'an 1618 augmenta l'espace de 12 jours, & diminua après.

Nous vîmes aussi à Rome la Comete de l'an 1664 augmenter de grandeur apparente & de vitesse depuis le 18 jusqu'au 29 du mois de Decembre, où son mouvement journalier fut à peu près égal à celui de la Lune, & il diminua ensuite tant en grandeur qu'en vitesse apparente, comme il paroît par les Ephemerides que nous en publiâmes la même année.

La premiere Comete de l'an 1680 augmenta aussi de vitesse & de grandeur apparente pendant les quinze premiers jours de son apparition, & diminua ensuite jusqu'à ce qu'elle se cacha le matin dans les raïons du Soleil.

La seconde Comete de la même année 1680 en sortant le soir des raïons du Soleil commença de paroître le 20 Decembre, & augmenta en grandeur & en vitesse jusqu'au 3e Janvier pendant l'espace de 14 jours, & diminua ensuite,

La Comete de l'an 1683 observée par Hevelius & par M. Kirchius augmenta continuellement de vitesse & de grandeur apparente pendant 43 jours, jusqu'à ce qu'elle fut cachée par la grande clarté de la Lune & par les vapeurs de l'horizon.

Nous avons donc un assez grand nombre de Cometes qui ont augmenté pendant long-tems depuis la premiere apparition, & ont diminué dans la suite. S'il y en a d'au-

tres qui ont diminué de grandeur & de viteſſe après leur premiere apparition, il y a apparence qu'elles auroient été viſibles auparavant ſi la conſtitution de l'air l'eût permis, ou ſi on eût été attentif à les chercher à l'endroit où elles ſe trouvoient.

Il y a eu auſſi quantité de Cometes qui ont été obſervées en quelque endroit de la Terre long-tems avant qu'elles aïent été obſervées dans les autres. Telle fut la premiere de l'an 1680, qui fut obſervée en Allemagne treize jours auparavant qu'elle fût obſervée en Italie, & ne fut point obſervée en France. Celle de l'an 1683 fut obſervée en Allemagne, ſans qu'on ſçache qu'elle ait été obſervée autre part. Nous ne ſçavons point que celle de l'année 1706 ait été obſervée en d'autres endroits qu'à Paris, & celle de l'année derniere a été obſervée à Bologne par Mrs Manfredi & Stancari trois jours avant qu'on l'ait pû obſerver à Paris, & elle n'a pû être apperçûë en diverſes Villes de France, quoiqu'auſſitôt après l'avoir découverte nous en euſſions donné part à nos Correſpondans, en leur marquant la route qu'elle devoit décrire dans le Ciel.

Ces conſiderations & d'autres que nous avons rapportées en divers Traitez, & dans les Memoires de l'Academie des années 1699 & 1702, nous portent à ſuppoſer que ces Cometes, dont le mouvement inégal en apparence ſe peut réduire à l'égalité, de même que celui des Planetes ordinaires, telles que ſont toutes celles que nous avons obſervées, ſont plutôt une eſpece particuliere de Planete, comme pluſieurs Anciens le ſuppoſoient, que de nouvelles productions formées par les exhalaiſons de la Terre, du Soleil & des autres aſtres.



OBSERVATIONS.

Sur les Analyses du Corail & de quelques autres Plantes pierreuses, faites par M. le Comte Marsigli

PAR M. GEOFFROY.

1708. 29. Fevrier.

MOnsieur le Comte Marsigli après avoir long-tems douté que la Corail fût une veritable Plante, en fut enfin convaincu par l'experience suivante.

Il avoit mis tremper dans de l'eau de la mer quelques branches de Corail nouvellement pêchées, Il s'apperçut au bout de quelque tems que de petits tubercules rouges qui étoient à la surface de son écorce s'épanoüissoient peu à peu, & enfin se dévelopoient en fleurs blanches qui avoient la forme d'une étoile à huit pointes, soûtenuës par un petit calice divisé de même en huit parties. Lorsqu'il retiroit ces branches de l'eau, les fleurs se refermoïent aussi-tôt, & ne formoient plus que des tubercules rouges; en exprimant ces tubercules il en sortoit un suc laiteux. Lorsqu'il remettoit dans l'eau de la mer ces branches de Corail, ces tubercules s'épanoüissoient de nouveau en fleurs. Ce qui continua de la sorte pendant huit ou dix jours que les boutons cesserent enfin de s'épanoüir.

Après cette experience il ne douta plus que le Corail ne fût une Plante. Il ne desespera pas même de pouvoir l'analyser à la maniere des autres Plantes, & d'en separer les principes. Il tenta cette analyse, & il la tenta non seulement sur le Corail, mais encore sur plusieurs autres matieres qui lui avoient paru jusqu'alors de simples concretions pierreuses, & le succès répondit à son attente.

Il a envoïé à l'Academie Royale des Sciences des échantillons des differentes Plantes marines pierreuses

qu'il a analyſées, & les ſubſtances qu'il en a tiré par la diſtillation, afin qu'on pût examiner s'il y a quelque difference entre ces principes & ceux des vegetaux.

Ces matieres ſont l'écorce de Corail rouge. Le Corail dépoüillé de ſon écorte, & pêché depuis trois jours ſeulement. Le Corail ſans écorce pêché depuis un an. Une ſubſtance qu'il nomme Calice qui eſt une eſpece de Madrepore naiſſante. Une autre qu'il nomme faux Corail. Le Reticolata ou eſpece de rezeau marin pierreux, nommé *Eſchara marina*. Ce qu'il appelle Tartariſation, qui eſt une Plante pierreuſe ou eſpece de Corail raboteux & brun. L'Os marin & une autre ſorte de vegetation à laquelle il donne le nom de grande Congelation de Barbarie, qui ne paroiſſent être qu'une même Plante marine, avec cette difference que celle-ci eſt une jeune branche & d'une tiſſure moins compacte, & que l'autre eſt le tronc de la Plante, & d'une tiſſure plus denſe & plus ſolide. Ces trois vegetations ſont des eſpeces de Madrepore. Le Corail blanc ou *Corallium verrucoſum*, ſelon lui: Corail porreau. L'Incrutaion qu'il nomme Lambert, & qui nous paroît un *Lichen* ou mouſſe pierreuſe de couleur de chair. Et la Coagulation marine qu'il nomme Magiotan, & qui ne paroît être que le même *Lichen* qui envelope & lie enſemble de la terre, du ſable & des coquillages.

Il a analyſé trois onces de chacune de ces matieres, ce qui eſt à la verité une fort petite quantité; mais elle n'a pas laiſſé de fournir une portion ſuffiſante de principes pour en reconnoître la nature.

Toutes ces Plantes pierreuſes ont donné du phlegme, de l'eſprit volatil urineux, dans lequel domine preſque toûjours une odeur de marine, de l'huile rouge ou noire épaiſſe & puante. Ce qui eſt reſté dans la Cornuë, aïant été leſſivé, a donné un peu de ſel fixe lixiviel. Toutes ces Plantes ont fourni plus ou moins de ces principes; mais celles qui ont été long-tems gardées après avoir été tirées de la mer, n'ont donné que très-peu de liqueur en

comparaiſon de celles qui ont été diſtillées peu de tems après avoir été pêchées.

J'ay voulu comparer l'analyſe du Corail, tel que nous l'avons ici, avec celle que M. le Comte Marſigli avoit faite. J'ai pris pour cela une livre de Corail rouge, tel que les Droguiſtes le vendent, c'eſt-à-dire, tiré de la mer depuis très long-tems, & dépoüillé de ſon écorce. Je l'ai diſtillé par la Cornuë, il a rendu premierement deux gros & dix grains d'eſprit volatil urineux rouſſeâtre, & environ deux ou trois grains d'huile fetide. J'ai fait calciner la matiere reſtée dans la Cornuë, & j'en ai retiré par la leſſive un gros & cinquante grains de ſel fixe d'un goût ſalin. La tête-morte qui reſtoit étoit une eſpece de chaux. L'eſprît qui ne me paroît point different de celui que l'on tire de la corne de Cerf, m'a paru tout ſemblable à celui que M. le Comte Marſigli avoit tiré du Corail pêché depuis long-tems. Ils verdiſſent tous deux le ſirop violat, & font un coagulum blanc avec la ſolution du ſublimé corroſif. Pour le ſel fixe tiré de la tête-morte, j'y ai trouvé quelque difference. Car celui que j'ai tiré fait un coagulum blanc avec la ſolution de ſublimé corroſif, ce que ne fait point le ſel qu'il en a tiré. Je ne découvre point la raiſon de cette difference. Aucuns des ſels fixes qu'il a envoïez ne fait point non-plus de coagulum avec la même ſolution. Ils verdiſſent tous le ſirop violat, ainſi que fait le ſel fixe que j'ai tiré du Corail. Je ſoupçonnerois que cette difference pourroit venir de ce que le ſel fixe qu'a retiré M. le Comte Marſigli eſt reſté mêlé d'une ſi grande quantité de terre étrangere, qu'elle l'emporte de beaucoup ſur la partie ſaline, & en amortit l'effet.

Il reſulte de toutes ces analyſes que le Corai & toutes les autres vegetations marines rapportées par M. le Comte Marſigli ſont de veritables Plantes qui approchent quant à leur conſiſtence de la nature de la pierre, comme nous avons déja vû les Lythophytons approcher de la nature de la corne des animaux. On en peut même conclure

clure pour l'uſage Medicinal, qu'on ne doit pas regarder le Corail comme un ſimple abſorbant, mais comme une matiere qui a un ſel volatil & une huile joints à ſa terre qui peuvent avoir d'autres proprietez, & qu'il n'eſt pas indifferent d'emploïer un Corail pêché nouvellement ou depuis long-tems.

M. le Comte Marſigli a voulu joindre à ces analyſes celle de la Roche qui forme le baſſin ou le fond de la mer, mais il n'en a pû retirer aucun principe; ce qui fait voir que les principes de la vegetation des uns, ſont bien differens des principes de concretion qui forment les pierres.

Il reſte une choſe à deſirer, c'eſt un examen plus exact du ſuc laiteux qui fait la ſeve du Corail. Le P. Boccone dit qu'il eſt âcre & piquant. Seroit-il cauſtic comme le ſuc blanc des Tithymaux & des autres Plantes laiteuſes? Cauteriſeroit-il la peau comme ces ſucs? Pourroit-on avoir une aſſez grande quantité de cette liqueur fraîche pour la diſtiller ſeule, pour examiner les principes qu'elle rend, & en quelle quantité elle les rend? N'en pourroit-on pas mêler avec des acides, des alcalis, & differentes autres liqueurs pour voir les effets qu'elle produiroit? Ces experiences nous inſtruiroient encore plus à fonds de l'hiſtoire du Corail, & de ſes principales proprietez.



OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE VENUS PAR LA LUNE.

Du 23 Fevrier 1708.

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

1708. 24. Fevrier. LE 23 Fevrier 1708 à 6^h 24′ du ſoir la Lune ayant paru entre des nuages qui couvroient la partie du Ciel qui eſt près de l'horizon Occidental, nous apperçûmes Venus qui étoit proche de la partie de la Lune qui n'eſt point éclairée par le Soleil. Elle nous en parut alors éloignée d'un peu plus de la moitié du diametre de la Lune; mais nous ne pûmes pas déterminer la ſituation de ces Planetes entr'elles, à cauſe des nuages qui interrompirent nos Obſervations.

Le Ciel s'étant entierement découvert ſur les $6^h \frac{3}{4}$, nous dreſſâmes une Lunette montée ſur une machine parallactique à la Lune, enſorte que ſa corne ſuperieure raſoit par ſon mouvement à l'Occident un des fils placez à angles de 45 degrez au foyer de cette Lunete, & nous fîmes les Obſervations ſuivantes.

A 6^h 48′ 19″ Le bord éclairé de la Lune paſſa au fil horaire.

6 48 44 La Corne ſeptentrionale au fil horaire.

6 50 14 Venus au premier Oblique.

6 50 26 Venus au fil horaire.

6 50 37 Venus au ſecond Oblique.

A 6^h 58′ 20″ Venus étoit dans le même parallele que la Corne ſeptentrionale de la Lune. Le paſſage de la Lune par le fil horaire étoit de 2′ 6″, y compris la partie claire & l'obſcure qu'on diſtinguoit aſſez bien à la vûë.

A 7^h 3′ l'on voïoit à la vûë ſimple Venus placée ſur le

bord de la Lune, qui n'étoit point éclairé du Soleil.

A $7^h\ 3'\ 40''$ Venus parut par la Lunete de 34 pieds entrer dans le bord obſcur de la Lune, & diminuer de grandeur.

A $7^h\ 3'\ 55''$ Venus fut entierement éclipſée par la Lune à la Lunete de 34 pieds. Cette immerſion fut obſervée dans le même inſtant par M. Maraldi avec une Lunete de 12 pieds. On n'apperçut aucun changement extraordinaire dans la figure de cette Planete lorſqu'elle entra dans la Lune. Elle ne paroiſſoit pas bien terminée, à cauſe des vapeurs qui étoient près de l'horizon.

A $7^h\ 22'$ la Lune ſe cacha dans les nuages.

L'on a par le moïen des Obſervations que l'on vient de rapporter déterminé dans une figure la trace apparente de la Lune à l'égard de Venus, dont l'on s'eſt ſervi pour déterminer l'endroit où cette Planete s'eſt éclipſée, & celui d'où elle ſeroit ſortie ſi on avoit pû l'obſerver.

L'on voit par cette figure que Venus a paſſé à 5 ou 6 minutes du centre de la Lune vers ſon bord ſeptentrional, & que ſa durée a dû être près d'une heure; deſorte que ſon Emerſion ne pouvoit pas être viſible ſur notre horizon.

COMPARAISON

Des Obſervations de l'Eclipſe de Venus par la Lune, faites à Paris & à Marſeille le 23 Fevrier 1708.

PAR M. CASSINI le fils.

LE P. de Laval & M. Chazelles nous ont communiqué l'Obſervation de l'Eclipſe de Venus par la Lune, qu'ils ont faite à Marſeille le 23 Fevrier en compagnie de M. Royer, qui obſerva le 23 & le 25 des hauteurs correſpondantes du Soleil, leſquelles étant comparées avec celles qui avoient été obſervées quelques jours aupara-

1708. 31. Mars.

vant, servirent à déterminer exactement l'état de l'horloge.

Ayant disposé une Lunete en sorte que le bord superieur de la Lune suivît exactement un des fils qui se croisoient au foyer à angles de 45 degrés, ils observerent à diverses fois le passage des bords de la Lune par le fil horaire, & celui de Venus par les fils horaires & obliques pour determiner à diverses heures la situation de ces Planetes entr'elles, & décrire par ce moïen la trace apparente du mouvement de Venus, qui par ces Observations paroît avoir passé fort près du centre de la Lune avec une latitude meridionale de quelques secondes. Ces Observations étoient nécessaires pour determiner la latitude apparente de Venus à l'égard du centre de la Lune, l'Emersion de cette Planete de la partie claire de la Lune qui sert ordinairement à la trouver n'aïant pas pû être observée à Paris ni à Marseille.

A $7^h\,16'\,54''$ à Marseille Venus touchoit le bord obscur de la Lune.

A $7^h\,17'\,32''$ Venus étoit beaucoup diminuée.

$7^h\,17'\,38'\frac{1}{2}$ Venus entierement éclipsée par la Lune, ce que l'on a observé également par toutes les Lunetes.

On observa à Paris que Venus entroit dans le bord obscur de la Lune à $7^h 3'40''$, & son Immersion totale à $7^h 3'55'$.

Dans l'Observation de Marseille le tems que le diametre de Venus a emploïé à entrer dans la Lune a été de $44''\frac{1}{2}$ beaucoup plus long que celui que nous avons observé à Paris, ce qui vient apparemment de ce que la lumiere de Venus empêchoit de distinguer le bord obscur de le Lune qui lui étoit proche. C'est pourquoi nous nous contenterons de comparer ensemble le tems de l'Immersion totale, qui de même qu'à Marseille a été observé à Paris dans le même instant par des Lunetes de grandeur differente.

Pour determiner plus exactement la difference des meridiens qui resulte de la comparaison de ces Observations, j'ai calculé le lieu de Venus par le moïen des Ob-

ſervations que nous avons faites le 24 & le 25 du même mois au paſſage de cette Planete par le meridien. Ces Obſervations nous ont auſſi ſervi à determiner la declinaiſon de cette Planete qui étoit alors meridionale, & ſon paſſage par le meridien le 23 Fevrier à $1^h\ 32'\ 44''$ que nous n'avions pas pû obſerver immediatement, qui ſont deux élemens neceſſaires pour le calcul de ces Eclipſes.

J'ai calculé auſſi le lieu de la Lune par les Tables de mon Pere, & j'ai trouvé que la conjonction de ces deux Planetes en longitude a dû arriver le 23 Fevrier à $5^h\ 47'$ du ſoir à $28^d\ 52'\ 40''$ des Poiſſons, la latitude meridionale de la Lune étant de $50'\ 30''$ & celle de Venus de $1^d\ 3'\ 10''$, ce qui s'accorde à quelques minutes près au calcul tiré des Tables de M. de la Hire. Par le calcul qui reſulte du lieu de ces Planetes marqué dans la Connoiſſance des Tems dont l'on ſe ſert pour determiner ces Eclipſes, cette conjonction devoit arriver à $5^h\ 14'$ trente-trois minutes plutôt que par ce nouveau calcul, ce qui eſt en partie cauſe de la difference que l'on a trouvé entre l'Obſervation & le tems auquel on l'avoit calculé.

La trace apparente du mouvement de la Lune à l'égard de Venus ayant été déterminée à Paris & à Marſeille par des Obſervations immediates, l'on s'en eſt ſervi pour repreſenter dans une Figure où l'on avoit tracé les paralleles de Paris & de Marſeille, l'Obſervation faite à Paris, & corriger l'Orbite de la Lune qui reſulte des Tables.

Suivant cette détermination la latitude de la Lune devoit être de 49 minutes, plus petite de $1'\ 30''$ que celle que l'on a marqué ci-deſſus, & la conjonction en longitude a dû arriver à $5^h\ 47'\ 28''$, ce qui ne s'éloigne que de quelques ſecondes de celle que l'on avoit déterminé par le dernier calcul.

Ayant enſuite placé une pointe de compas ſur le parallele de Marſeille à $7^h\ 17'\ 38''$ heure de l'Immerſion totale, l'on a décrit à l'intervalle du demi-diametre de la Lune un arc de cercle qui coupe l'Orbite de la Lune, ſur laquelle les heures ſont marquées au meridien de Paris à

$7^h\ 5'\ 20''$, ce qui donne la difference des Meridiens entre Paris & Marseille de $0^h\ 12'\ 18''$
à quelques secondes près de celle que l'on a déterminé par diverses autres Observations.

Ceux qui auront été 8 à 10 dégrez à l'Occident de Paris, à peu près sur le même parallele, auront pû observer l'Emersion de cette Planete de la partie claire de la Lune, qui suivant la figure devoit arriver à Paris à $8^h\ 0'\ 45''$, ce qui donne la durée de l'Eclipse d'environ 57 minutes.

OBSERVATION

Du l'Eclipse de la Planete de Venus, le 23 Fevrier au soir 1708 à l'Observatoire.

PAR M. DE LA HIRE.

1708. 24. Fevrier. VEnus commenca à être cachée par la partie obscure de la Lune à $7^h\ 3'\ 48''$.

Elle fut entierement éclipsée à $7^h\ 3'\ 58''$.

Venus entra dans la partie obscure de la Lune à 6′ environ de la perpendiculaire tirée à la ligne des Cornes & qui passoit par le centre de la Lune, & Venus étoit vers le Septentrion à l'égard de cette ligne.

COMPARAISON

De l'Eclipse de Venus par la Lune du 23 Fevrier 1708, avec le calcul tiré des Tables Astronomiques de mon Pere.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

1708. 7. Mars. NOus observâmes le milieu de cette Eclipse à $7^h\ 3'\ 53''$ du soir; mais comme on trouve dans la Connoissance des Tems que cette Eclipse devoit arriver à $6^h\ 24'$,



Fragmentum Planisphærii [illegible] in marmore insculptum, et [illegible] Romæ [illegible]

pse de Venus par la Lune
23. Fevrier 1708.

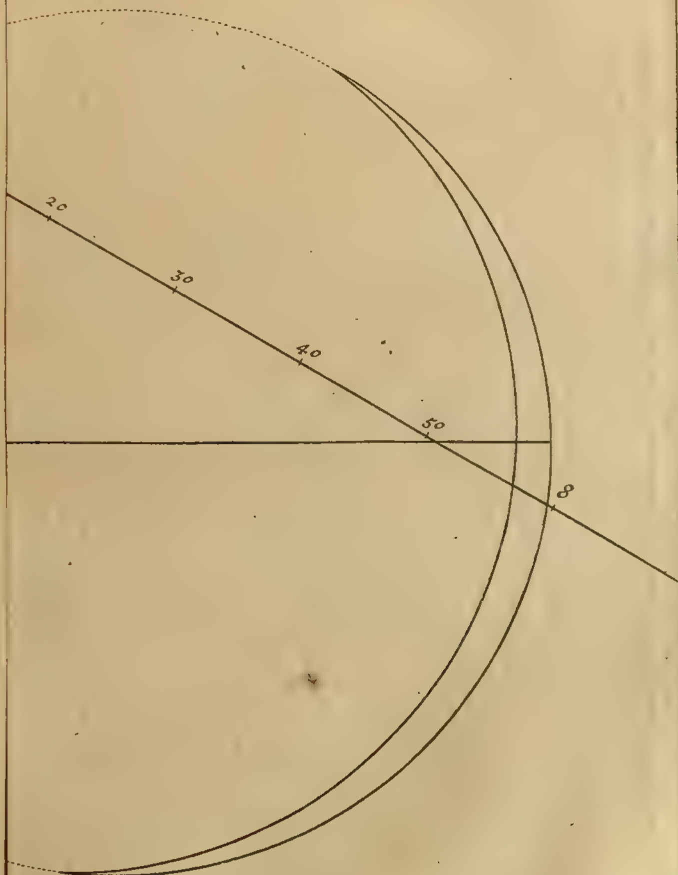
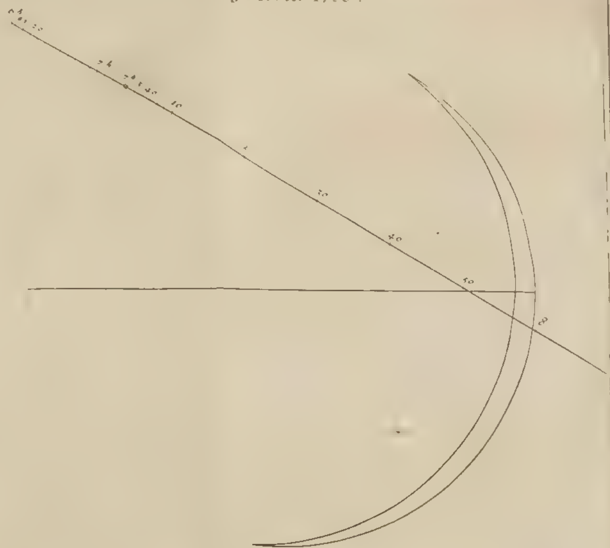


Figure de l'Eclipse de Venus par la Lune du 23. Fevrier 1708.



ce qui étoit éloigné de l'Obſervation , nous avons tiré des Ephemerides de l'Academie qui ſont calculées ſur les Tables de mon Pere , & qui ſervent de fondemens aux calcul de la Connoiſſance des Tems, que la longitude de la Lune à 6^h 30′ du ſoir étoit à 29° 32′ des Poiſſons avec une latitude auſtrale de 47′ , & à 7^h 30′ qu'elle étoit à 0° 5′ d'Aries avec une latitude auſtrale de 44′ , & que Venus à 6^h 30′ étoit à 28° 54′ des Poiſſons avec une latitude auſtrale de 1° 6′ , & à 7^h 30′ qu'elle étoit à 28° 57′ des Poiſſons avec une latitude auſtrale de 1° 6′.

Mais comme ces poſitions ne ſont tirées que par des parties proportionnelles , il s'y peut trouver des erreurs conſiderables , & principalement dans la Lune dont le mouvement eſt fort prompt. C'eſt ce qui nous a engagé à calculer exprès pour ces mêmes tems les lieux de Venus & de la Lune, & nous avons trouvé qu'à 6^h 30′ la Lune étoit à 29° 18′ 1″ des Poiſſons avec une latitude auſtrale de 48′ 30″, en ſorte que ſa longitude étoit moindre que celle des Ephemerides de 14′ , & la latitude étoit plus grande de 1′ 30″, & qu'à 7^h 30′ la Lune étoit à 29° 50′ 54″ des Poiſſons avec une latitude auſtrale de 45′ 34″, enſorte que ſa longitude étoit moindre que celle des Ephemerides de près de 14′, & ſa latitude plus grande de 1′ 34″.

Pour Venus nous avons trouvé qu'à 6^h 30′ ſa longitude étoit au 28° 52′ 58″ des Poiſſons avec une latitude auſtrale de 1° 3′ 42″ ; cette longitude eſt ſeulement plus petite de 1′ que celle des Ephemerides, & la latitude plus petite auſſi de 2′ 18″. Pour 7^h 30″ nous avons trouvé que la longitude de Venus étoit à 28° 56′ 3″ des Poiſſons , & la latitude de 1° 3′ 37″ auſtrale ; donc cette longitude eſt plus petite de 1′ à peu près que celle des Ephemerides, & cette latitude plus petite auſſi de 2′ 23″.

Par le moïen de ces poſitions que nous avons calculées, nous avons determiné le diametre & la parallaxe de la Lune pour les tems marquez ci-deſſus, d'où enfin nous avons conclu que le milieu de l'Immerſion du centre de Venus étoit arrivé à 6^h 59′, ce qui n'eſt éloigné de l'Ob-

ſervation que de 7′ 53″, ce qui ne fait guere que 3′ ½ de degré de difference entre les poſitions de Venus & de la Lune calculées & obſervées, ce qui n'eſt pas conſiderable par rapport à tous les élemens qu'il faut y emploïer.

EXPLICATION DE LA FIGURE.

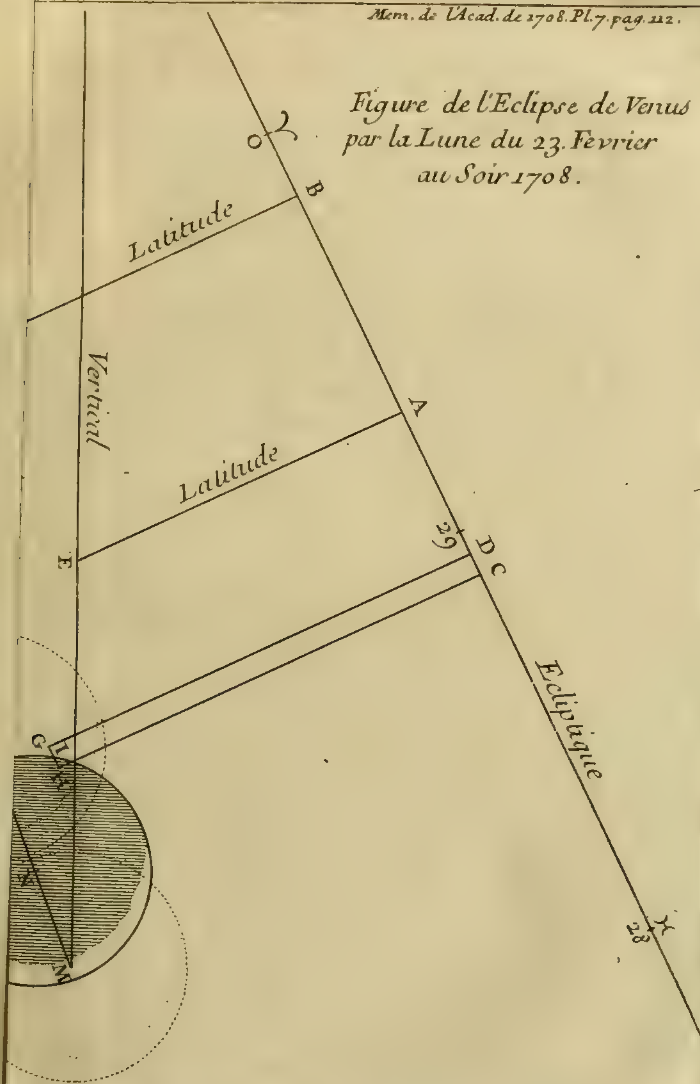
LA ligne *BC* repreſente l'Ecliptique ſur laquelle le point *A* marque le lieu de la Lune réduit à l'Ecliptique à 6^h 30′ du ſoir, & *AE* eſt la latitude auſtrale de la Lune pour ce même tems. Le point *B* eſt le lieu de la Lune réduit à l'Ecliptique à 7^h 30′ du ſoir, & *BF* eſt la latitude auſtrale de la Lune pour ce même tems.

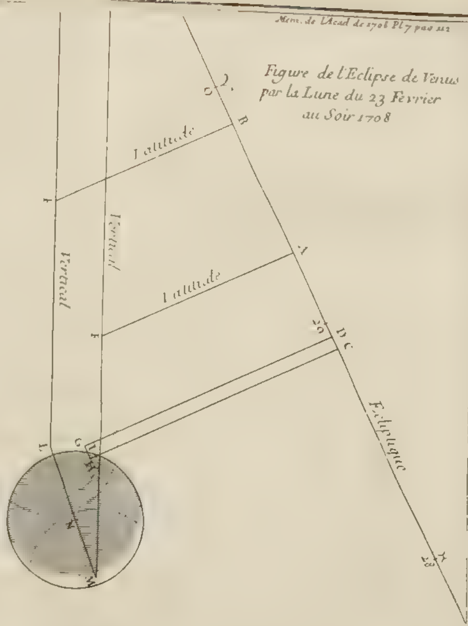
L'angle *AEM* eſt celui du vertical avec le cercle de longitude ſur lequel eſt marqué la latitude de la Lune à 6^h 30′. L'angle *BFL* eſt celui du vertical avec le cercle de longitude ſur lequel eſt marqué la latitude de la Lune à 7^h 30′.

La ligne *EM* eſt le vertical où étoit la Lune à 6^h 30′ ſur lequel on a pris la grandeur *EM* égale à la parallaxe de la Lune qu'on a determinée pour la hauteur où elle étoit, ce qui a donné le point *M* qui eſt le lieu apparent de la Lune à 6^h 30′. La ligne *FL* eſt le vertical où étoit la Lune à 7^h 30′ ſur lequel on a porté la parallaxe *FL* pour avoir le point *L* qui eſt le lieu apparent de la Lune à 7^h 30′, & ayant mené la ligne *ML* on a eu le mouvement horaire apparent de la Lune.

Le point *C* eſt le lieu de Venus reduit à l'Ecliptique à 6^h 30′, & *CH* ſa latitude auſtrale pour ce tems. Le point *D* eſt le lieu de Venus reduit à l'Ecliptique à 7^h 30′, & *DG* ſa latitude auſtrale pour ce tems; ainſi on aura les lieux de Venus en *H* & *G* pour ces deux tems, & la ligne *HG* ſera le mouvement horaire de Venus.

Le point *N* qui eſt le centre de la Lune eſt placé ſur *ML*, en ſorte que ſon bord diviſe *HG* en *I* en même raiſon & dans le même ordre que le point *N* diviſe *ML*; & ayant connu en tems la grandeur *MN* & l'ayant ajoûté à 6^h 30′,


Mem. de l'Acad. de 1708. Pl. 7. pag. 112.
Figure de l'Eclipse de Venus
par la Lune du 23. Fevrier
au Soir 1708.
Latitude
Latitude
Vertical
Ecliptique
O
B
A
E
D C
G
M
29
28


Mem. de l'Acad de 1708 Pl 7 pag 112
Figure de l'Eclipse de Venus
par la Lune du 23 Fevrier
au Soir 1708
R
Latitude
Vertical
Vertical
Latitude
D C
Ecliptique
L
G
M

$6^h\ 30'$, on a le tems où le bord de la Lune a caché le centre de Venus.

DES MOUVEMENS

Primitivement variés dans des milieux qui leur résistent en raison des vitesses ausquelles ils s'opposent.

PAR M. VARIGNON.

DAns les Mem. de 1707. pag. 382. &c. j'ai donné une Regle general des mouvemens faits dans des milieux qui leur resistent en raison quelconque: j'y ai conclu de cette Regle, & en plusieurs manieres, la resistance de ces milieux aux mouvemens primitivement uniformes, c'est-à-dire, aux mouvemens qui dans des milieux sans resistance ni action auroient été uniformes : j'y ai conclu aussi ce que ces resistances laissent de vitesses au corps mû, ou ce qui lui reste de sa primitive malgré ces resistances; les espaces qu'il parcourt en vertu de ces vitesses restantes, &c. Et cela non seulement dans les hypothêses ordinaires des resistances emploïées par M. Newton, M. Leibnitz, M. Hughens, & M. Wallis, qui sont les seuls, que je sçache, avoir traité cette matiere; mais encore dans plusieurs autres hypothêses faites à plaisir & au hazard dans l'incertitude où l'on est encore de la veritable touchant les resistances des milieux aux corps qui s'y meuvent, & pour faire sentir en même tems l'universalité de la Regle dont je viens de parler.

1708. 7. Mars.

Voici presentement pour les mouvemens primitivement variez, c'est-à-dire, pour ceux qui le seroient dans des milieux sans resistance ni action: on y verra aussi par la precedente Regle les resistances des milieux qui en font effectivement à ces mouvemens, les vitesses restantes de leurs primitivement variez, les espaces parcourus

en vertu de ces vitesses restantes, &c. Cela, dis-je, encore en differentes manieres, & dans plusieurs des hypothèses precedentes touchant les resistances de ces milieux; desquelles hypothêses, entre plusieurs autres choses que cette Regle y donne, on verra déduit tout ce que les Auteurs precedens en ont conclu, chacun à sa maniere; & (contre le sentiment de quelques Philosophes, même Mathematiciens) que les vitesses restantes de primitivement accelerées à la maniere de Galilée, s'y accelereroient toûjours sans jamais devenir uniformes, quoique les resistances supposées ne leur permettent jamais de devenir infinies, même dans des tems infinis. Voici cette Regle repetée dans le Lemme suivant pour remettre le Lecteur au fait, en supposant les definitions des pag. 384. & 385. des Mem. de 1707. lesquelles s'entendront ici assez dans l'usage qu'on en fera, pour n'avoir pas besoin d'y être repetées. Mais pour ne pas rendre ce Memoire-ci trop long, nous n'y employerons que l'hypothêse des resistances en raison des vitesses actuelles ou restantes des primitivement variées comme dans l'hypothêse de Galilée sur la pesanteur: nous traiterons des autres dans d'autres Memoires.

LEMME I.

FIG. I. *Soient sur l'axe* AC *les quatre Courbes* FVC, ARC, HUC, KEC, *rencontrées en* F, V, u; A, R, r; H, U, v; K, E, e; *par les ordonnées* KF, EV, eu, *perpendiculaires à cet axe en* A, T, t; *& dont les deux dernieres* EV, eu, *soient infiniment proche l'une de l'autre, ayant leurs parties* TU, tv, *partout égales aux correspondantes* RV, ru; *soit aussi* RP *parallele à* AC, *& qui rencontre* eu *en* P. *Cela fait, soient prises les abscisses* AT, At, *pour les tems écoulés depuis le commencement du mouvement*; TV, tu, *pour les vitesses primitives à la fin de ces tems, c'est-à-dire, pour ce que le mobile en auroit alors s'il eût été mû dans un milieu sans résistance ni action*; TR, tr, *pour les resistances totales, c'est-à-dire, pour les sommes des resistances instantanées que lui*

fait effectivement le milieu pendant les tems correspondans AT, At, *& par consequent aussi* Pr, *pour ces resistances instantanées, c'est-à-dire, pour ce que le milieu en fait au mobile pendant chaque instant* Tt *correspondant*; *&* RV, ru, *ou leurs égales* TU, tv, *pour les vitesses restantes des primitives* TV, tu, *à la fin des tems* AT, At, *malgré ces resistances. Soient aussi* ET, et, *prises pour les puissances, ou plus generalement pour les affections quelconques de ces vitesses restantes* RV, ru, *ou* TU, tv, *ou bien de quelqu'autre chose à volonté, suivant la raison desquelles affections les resistances instantanées* Pr *se fassent, c'est-à-dire, ausquelles affections ces resistances soient proportionelles.*

Cela posé, il est manifeste que $\frac{Pr}{TE} = \frac{Tt}{a}$ *en prenant par-tout les instans* Tt *constans de même que la grandeur* a.

Car puisque (*hyp.*) les resistances instantanées *Pr* sont par-tout proportionelles aux affections *TE* correspondantes, la fraction $\frac{Pr}{TE}$ doit être constante de même que $\frac{Tt}{a}$; & par consequent $\frac{Pr}{TE} = \frac{Tt}{a}$, ainsi qu'il a déja été demontré dans les Mem. de 1707. pag. 387.

COROLLAIRE. I.

Donc en appellant encore (comme dans les Mem. de 1707.) *At*, t; *TV*, v; *TR*, r; *RV* ou *TU*, u; *ET*, z; & consequemment $r = v - u$: l'on aura encore ici $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z} = \frac{dv - du}{z}$ pour Regle generale des resistances des milieux, comme dans les Memoires precedens.

COROLLAIRE II.

Mais si l'on suppose que les vitesses primitives *TV* (v) croissent comme les tems *AT* (t), ensorte que l'on ait (si l'on veut) par-tout $AT = TV$; la Courbe *FVC* degenerant alors en une ligne droite inclinée en *A* de 45. deg. sur *AC*, donnera $dt = dv$. Donc alors (*Corol.* 1.) l'on aura $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z} = \frac{dt - du}{z}$ pour la Regle particuliere des re- FIG. II.

ſiſtances dans cette hypothêſe-ci : dans laquelle hypothêſe *RV*, & conſequemment auſſi ſon égale *TU*, s'anéantiſſant avec *TU* en *A*, il eſt manifeſte que la Courbe *HUC* des viteſſes reſtantes ou actuelles doit toûjours ici paſſer par *A*, auſſi-bien que celle *ARC* des reſiſtances totales qui y doit toûjours paſſer dans quelque hypothêſe que ce ſoit.

COROLLAIRE III.

Fig. III. Si preſentement on ſuppoſe les viteſſes primitives *TV* (v) décroître en raiſon des tems *TC* qui reſteroient à écouler juſqu'à leur entiere extinction dans un milieu ſans reſiſtance ni action ; la Courbe *FVC* dégenerant encore en une ligne droite inclinée en *C* de 45 deg. ſur *AC*, en faiſant $AC = AF$: Si l'on appelle *AF* ou *AC* ; c ; & le reſte comme ci-deſſus, l'on aura pour lors $TV(z) = TC$ $(c-t)$, & $dv = -dt$. Donc ici (*Corol.* 1.) $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z} = \frac{-dt-du}{z}$; ce qui ne differe de la Regle du Corol. 2. qu'en ce que le ſecond dt eſt ici negatif de poſitif qu'il étoit là.

COROLLAIRE IV.

Il ſuit auſſi de cette hypothêſe du Corol. 3. premierement que la Courbe *HUC* des viteſſes reſtantes n'y doit jamais paſſer par *A* ; mais au contraire y avoir toûjours $AH = AF$ (c) ; puiſque *TV* en *AF*, rend $AH = TU$ (*hyp.*) $= RV = AF$. Secondement que ſi du point *N* où la Courbe *ARC* rencontre la droite *FC*, on fait *NM* parallele à *FA*, & qui rencontre l'axe *AC* en *M*, la Courbe *HUC* des viteſſes reſtantes paſſera toûjours par ce point *M* ; puiſque *TV* en *MN*, y rend *RV* (*TU*) $= 0$

COROLLAIRE V.

Fig. IV. Enfin ſi l'on ſuppoſe que les viteſſes primitives *TV* (v) croiſſent encore comme le tems *AT* (t) ainſi que dans le Corol. 2. mais qu'elles commencent ici par une viteſſe finie *AF*, & non plus à zero comme dans ce Corol. 2.

en forte qu'en faifant FC parallele à AC, & qui rencontre EV en X, les parties XV de ces viteffes foient les primitives de ce même Corol. 2. & que leurs TX foient conftans; la Courbe FVC dégenerant encore ici en une ligne droite inclinée de 45 deg. fur FC en F, comme elle l'eft fur AC en A dans ce Corol. 2. Fig. 2. & rendant par-là $XV = FX = AT = t$; fi l'on appelle ici AF ou TX, b; l'on y aura $v = b + t$, & encore $dv = dt$: ce qui y donnera encore (*Corol.* 1.) la Regle $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z} = \frac{dt - du}{z}$ du Corol. 2. pour celui-ci.

COROLLAIRE VI.

Il fuit de-là que la Courbe HUC des viteffes actuelles ou reftantes malgré les refiftances du milieu; doit toûjours avoir ici $AH = AF$ (b); puifque RV en AF, rend $AH = UT$ (*hyp.*) $= RV = AF$. Ainfi cette Courbe HUC ne doit ici paffer par A que lorfque AF (b) $= o$, qui eft le cas du Corol. 2. qu'on voit par-là fe deduire encore de celui-ci.

La Regle generale du Corol. 1. *donnera de même que dans les Corol.* 2. 3. *&* 5. *la Regle particuliere des refiftances des milieux dans toute autre hypothèfe que les leurs des mouvemens privitivement variés. Ainfi n'y ayant plus de difficulté que dans les integrations requifes par fes nouvelles hypothèfes, les trois des Corol.* 2. 3. *&* 5. *nous fuffiront, ces integrations n'étant point du reffort de cette Regle generale.*

LEMME II.

Toutes chofes demeurant les mêmes que dans le Lemme précedent, les aires ATUH, ARUF, *que la fuppofition qu'on y fait de* TU=RV, *rend égales entr'elles; feront par-tout proportionnelles chacune aux efpaces parcourus pendant les tems* AT *correfpondans en vertu des viteffes reftantes* TU *ou* RV. FIG. I. II. III. IV.

Cela eft auffi démontré dans les Mem. de 1707. pag. 226. & 386. aïant ici comme là $ATUH = ARUF = \int udt$;

& cela parce que les espaces parcourus sont toûjours entr'eux comme les sommes des vitesses (u) employées à les parcourir.

COROLLAIRE

Donc chaque espace parcouru pendant chaque tems *AT* (t) avec les vitesses restantes *TV* (u) dont il s'agit ici, doit toûjours être à ce qui en auroit été parcouru pendant le même tems dans un milieu sans resistance ni action, comme *ARVF* ou *ATUH* est à *ATVF*, c'est-à-dire, que ces espaces contemporains sont toûjours entr'eux comme ces aires correspondantes.

La Courbe ARC *s'appellera encore ici* (*comme dans les Mem. de* 1707. *pag.* 388.) Courbe des resistances totales, *ou* des vitesses perduës; *FVC*, Courbe des vitesses primitives; *HUC*, Courbe des vitesses restantes; *&* *KEC*; Courbe des resistances instantanées; *parce que ces resistances instantanées sont exprimées par les ordonnées* ET, *comme leurs sommes ou les totales le sont par les ordonnées* TR *de la Courbe* ARC.

PROBLÊME I.

FIG. V. *Trouver les Courbes* ARC *des resistances totales ou des vitesses perduës*; HUC *des vitesses actuelles ou restantes*; *&c. dans l'hypothese.* 1°. *Des resistances instantanées en raison de ces vitesses actuelles*; 2°. *Des vitesses primitives en raison des tems écoulez depuis le commencement du mouvement, ainsi que dans l'hypothese de Galilée sur la pesanteur des corps qui tomberoient en lignes droites dans un milieu qui ne resisteroit ni aideroit à leur mouvement.*

SOLUTION.

Suivant le Lem. 1. & ses Corol. 1. & 2. la premiere de ces deux hypothéses-ci donnera *TE* (z) $=$ *UT* $=$ *RV* (u) $=$ *TV* $-$ *TR* ($v-r$); la seconde, *TV* (v) $=$ *AT* (t): d'où resulte $dv = dt$, & $t - r = v - r = u = z$. Donc en substituant ces valeurs de z dans la Regle $\frac{dt}{r} = \frac{dr}{z} = \frac{dt-du}{z}$ du Corol. 2. de ce Lem. 1. l'on aura ici

$\frac{dt}{a} = \frac{dr}{t-r}$ pour la Courbe *ARC*, & $\frac{dt}{a} = \frac{dt-du}{u}$ pour la Courbe *HUC*. Quant à *FVC*, ſon équation ſuppoſée $t = v$, fait voir qu'elle doit dégenerer en une ligne droite inclinée en *A* de 45. deg. ſur *AC*, ainſi que dans le Corol. 2. du Lem. 1.

Pour conſtruire preſentement les deux Courbes *HUC*, *ARC*, il faut conſiderer que la derniere équation $\frac{dt}{a} = \frac{dt-du}{u}$ de la premiere *HUC* de ces Courbes, donnant $udt = adt - adu$, ou $adu = adt - udt$, donne $\frac{du}{a-u} = \frac{dt}{a}$ pour l'équation de cette Courbe *HUC* des viteſſes actuelles ou reſtantes malgré les reſiſtances ſuppoſées. Ce qui fait voir que cette même Courbe *HUC* doit être ici une logarithmique dont l'aſymptote *BC* ſera parallele à *AC*, & diſtante d'elle de la valeur de $AB = a$ perpendiculaires ſur ces deux paralleles; laquelle *AB* (a) ſera auſſi égale à la ſoûtangente de cette logarithmique. Car ſi l'on prolonge *TU* juſqu'à la rencontre de *BC* en *G*, & qu'on appelle *GU*, x; l'on aura $x = GU = GT - UT$ (*hyp.*) $= a - u$, & $-dx = du$; leſquelles valeurs de $a-u$, du, ſubſtituées dans la précedente équation $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$ la changeront en $\frac{dt}{a} = \frac{-dx}{x}$ qui eſt une équation à une logarithmique qui aura *BC* pour aſymptote, & ſa ſoûtangente $= a$ (*AB*). Donc la Courbe *HUC* exprimée par l'équation $\frac{dt-du}{u} = \frac{dt}{a}$, eſt cette logarithmique elle-même. *Ce qu'il falloit premierement trouver.*

Cette Courbe *HUC* des viteſſes reſtantes, étant ainſi trouvée, il n'y aura qu'à prendre par-tout $UR = TV$ correſpondante, puiſque (*Lem.* 1.) $UT = RV$, & la Courbe *ARC* qui paſſera par tous les points *R* ainſi trouvées, ſera ici la Courbe des reſiſtances totales, ou des viteſſes perduë, exprimées par l'équation $\frac{dr}{t-r} = \frac{dt}{a}$ *Ce qu'il falloit encore trouver.*

COROLLAIRE I.

Cela étant, il eſt manifeſte que la Courbe *HUC* des viteſſes reſtantes, paſſera par *A* (ainſi qu'on l'a remarqué dans le Corol. 2. du Lem. 1.) en faiſant un angle de 45. deg. avec chacune des droites *AB*, *AC*; puiſque (*hyp.*) la droite *AB* perpendiculaire ſur *AC*, eſt égale à la ſoûtangente au point *A* (comme en tout autre) de cette logarithmique *AUC*.

COROLLAIRE II.

Pour la Courbe *ARC* des reſiſtances totales, ou des viteſſes perduës, elle ſera touchée en *A* par l'axe *AC*, vers lequel elle tournera ſa convexité; puiſque ſon équation $\frac{dr}{t-r}=\frac{dt}{a}$, qui ſe trouve avoir $t=o=r$ en *A*, donnant la $t-r=o$, donneroit auſſi $dr=o$, ou dt infinie par raport à dr en ce même point *A*; & que les dr croiſſant avec les $t-r$ (u ou *TU*), croiſſent auſſi avec les t (*AT*).

COROLLAIRE III.

Cette équation $\frac{dr}{t-r}=\frac{dt}{a}$ de la Courbe *ARC*, donnera auſſi $adr=tdt-rdt$, ou $rdt=tdt-adr$; & (en integrant) $\int rdt=\frac{1}{2}tt-ar+q$ pour la valeur de l'aire *ATR* de cette Courbe. Mais le cas de $ATR=o$, rendant auſſi $t=o$, & $r=o$, reduit cette integrale à $o=q$. Donc cette integrale ſera préciſement $ATR=\frac{1}{2}tt-ar$ (à cauſe de $r=t-u$) $=\frac{1}{2}tt-at+au$.

COROLLAIRE IV.

Suivant le Lem. 2. les eſpaces parcourus pendant les tems *AT* (t) ſont entr'eux comme les aires correſpondantes *ATU* ou *ARV*. Mais l'équation $\frac{dt-du}{u}=\frac{dt}{a}$ de la Courbe *AUC*, donnant $adt-adu=udt$, donne auſſi (en integrant) $at-au=\int udt=ATU$. Ce qui reſulte encore de ce que le Lem. 1. donnant $UT=RV$, donne pareillement $ATU=ARV=ATV-ATR$

$= \frac{1}{2}tt - ATR$ (*Corol.* 3.) $= \frac{1}{2}tt - \frac{1}{2}tt + at - au = at - au$. Donc les espaces parcourus pendant les tems *AT*, seront ici entr'eux comme les grandeurs $at - au$, ou (à cause de *a* constante) comme les grandeurs $a - u$ ($TV - VR$) correspondantes, c'est-à-dire, comme les ordonnées correspondantes *TR* de la Courbe *ARC* des résistances totales, ou des vitesses perduës exprimées par ces ordonnées *TR* de même que les résistances totales qui leur sont proportionelles ; & par consequent aussi entr'eux comme ces résistances totales, ou comme ces vitesses perduës des primitives *TV* pendant ces tems *AT*.

COROLLAIRE V.

Si l'on fait la tangente *ASC* au point *A* de la logarith- FIG. VI.
mique *AUC*, dont l'asymptote *BC*, & les ordonnées *TU* prolongées vers *P*, soient rencontrées en *S*, *P*, par cette tangente ; les espaces ici parcourus pendant les tems *AT*, seront aussi entr'eux comme les *PU* correspondantes. Car la Solution donnant $BS = BA = a$, la ressemblance des triangles *ABS*, *PTA*, donnera aussi $TP = AT = t$; & par consequent $PU = t - u$. Donc (*Corol.* 4.) les espaces parcourus pendant les tems *AT*, seront ici entr'eux comme les *PU* correspondantes. Aussi les *PU* sont-elles ici égales aux *TR* correspondantes ; puisque $TP = AT = TV$, & (*Solut.*) $= TU = RV$. D'où l'on voit que les résistances totales ou les vitesses perduës pendant les tems *AT*, seront encore ici comme les *PU* correspondantes.

COROLLAIRE VI.

Il est presentement aisé de comparer ce que la pesanteur constante d'un corps grave à la maniere de Galilée, lui feroit parcourir ici d'espace pendant un tems quelconque *AT* malgré les résistances supposées, avec ce qu'elle lui en feroit parcourir en pareil tems dans un milieu sans résistance ni action : Car la somme des vitesses qu'auroit ce corps pendant ce tems dans le milieu résistant, étant (*Corol. du Lem.* 2.) à la somme de ce qu'il en auroit pen-

dant le même tems dans le milieu sans résistance : : ATU ATV. (*Corol.* 4.) $:: at - au . \frac{1}{2} tt :: t - u . \frac{tt}{2a}$: : $PU . TQ$. en prenant par tout $TQ = \frac{tt}{2a} = \frac{TV \times TV}{2TG}$, c'est-à-dire, TQ par tout égale à la moitié d'une troisiéme proportionelle aux lignes GT, TV; il suit du Lem. 2. que ce que ce corps parcouroit ici d'espace pendant le tems quelconque AT, en tombant dans le milieu des résistances supposées, seroit par tout à ce qu'il en parcouroit pendant le même tems dans le milieu sans résistance : : $PU . TQ$. Et de ce que partout $TQ = \frac{tt}{2a} = \frac{TV \times TV}{2GT} = \frac{AT \times AT}{2AB}$, il suit aussi que la Courbe AQC qui passera par tous les points Q ainsi trouvez, sera une parabole ordinaire touchée par la droite ATC en son sommet A où elle aura $2GT$ ou $2AB$ pour son parametre.

COROLLAIRE VII.

Puisque (*Cor.* 5.) les PU sont égales aux TR correspondantes, il est visible que les aires AUP le sont aussi aux correspondantes ATR, de même que les ATU le sont aux correspondantes ARV. Ce qui se prouve encore en ce que $ATP = ATV$, aussi-bien que $ATU = ARV$.

COROLLAIRE VIII.

On a vû dans les Mem. de 1707. pag. 391. & 392. Corol. 2. Prob. 1. qu'en prenant AB pour une vitesse primitivement uniforme, la presente hypothêse des résistances en raison des vitesses restantes, rendroit les espaces parcourus pendant les tems AT en vertu des restantes de cette primitive (ainsi retardée) en raison des ordonnées correspondantes interieures TU de la logarithmique AUC. Donc (*Corol.* 4. & 5.) en prenant AB à TV comme la premiere de ces vitesses primitivement uniformes seroit à celle des primitivement variées, qui sans la résistance du milieu seroit ici acquise à la fin du tems AT quelconque; l'espace parcouru pendant ce tems AT de

cette vitesse primitivement uniforme, ainsi retardée, sera par-tout ici au parcouru pendant le même tems de la vitesse primitivement accelerée à la maniere de Galilée, & pareillement retardée en raison des restantes :: *TU.TR* :: *TU. PU.*

COROLLAIRE IX.

Puisque (*Solut.*) *BC* est l'asymptote de la Courbe *AUC* des vitesses restantes effectives de ce Problême-ci, ces vitesses *TU* (*u*) restantes de primitivement accelerées en raison des tems écoulez, augmenteroient sans jamais arriver à l'égalité par la résistance du milieu, c'est-à-dire, sans jamais devenir uniformes, quoiqu'elles ne puissent jamais devenir plus grandes que la finie *AB* (*a*), & qu'elles approchent toûjours de sa valeur, ne pouvant l'égaler qu'aprês un tems infini *AC* : de sorte que cette plus grande vitesse *AB* (*a*) en sera le terme d'accroissement, ou (pour parler comme M. Hughens) la *vitesse terminale.*

COROLLAIRE X.

Le complément de ces vitesses jusque-là, c'est-à-dire, les differences *GU* dont elles sont surpassées par cette plus grande *AB* de toutes, étant exprimées par les ordonnées exterieures *GU* de la Courbe *AUC*, que la Solution a fait voir être ici une logarithmique dont *BC* est l'asymptote, & la soutangente *BS*=*AB*; si l'on prend ces complémens ou differences pour des nombres, les tems *AT* ou *BG* en seront comme les logarithmes en prenant *AB* pour l'unité.

COROLLAIRE XI.

De ce que (*Corol.* 5.) les espaces ici parcourus pendant les tems *AT*, sont par-tout entr'eux comme les *PU* correspondantes, lesquelles deviennent infinies avec les *AT*, sans que les vitesses *TU* puissent jamais (*Corol.* 9.) devenir plus grandes que la finie *TG* ou *AB*; il suit que l'espace ici parcouru pendant un tems infini, seroit pareille-

ment infini, quoique la vitesse acquise pendant ce tems ne fût que finie.

Tout cela s'accorde avec tout ce que M. Leibnitz en a démontré à sa maniere dans les Actes de Leipsic de 1689. p. 41. & 42. art. 2. Voici de même tout ce que M. de Newton en a aussi démontré à la sienne dans le Liv. 2. Sec. 2. Prop. 3. de ses princ. Math. de la Phil. Nat. pag. 238. &c.

COROLLAIRE XII.

FIG. VII. Soit presentement CB prolongée vers K; & entre les asymptotes AB, BK, l'hyperbole équilatere QDK, laquelle soit rencontré en D par UD parallele à CK, de même que AB & sa parallele QZ en L, M. Il est manifeste (*Solut.*) que les AL seront non seulememt entr'elles comme les vitesses restantes TU (u) à la fin des tems AT (t); mais encore comme les résistances instantanées (dr) supposées ici proportionelles à ces vitesses. Et si l'on prend $a-u$, y, pour les coordonnées asymptotiques BL, LD, de l'hyperbole QDK, laquelle ait $AQ=b$, $LD=y$, outre $AB=a$, $AL=u$; & dont par conséquent l'équation soit $\overline{a-u}\times y=ab$, ou $a-u=\frac{ab}{y}$, ou bien aussi $u=a-\frac{ab}{y}=\frac{ay-ab}{y}$: la Solution donnant $\frac{dt}{a}=\frac{du}{a-u}$, l'on aura pareillement ici $\frac{dt}{a}=\frac{ydu}{ab}$, ou $dt=\frac{ydu}{b}$; & conséquemment $t=\int\frac{ydu}{b}=\frac{QALD}{AQ}$: c'est-à-dire, que les tems écoulez AT (t) du mouvement acceleré malgré les résistances supposées seront ici en raison des aires hyperboliques correspondantes $QALD$.

COROLLAIRE XIII.

Puisque (*Corol.* 12.) $u=\frac{ay-ab}{y}$, & $dt=\frac{ydu}{b}$; l'on aura de plus ici $udt=\frac{aydu-abdu}{b}$, & conséquemment $\int udt=\frac{a}{b}\times\int ydu-\frac{a}{b}\times bu=\frac{a}{b}\times QALD-\frac{a}{b}\times QALM=$

$=\frac{a}{b}\times$ *QMD* : c'eſt-à-dire, (Lem. 2. la fraction $\frac{a}{b}$ étant conſtante) que les eſpaces parcourus pendant les tems écoulez $\frac{QALD}{AQ}$ (*t*) en vertu des viteſſes acquiſes *AL* ou *TU* (*u*) malgré les réſiſtances ſuppoſées, ſeront ici entr'eux comme les trilignes hyperboliques *QND* correſpondans.

COROLLAIRE XIV.

On voit delà que ſi le mouvement ſe faiſoit ici en vertu d'une peſanteur conſtante, laquelle dans un milieu ſans réſiſtance donneroit au mobile des viteſſes primitives accelerées en raiſon des tems écoulez depuis le commencement des chutes, ainſi qu'on le penſe d'ordinaire avec Galilée, les eſpaces qu'une telle peſanteur feroit parcourir à ce mobile pendant les tems *AT* ou (*Corol.* 12.) $\frac{QALD}{AQ}$ dans un milieu qui a chaque inſtant lui reſiſteroit en raiſon de ſes viteſſes actuelles ou reſtantes *TU* ou *AL*, ſeroient toûjours entr'eux comme les trilignes hyperboliques *QMD* correſpondans.

COROLLAIRE XV.

Puiſque (*Corol.* 12.) les aires hyperboliques *QALD* ſont ici comme les tems *AT* (*t*) pendant leſquels s'acquiérent les viteſſes *AL* ou *TU*; & que (*Corol.* 13.) les eſpaces parcourus pendant ces tems en vertu de ces viteſſes, ſont comme les trilignes hyperboliques *QMD*, leſquels deviennent infinis avec les aires *QALD* correſpondantes, ſans que les viteſſes *AL* puiſſent jamais devenir plus grandes que la finie *AB*; il ſuit encore delà (ainſi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 11.) que l'eſpace icy parcouru pendant un tems infini, ſeroit pareillement infini, quoique la viteſſe acquiſe pendant ce tems ne fût que finie.

SCHOLIE.

Puiſque la premiere des deux hipothêſes de ce Problême-cy donne *TE* (*z*) = *UT* (*u*), il eſt manifeſte (*Solut.*) FIG. V.

que la Courbe *KEC* des résistances instantanées, doit être icy la même logarithmique *AUC* que la Courbe *HUC* des vitesses restantes, & se confondre avec elle ; puisque $\frac{dt}{a} = \frac{dz}{a-z}$ est ici l'équation de cette Courbe *KEC*, de même que (*Solut.*) $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$ l'est de la Courbe *HUC*.

REMARQUE I.

Puisque dv exprime icy l'accroissement instantané de vitesse qu'une pesanteur constante libre & sans résistance, produiroit à chaque instant dans le corps grave ; & du, ce que la différence ou excès de cette force sur chaque résistance instantanée dr, lui donneroit aussi d'accroissement de vitesse à chaque instant malgré cette résistance ; il est manifeste que ces augmentations dv, du, de vitesse doivent toûjours être ici proportionelles à la pesanteur, & à sa différence ou excès sur chaque résistance instantanée, les effets l'étant toûjours à leurs causes. Donc dv, du, dr, seront icy entr'elles comme cette pesanteur, cette différence, & cette résistance.

REMARQUE II.

Il est aussi à remarquer que la Solution précédente avec ses hypothêses, donnant $dt = dv = dr + du$, & $\frac{dr}{u} = \frac{dt-du}{u} = \frac{dt}{a}$, cela seul donnera icy.

1°. $\frac{dr}{u} = \frac{dt}{a} = \frac{dv}{u}$: c'est-à-dire, (*Remarq.* 1.) que la vitesse (u) restante à chaque instant, sera toûjours à la plus grande (a) de tout ce qu'il y en a icy de possibles suivant le Corol. 9. comme la résistance (dr) qui s'y oppose, ou comme ce qu'elle en diminuë pendant cet instant, sera à la pesanteur du mobile.

2°. Cette équation $\frac{dr}{u} = \frac{dv}{a}$ (*hyp.*) $= \frac{dr+du}{a}$ donnant $adr = udr + udu$, ou $adr - udr = udu$, donnera aussi $dr. du :: u. a-u$. c'est-à-dire (*Remarq.* 1.) que la vitesse

(*u*) de chaque instant, est ici à l'excès dont elle est surpassée par la plus grande (*a*) de tout ce qu'il y en a icy de possibles, comme la résistance (*dr*) du milieu en cet instant est à l'excès (*du*) dont elle est surpassée par la pesanteur du mobile.

3°. L'équation $\frac{dt-du}{u}=\frac{dt}{a}$ donnant $adt-adu=udt$, ou $adu=adt-udt$ (à cause que l'hypothêse donne $dt=dv$) $=adv-udv$, l'on aura pareillement ici $dv.du::a.a-v$. c'est-à-dire (*Remarq.* 1.) que la plus grande (*a*) des vitesses icy possibles, sera toûjours ici à l'excès dont elle surpassera celle (*u*) de chaque instant, comme la pesanteur du mobile à la difference dont elle surpassera la résistance du milieu en cet instant.

4°. On voit de tout cela, & de la Remarq. 1. que si l'on prend *p* pour cette pesanteur (*dv*) du mobile, & *e* pour l'excès (*du*) dont elle surpassera chaque résistance instantanée (*dr*) du milieu; le nombre premier donnera $dr=\frac{up}{a}$; le second, $dr=\frac{eu}{a-u}$; & le troisiéme $e=\frac{ap-up}{a}$. De sorte que de ces cinq choses: *La résistance du milieu en quelque instant que ce soit, la pesanteur constante du corps qui y tombe malgré cette résistance, l'excés dont cette pesanteur surpasse cette résistance, la vitesse de ce corps en cet instant, & la plus grande vitesse qu'il puisse jamais acquerir en vertu de sa pesanteur malgré cette même résistance:* de ces cinq choses, dis-je, trois étant données, l'on aura toûjours les deux autres.

Voilà pour les mouvemens commencez à zero, & primitivement accelerez en raison des tems écoulez, dans des milieux qui leur résisteroient en raison des vitesses actuelles acquises ou restantes à chaque instant. Voici presentement pour ceux qui commencez par une vitesse quelconque, seroient aussi primitivement accelerez en raison des tems écoulez, dans des milieux qui leur résisteroient de même en raison des vitesses actuelles restantes, ou des sommes faites de la premiere & des acquises à chaque instant.

PROBLÊME II.

Trouver les Courbes ARC *des résistances totales ou des vitesses perduës*; HUC *des vitesses restantes ou actuelles*; *&c.* 1°. *Dans l'hypothêse des résistances en raison des vitesses actuelles*; *&* 2°. *Des vitesses primitives en raison des sommes faites d'une constante quelconque augmentée d'autres qui, comme dans le Prob.* 1. *croîtroient en raison des tems écoulez depuis le commencement du mouvement, ainsi qu'il arriveroit dans l'hypothêse de Galilée sur la pesanteur, si d'une force quelconque differente de la pesanteur constante d'un corps, on le jettoit verticalement de haut en bas dans un milieu sans résistance ni action.*

SOLUTION.

Suivant le Lem. 1. & ses Corol. 1. & 5. la premiere de ces hypothêses (les noms demeurant encore les mêmes icy que là) donnera TE $(z) = UT = RV$ $(u) = TV - TR$ $(v-r)$; & la seconde, TV $(v) = TX + XV = AF + FX$ $(b+t)$: d'où résulte $dv = dt$, & $b+t-r = v-r = u = z$. Donc en substituant cette valeur de z dans la Regle $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z} = \frac{dt-du}{z}$ du Corol. 5. de ce Lem. 1. l'on aura icy $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{b+t-r}$ pour la Courbe ARC, & (ainsi que dans la Solut. du Prob. 1.) $\frac{dt}{a} = \frac{dt-du}{u}$ pour la Courbe HUC. Quant à FUC, son équation $t = v - b$ fait voir qu'elle doit dégénerer icy en une ligne droite inclinée en F de 45. deg. sur FC, ainsi que dans le Corol. 5. du Lem. 1. en prenant $XV = FX$, & avoir icy comme là son origine F distante de A de la valeur de AF (b).

Pour construire presentement les deux Courbes HUC, ARC, il faut considerer que la derniere équation $\frac{dt}{a} = \frac{dt-du}{u}$ de la premiere HUC de ces Courbes, donnera aussi $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$ pour l'équation de cette Courbe HUC des vitesses actuelles ou restantes malgré les résistances

ſiſtances ſuppoſées, ainſi que dans la Solut. du Prob. 1. Ce qui fait voir qu'icy comme là, cette Courbe doit être une logarithmique d'une aſymptote *BC* parallele à *AC*, & diſtante d'elle de la valeur de $AB = a$ perpendiculaire ſur ces deux paralleles, laquelle *AB* (a) ſera auſſi égale à la ſoûtangente de cette logarithmique ; mais avec cette difference que dans la Solut. du Prob. 1. cette logarithmique paſſoit par *A*, & qu'icy elle doit paſſer par un point *H* de *AB* (prolongée où beſoin ſera du côté de *B*) lequel donne $AH = AF$ (b), ainſi qu'on l'a vû dans le Corol. 6. du Lem. 1. *Ce qu'il falloit premierement trouver.*

Cette Courbe *HUC* des viteſſes actuelles reſtantes des primitives, étant ainſi trouvée, il n'y a qu'à prendre par-tout $UR = TV$ correſpondante, puiſque (*Lem.* 1.) $UT = RV$; & la Courbe *ARC* qui paſſera par tous les points *R* ainſi trouvez, ſera icy la Courbe des réſiſtances totales, ou des viteſſes perduës, exprimée par l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{b+t-r}$. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

COROLLAIRE I.

Puiſque *TU* (u) en *AH* (b), y change l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$ de la Courbe *HUC* en $\frac{dt}{b} = \frac{du}{a-b}$, il eſt manifeſte que cette Courbe doit rencontrer *AB* en *H* ſous un angle dont le ſinus ſoit à celui de ſon complément :: a. $a-b$ :: *AB*. *BH*. c'eſt-à-dire, comme la ſoûtangente de cette Courbe eſt à ſon ordonnée *BH*.

COROLLAIRE II.

Pour la Courbe *ARC*, elle doit rencontrer ſon axe *AC* en *A* ſous un angle dont le ſinus ſoit à celui de ſon complément :: b. a :: *AF* ou *AH*. *AB*. Puiſque *TR* (r) en *A*, rendant $r = o$, & $t = o$, l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{b+t-r}$ s'y réduit à $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{b}$. Et les dr croiſſant ou décroiſſant icy avec les $b+t-r$ (u ou *TU*), cette Courbe *ARC* tournera ſa

convexité ou sa concavité en même sens ou du même côté que la logarithmique *HUC* tournera la sienne.

COROLLAIRE III.

Cette équation $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{b+t-r}$ donne aussi $bdt + tdt - rdt = adr$, ou $rdt = bdt + tdt - adr$; & en integrant $\int rdt$ (*ATR*) $= bt + \frac{1}{2}tt - ar$: de sorte qu'ayant le trapese $ATVF = \frac{AF+TV}{2} \times AT = \frac{2AF+XV}{2} \times AT = AF \times AT + \frac{1}{2}XV \times AT = AF \times AT + \frac{1}{2}FX \times AT = bt + \frac{1}{2}tt$, l'on aura aussi *ARVF* (*ATVF* — *ATR*) $= ar$ (la Solution donnant $b + t - u = r$) $= ab + at - au$.

COROLLAIRE IV.

La logarithmique *HUC* fait voir que lorsque *AH* (b) est moindre que *AB* (a), les vitesses *TU* (u) croissent toûjours jusqu'à son asymptote *BC* ; & que lorsque *AH* est plus grande que *AB*, ces vitesses *TU* décroissent toûjours jusqu'à la même asymptote *BC*, à laquelle elles n'arriveront de part & d'autre qu'après un tems infini *AT* (t) : qu'alors *TU* (u) $=$ *AB* (a) réduisant à $\frac{dt}{a} = \frac{du}{o}$ l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$ de cette logarithmique repetée de part & d'autre de *BC*, les accroissemens ou décroissemens du de ces vitesses se trouveront nuls ; & qu'ainsi après cela, si le mouvement continuoit, ce seroit d'une vitesse constante $=$ *AB* (a) qui le rendroit uniforme. Aussi ce cas de $u = a$ changeant l'équation $v - r = u$ trouvée dans la Solution en $v - r = a$, donneroit-il alors $dv - dr = o$, ou $dv = dr$, c'est-à-dire (*Remarq.* 1. *sur le Prob.* 1.) la pesanteur du mobile égale à la résistance du milieu supposé.

COROLLAIRE V.

D'où il suit aussi que si la vitesse *AH* (b) de projection, se trouvoit égale à la terminale *AB* (a) du corps jetté

verticalement de haut en bas, c'est-à-dire, (*Corol. 9. du Prob. 1.*) à la plus grande qu'il pût acquerir en vertu de sa pesanteur constante dans le milieu supposé ; le mouvement de ce corps seroit uniforme à l'infini dès le premier instant de sa chute : puisque ce cas de *u* (*b*) = *a* dès ce premier instant, qui rend dès lors (comme dans le Corol. 4.) la résistance du milieu égale à la pesanteur du mobile, rendant ce corps par leur équilibre comme s'il n'avoit alors aucune pesanteur ni le milieu aucune résistance, randroit aussi la vitesse de projection hors d'état d'être augmentée ni retardée, la pesanteur devant l'emporter sur la résistance pour le premier, & la résistance sur la pesanteur pour le second, ce que leur égalité une fois arrivée ne permet plus.

COROLLAIRE. VI.

Cette égalité de la pesanteur constante du mobile avec la résistance du milieu supposé, rendant (*Remarq. 1. sur le Prob. 1.*) $dr = dv = dt$, fait voir aussi qu'alors la Courbe *ARC* des résistances dégénere en une ligne droite parallele à *FVC*, & donne par-là $AF = RV$ (*Solut.*) $= TU$: desorte que le Cor. 6. du Lem. 1. donnant aussi $AF = AH$ (*hyp.*) $= AB$, on retrouve encore ici TU (*u*) $= AB$ (*a*) conformement au précédent Corol. 5. c'est-à-dire (comme dans ce Corol. 5.) que dès que la vitesse d'un corps jetté verticalement de haut en bas, sera égale à sa terminale, le mouvement en sera uniforme pour toûjours après cela. Par conséquent lorsque la vitesse *AF* ou *AH* de projection verticale de haut en bas, sera égale à la terminale *AB* du corps ainsi jetté, la logarithmique *HUC* dégénerera en une ligne droite confonduë avec son asymptote *BC*.

COROLLAIRE VII.

Mais si la force ou vitesse *AH* (*b*) de projection étoit nulle, ensorte que ce corps n'eût plus que sa pesanteur pour descendre, ainsi que dans le Prob. 1. le point *H* se

trouvant alors en A, l'arc logarithmique HUC seroit non seulement le même, mais aussi dans la même position que dans ce Prob. 1. D'où l'on voit par son Corol. 9. que AB (a) égale (*Constr.*) à la soûtangente de cette logarithmique, est effectivement la vitesse terminale de ce corps, & que par ce moyen le Prob. 1. ne seroit qu'un cas de celui-cy, lequel par conséquent donneroit aussi tous les Corollaires qu'on a tirez de celui-là, en faisant ainsi AH (b) $= o$ dans tout ce qu'on voit icy & dans la suite jusqu'au Prob. 3.

COROLLAIRE VIII.

Quant aux espaces ici parcourus pendant les tems AT (t), l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a - u}$ de la logarithmique HUC, trouvée dans la Solution, donnant $adt - udt = adu$, ou $udt = adt - adu$; l'on aura ici (en intégrant) $\int udt$ ($ATUH$) $= at - au + q$. Mais le cas de $ATUH = o$, qui rend TU (u) $= AH$ (b), AT (t) $= o$, réduisant cette intégrale à $o = - ab + q$, donne $q = ab$. Donc cette intégrale complette sera $ATUH = at - au + ab$. Par conséquent suivant le Lem. 2. les espaces parcourus pendant les tems AT (t), seront ici entr'eux comme les grandeurs $ab + at - au$, ou (à cause de a constante) comme les $b + t - u$ correspondantes, c'est-à-dire, comme les correspondantes $AH + AT - TU$, ou (*Constr.*) $TX + XV - RV$, au bien aussi TR. Ce qui résulte encore de ce que le Lem, 1. donnant par-tout $UT = RV$, donne pareillement $ATUH = ARVF$ (*Corol.* 3.) $= ab + at - au$ (la Solution donnant $b + t - u = r$) $= ar = AB \times TR = GT \times TB$: D'où l'on voit encore que ces espaces parcourus pendant les tems AT, doivent être entr'eux comme les ordonnées correspondantes TR de la Courbe ARC des résistances totales ou des vitesses perduës exprimées par ces ordonnées TR comme le sont les résistances totales qui leur sont proportionelles; & par conséquent aussi entr'eux comme ses résistances totales, ou comme ces vitesses per-

duës des primitives pendant ces tems AT, ainsi que dans le Corol. 4. du Prob. 1.

COROLLAIRE IX.

Toutes choses demeurant les mêmes que ci-dessus depuis AC du côté de la logarithmique HUC, si du point H on y fait la droite HPC inclinée de 45. deg. sur HDC parallele à AC, & qui rencontre en P l'ordonnée TU prolongée jusque-là, laquelle soit aussi rencontrée en D par HDC; cette addition donnant $PD = HD = AT$, & $TD = AH$, l'on aura ici $PU = PD + DT - TU = AT + AH - TU$. Mais le précédent Corol. 8. fait voir que les espaces ici parcourus pendant les tems AT, sont entr'eux comme les grandeurs $AT + AH - TU$ correspondantes. Donc ils sont aussi entr'eux comme les correspondantes PU, lesquelles on voit (*Corol.* 8.) devoir être égales aux TR qui leur répondent dans la Fig. 8. Fig. IX. X.

COROLLAIRE X.

Delà il est manifeste qu'après un tems infini l'espace ici parcouru pendant ce tems, doit être infini; puisque lorsque ce tems AT est infini, PU l'est aussi. Cela se tire encore immédiatement de l'expression $b + t - u$ proportionnelle aussi (*Corol.* 8.) aux espaces ici parcourus, laquelle est infinie lorsque t (AT) l'est; puisqu'alors la Solution donne u (TU) $= a$ (AB) finie.

COROLLAIRE XI.

Ces espaces ainsi trouvez (*Corol.* 8. 9. 10.) par le moïen de la logarithmique HUC, & même les tems pendant lesquels ils ont été parcourus, se trouveront encore par le moyen d'une hyperbole équilatére quelconque LQO entre les asymptotes orthogonales BH, BO prise sur CB prolongée vers O : laquelle hyperbole rencontrée en L, Q, par HL, UQ, paralleles à CO, ait LM, QD, paralleles à HB, lesquelles rencontrent BO en M, D, & dont la premiere LN rencontre de plus UQ en N, laquelle rencontre aussi HB en S. Fig. XI.

Car si outre les noms précédens de $AB = a$, $AH = b$,

TU ou $AS = u$, & par conſequent de GU ou de $BS = a - u$, & de BH ou $ML = a - b$; on ſuppoſe de plus ici $HL = c$, & $SQ = y$; l'équation $BS \times SQ = BH \times HL$, c'eſt-à-dire en termes analytiques, $\overline{a-u} \times y = \overline{a-b} \times c$, ou $a - u = \frac{ac-bc}{y}$, ou bien auſſi $u = a - \frac{ac-bc}{y} = \frac{ay-ac+bc}{y}$, ſe trouvant être celle de l'hyperbole LQO, l'on aura,

1°. $\frac{ydu}{ac-bc} = \frac{du}{a-u}$ (*Solut.*) $= \frac{dt}{a}$, ou $dt = \frac{aydu}{ac-bc}$ (ſoit $m = \frac{ac-bc}{a}$) $= \frac{ydu}{m}$ & conſéquemment (en intégrant) $t = \int \frac{ydu}{m} = \frac{LHSQ}{m}$: c'eſt-à-dire, à cauſe de m conſtante, que les tems t (AT) du mouvement ſuppoſé ſeront ici entr'eux comme les aire hyperboliques $LHSQ$ correſpondantes.

2°. Puiſque (*nomb.* 1.) $dt = \frac{ydu}{m}$, & que l'équation aſymptotique de l'hyperbole LQO vient auſſi de donner $u = \frac{ay-ac+bc}{y}$; l'on aura pareillement ici $udt = \frac{aydu-acdu+bcdu}{m}$, dont l'intégrale eſt $\int udt$ ($ATUH$) $= \frac{a}{m} \times \int ydu - \frac{acu}{m} + \frac{bcu}{m} + q = \frac{a}{m} \times LHSQ - \frac{a}{m} HL \times TU + \frac{b}{m} HL \times TU + q$. Mais le cas de $ATUM = 0$, qui rendant auſſi $LHSQ = 0$, & $TU = AH$, réduit cette intégrale à $0 = -\frac{a}{m} \times HL \times AH + \frac{b}{m} \times HL \times AH + q$, donne $q = \frac{a}{m} HL \times AH - \frac{b}{m} \times HL \times AH$. Donc cette intégrale complette eſt $ATUH = \frac{a}{m} \times LHSQ - \frac{a}{m} \times HL \times TU + \frac{a}{m} \times HL \times AH + \frac{b}{m} \times HL \times TU - \frac{b}{m} \times HL \times AH = \frac{a}{m} \times LHSQ - \frac{a}{m} \times LHSN + \frac{b}{m} \times LHSN = \frac{a}{m} \times LNQ + \frac{b}{m} \times LHSN$. Donc auſſi (*Lem.* 2.) les eſpaces ici parcourus pendant les tems AT ou (*nom.* 1.) $LHSQ$, ſont entr'eux comme les grandeurs $\frac{a}{m} \times LNQ + \frac{b}{m} \times LHSN$

correſpondantes, ou (à cauſe de m conſtante) comme les correſpondantes $a \times LNQ + b \times LHSN$, ou $AB \times LNQ + AH \times LHSN$.

COROLLAIRE XII.

Delà il ſuit encore ce qu'on a déja vû dans le Corol. 10. ſçavoir qu'après un tems infini l'eſpace ici parcouru pendant ce tems, doit encore être infini ; puiſque lorſque le tems (*Corol.* 11. *nom.* 1.) $LHSQ$ devient $= OLHBO$ infini, l'eſpace (*Corol.* 11. *nom.* 2.) $AB \times LNQ + AH \times LHSN$ devient auſſi $= AB \times OLMO + AH \times LHBM$ infini à cauſe que $OLMO$ l'eſt alors.

SCHOLIE.

On voit ici comme dans le Schol. du Prob. 1. que ſuivant l'hypothêſe de TE (z) $= TU$ (u) qu'on y fait de part & d'autre, la Courbe KEC des réſiſtances inſtantanées, doit encore être ici la même que celle HUC des viteſſes actuelles ou reſtantes malgré les réſiſtances ſuppoſées, & ſe confondre avec elle en un ſeul & même arc logarithmique placé comme elle par raport à l'aſymptote BC : cette Courbe KEC ayant encore ici $\frac{dt}{a} = \frac{dz}{a-z}$ pour ſon équation, comme HUC à $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$ pour la ſienne ; & la plus petite des z (TE) doit être égale à b (AH), de même que la plus petite u (TU) l'eſt à cette même b (AH). FIG. VIII.

On ne s'arrêtera point ici à chercher les raports de la peſanteur du mobile aux réſiſtances inſtantanées du milieu, &c. La maniere dont on les a trouvez dans la ſeconde des deux Remarques faites ſur le Prob. 1. *montrant aſſez comment on peut auſſi les trouver ici. Le Corol.* 7. *du preſent Prob.* 2. *fait auſſi voir aſſez comment le Probl.* 1. *s'en pourroit déduire avec tous ſes Corollaires. Ainſi en voilà, ce me ſemble, aſſez pour ce qui concerne les mouvemens primitivement accelerés en raiſon des tems écoulez dans des milieux qui leur réſiſteroient à chaque inſtant en raiſon de leurs viteſſes actuelles.*

Voyons donc presentement ce qui devroit arriver dans de pareils milieux aux mouvemens primitivement retardez en raison des tems qui resteroient à écouler jusqu'à leur entiére extinction, si le milieu ne faisoit aucune résistance.

PROBLÊME III.

FIG. XII. *Trouver les Courbes* ARC *des résistances totales ou des vitesses perduës;* HUC *des vitesses restantes, &c. dans l'hypothêse,* 1°. *Des résistances instantanées en raison des vitesses restantes à chaque instant ; &* 2°. *Des vitesses primitives retardées en raison des tems qui resteroient à écouler jusqu'à leur entiere extinction, si le milieu ne faisoit point de résistance, ainsi qu'il arriveroit aux corps de pesanteurs constantes qui y seroient jettez verticalement de bas en haut.*

SOLUTION.

Suivant les noms assignez dans le Corol. 1. du Lem 1. le premiere de ces hypothêses donnera encore ici $z = u$ comme dans les Solutions des deux Problêmes précédens. Et suivant le Corol. 3. de ce Lem. 1. la seconde donnera $\frac{dt}{a} = \frac{-dt - du}{z}$. Donc ces deux conditions ensemble donneront ici $\frac{dt}{a} = \frac{-dt - du}{u}$, ou $udt = -adt - adu$; d'où résulte $udt + adt = -adu$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{a+u}$ pour l'équation de la Courbe *HUC* des vitesses restantes *TU* (*u*), laquelle on voit devoir être ici une logarithmique d'une soutangente $= a$, sur un asymptote *B C* parallele à *AC*. & distante d'elle de la valeur de $AB = a$, ayant son ordonnée $HB = AB + AF = a + c$ en appellant ici *AF* ou *AC*, *c*; comme dans le Corol. 3. du Lem. 1. D'où résulte encore $AH = AF = c$, ainsi que dans le Corol. 4. de ce Lem. *Ce qu'il falloit premierement trouver.*

Cette Courbe *HUC* des vitesses restantes *TU* (*u*) étant ainsi trouvée, il n'y a plus qu'à prendre par-tout $UR = TV$ sur *UD* ($u + a$); & la ligne *ARC* qui passera par tous les points *R* ainsi trouvez, sera pareillement ici la Courbe de

des résistances totales TR (r), ou des vitesses perduës pendant les tems écoulez AT (t). Car puisque les vitesses perduës à la fin de ces tems sont égales aux différences $TV - TU$ dont les primitives TV surpassent les restantes TU, & que les résistances totales sont comme les vitesses perduës qu'elles ont détruites ; ces résistances totales (r) seront aussi $= TV - TU$ (à cause de $UR = TV$) $= UR - TU = TR$; & par conséquent la Courbe ARC construite comme ci-dessus, sera celle de ces résistances totales.

Pour en trouver presentement l'équation, il suffit de remarquer que la précédente $TV - TU = TR$, donnant TV (u) $- TR$ (r) $= TU$ (u), ou $u = v - r$; & le Corol. 3. du Lem. 1. donnant $v = c - t$: l'on aura $u = c - t - r$, & $du = - dt - dr$. Donc en substituant ces valeurs de u, du, dans la précedente équation logarithmique $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{a+u}$, l'on aura ici $\frac{dt}{a} = \frac{dt+dr}{a+c-t-r}$, ou $adt + cdt - tdt - rdt = adt + adr$, c'est-à-dire, $cdt - tdt - rdt = adr$; d'où résulte $\frac{dt}{dr} = \frac{a}{c+t-r}$ pour l'équation de de la Courbe ARC des résistances totales, ou des vitesses perduës ; construite comme ci-dessus. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

CORALLAIRE I.

Si du point N dans lequel la Courbe ARC rencontre la droite FC, on fait NM perpendiculaire en M sur AC ; la logarithmique HUC passera par ce point M, ainsi qu'on l'a vû dans le Corol. 4. du Lem. 1. Donc les vitesses doivent ici s'éteindre tout-à-fait en M à la fin du tems AM.

COROLLAIRE II.

De plus cette logarithmique HUC coupera la droite AC en M sous un angle AMH ou CMC de 45. deg. puisque son équation $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{a+u}$ s'y réduit à $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{a}$ TU (u) y étant nulle suivant le Corol. 1.

COROLLAIRE III.

De plus encore *TU* (u) en *AH* (c), y rendant aussi $u=c$, l'équation précédente $\frac{dt}{a}=\frac{-du}{a+u}$, s'y changera en $\frac{dt}{a}=\frac{-du}{a+c}$; ce qui fait voir que la rencontre de la logarithmique *HUC* en *H* avec son ordonnée *HB*, s'y fera sous un angle *AHM* dont le sinus sera à celui de son complément : : $a. a+c$: : *AB. BH.*

COROLLAIRE IV.

Pour ce qui est de la Courbe *ARC*, ayant par-tout (*Solut.*) $r=v-u$ (*Lem.* 1. *Corol.* 3.) $=c-t-u$; la substitution de cette valeur de r dans l'équation $\frac{dt}{dr}=\frac{a}{c-t-r}$ de cette Courbe, changera cette équation en $\frac{dt}{dr}=\frac{a}{u}=\frac{DS}{TU}$ en faisant *US* tangente en *U* de la logarithmique *HUC*, & qui rencontre son asymptote *BC* en *S*. Ce qui fait voir,

1°. Que les ordonnées *TR* (r) de la Courbe *ARC*, seront par-tout aux soûtangentes (sur *AC*) de ses tangentes en *R* : : *TU. DS.* c'est-à-dire, comme les *TU* correspondantes sont aux soutangentes *DS* de la logarithmique *HUC*, pareillement correspondantes sur son asymptote *BC*.

2°. Que *TU* en *AH*, lui devenant égale, la Courbe *ARC* doit faire en *A* avec *AC*, un angle dont le sinus soit à celui de son complément : : *AH. DS* : : *AH. AB.*

3°. Que *TU* en *M*, devenant $=o$, la précédente équation $\frac{dt}{dr}=\frac{DS}{TV}$ doit s'y changer en $\frac{dt}{dr}=\frac{DS}{o}$, c'est-à-dire, y avoir dt infinie par rapport à dr, & y rendre par conséquent la tangente en *N* de la Courbe *ARC*, parallele à son axe *AC*.

4°. Que *TU* diminuant toûjours depuis *AH* jusqu'en *M*, & augmentant ensuite toujours négativement depuis *M* vers *C*; dr doit aussi toûjours diminuer depuis *A* jusqu'en *N*, & augmenter ensuite depuis *N* vers *C* dans l'é-

quation précédente $\frac{dt}{dr}=\frac{DS}{TV}$ de la Courbe *ARC*, dont les *TR* (*r*) augmentent à meſure que les *TU* (*u*) correſpondantes diminuënt, & réciproquement. D'où l'on voit que cette Courbe *ARC* doit avoir ici ſa concavité toûjours tournée vers ſon axe *AC*, s'en éloigner depuis *A* juſqu'en *N*, & s'en rapprocher depuis *N* vers *C*. Mais le ſurplus *NC* de cette Courbe eſt ici inutile, de même que le ſurplus *MC* de la logarithmique *HUC*, les viteſſes *u* (*TU*) n'y pouvant devenir négatives, ni renaître après s'être anéantis en *M*; puiſqu'il ne s'agit ici que de viteſſes retardées.

5°. L'équation $\frac{dt}{dr}=\frac{a}{c-t-r}$ (*Solut.*) de cette Courbe *ARC*, donnant $cdt-tdt-rdt=adr$, ou $cdt-tdt-adr=rdt$, il eſt viſible que $\int rdt=ct-\frac{1}{2}tt-ar$: c'eſt à-dire, que ſon aire *ATR* ($\int rdt$) $=\frac{2ct-tt-2ar}{2}$.

6°. L'équation $\frac{dt}{dr}=\frac{a}{u}$ trouvée au commencement de ce Corollaire-ci, donnant $udt=adr$, il eſt pareillement viſible que $\int udt=ar=DS\times TR$; c'eſt-à-dire, que l'aire *ATUH* ($\int udt$) de la Courbe *HUC*, ſera ici $=DS\times TR$; & (à cauſe de $DS=a$ conſtante) que les aires *ATUH* ſeront entr'elles comme les ordonnée correſpondantes *TR* de la Courbe *ARC*, c'eſt-à-dire auſſi (*Solut.*) comme les réſiſtance totales, ou comme les viteſſes perduës à la fin des tems *AT* correſpondantes.

7°. Puiſque les viteſſes ici retardées, dont la premiere *c* eſt la plus grande, y donnent (*nomb. 6.*) $ATUH=DS\times TR=ar$; & que dans la Fig. 6. du Prob. 1. des mouvemens accelerez, dont *a* eſt la plus grande & la derniere des viteſſes poſſibles, le Corol. 4. de ce Prob. 1. donne pareillement $ATU=at-au=ar$ (*Fig. 6.*) $=BS\times TR$: il eſt manifeſte que ſi *a* eſt la même de part & d'autre, c'eſt-à-dire, ſi les ſoûtangentes *DS* (*Fig. 12.*) & *BS* (*Fig. 6.*) y ſont égales, enſorte que les logarithmiques *HUC* y ſoient la même de part & d'autre dans des poſitions dif- Fig. VI. XII

férentes ; ces aires *ATUH* (*Fig.* 12.) & *ATU* (*Fig.* 6.) qui ſont également de chaque part comme les réſiſtances totales *TR*, ou comme les viteſſes perduës qui leur répondent, ſeront entr'elles comme ces réſiſtances totales ou viteſſes perduës correſpondantes d'une part ſeroient aux correſpondantes de l'autre.

COROLLAIRE V.

FIG. XII. Puiſque les viteſſes reſtantes *TU* (u) s'anéantiſſent (*Corol.* I.) en *M* à la fin du tems *AM*, au lieu que les primitives *TV* (v) ne l'auroient été (*hyp.*) qu'en *C* à la fin du tems *AC* ſans la réſiſtance du milieu ; la durée du mouvement permis par cette réſiſtance du milieu, doit être ici à ce qu'il auroit duré ſans elle : : *AM*. *AC*. De ſorte que *MC* eſt ici la quantité dont cette réſiſtance fait moins durer le mouvement qu'il n'auroit duré ſans elle.

COROLLAIRE VI.

Il ſuit du nomb. 4. du Corol. 4. que les réſiſtances inſtantanées du milieu où ſe fait le mouvement en queſtion, doivent diminuer depuis *A* juſqu'en *M*, c'aſt-à-dire (*Corol.* I.) depuis le commencement du mouvement juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes ; puiſque ſuivant ce nomb. 4. du Corol. 4. les dr diminuënt toûjours depuis *A* juſqu'en *N*, & que ſuivant le Lem. I. ces réſiſtances inſtantanées ſont proportionelles à ces dr.

COROLLAIRE VII.

Quant aux eſpaces parcourus nonobſtant ces réſiſtances pendant les tems *AT* (t), le Lem. 2. fait voir qu'ils doivent être ici entr'eux comme les aires correſpondantes *ATUH* de la Courbe *HUC* des viteſſes actuelles ou reſtantes *TU* (u) en vertu deſquelles ils ſont parcourus. Mais l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{-dt-du}{u}$ trouvée d'abord (*Solut.*) pour celle de cette Courbe *HUC*, donnant $udt = -adt - adu$, l'on aura (en intégrant) $\int udt$ (*ATUH*) $= -at - au + q$; & le cas de *TU* (u) en *AH* (c) rendant

$ATUH = o$, $t = o$, & $u = c$, réduit cette intégrale à $o = -ac + q$, & rend par-là $q = ac$: de ſorte que cette intégrale complette ſe trouve être $ATUH = ac - at - au$. Donc les eſpaces parcourus pendant les tems AT (t), ſeront ici comme les grandeurs correſpondantes $ac - at - au$, ou (à cauſe de a conſtante) comme les correſpondantes $c - t - u$; c'eſt-à-dire, ſuivant les noms des Corol. 1. & 3. du Lem. 1. comme les correſpondantes $AH - AT - TU$, ou (en faiſant GZ parallele à AC par le point U, & qui rencontre les droites AH, HC, en G, Z) comme les correſpondantes $HG - AT$, ou bien auſſi comme les $HG - GU$, c'eſt-à-dire, comme les UZ correſpondantes, à cauſe que AH (*Lem.* 1.) $= AC$, rend $HG = GZ$.

COROLLAIRE VIII.

Puiſque (*Corol.* 7.) l'aire $ATUH = ac - at - au$, & que le Corol. 1. donne u (TU) $= o$ en M, l'on aura auſſi l'aire entiere $AMH = ac - at = ac - a \times AM$. Donc (*Corol.* 7.) les eſpaces parcourus pendant les tems AT (t) ſeront ici à l'eſpace entier parcouru pendant tout le tems AM, c'eſt-à-dire, (*Corol.* 1.) juſqu'à l'entiere extinction des viteſſes : : $ac - at - au.\ ac - a \times AM$: : $c - t - u.\ c - AM$: : $HG - AT.\ HA - AM$ (les Corol. 4. & 3. du Lem. 1. donnant $HA = AF = AC$) :: $HG - AT.\ AC - AM$ (à cauſe de $AT = GU$, & de $HG = GZ$) : : $UZ.\ MC$.

COROLLAIRE IX.

Puiſque le Corol. 3. du Lem. 1. donne $TV = c - t$, ou $AF + TV = c + c - t = 2c - t$; ou bien auſſi le trapeſe $ATVF \left(\frac{AF + TV}{2} \times AT\right) = \frac{2ct - tt}{2}$; & que le Corol. 7. de ce Problême-ci donne pareillement $ATUH = ac - at - au$: l'on aura ici $ATUH.\ ATVF$: : $ac - at - au.\ \frac{2ct - tt}{2}$: $2ac - 2at - 2au.\ 2ct - tt$. Mais on voit par le Lem. 2. que l'eſpace ici parcouru pendant quelque tems AT (t) que ce ſoit, nonobſtant les réſiſtances ſuppoſées,

feroit à ce qui en auroit été parcouru en pareil tems fans elles, c'eſt-à-dire, dans un milieu fans réſiſtance, ou en vertu du mouvement primitivement ſuppoſé :: $ATUH$. $ATVF$. Donc le premier de ſes eſpaces feroit auſſi au ſecond :: $2ac - 2at - 2au$. $2ct - tt$ :: $2ac - 2at - 2au$. $cc - cc + 2ct - tt$ :: $2ac - 2at - 2au$. $cc - \overline{c-t}^2$ (à cauſe de $c - t = TC$, $c - u = HA = UT$, $c = AC$, $a = DS$) :: $2DS \times \overline{TC - TU}$. $AC \times AC - TC \times TC$ :: $2DS \times \overline{HG - AT}$. $AC \times AC - TC \times TC$ :: $2DS \times UZ$. $AC \times AC - TC \times TC$.

COROLLAIRE X.

Par conſéquent T en M, rendant $AT = AM$, $TC = MC$, $UZ = MC$, $HG = HA = AF = AC$, & $TU = 0$; l'on aura pareillement tout l'eſpace parcouru pendant le tems AM nonobſtant les réſiſtances ſuppoſées, à ce qui en auroit été parcouru en pareil tems ſans elles en vertu du mouvement primitivement ſuppoſé :: $2DS \times MC$. $AC \times AC - MC \times MC$.

COROLLAIRE XI.

Donc en cas d'eſpaces parcourus juſqu'à l'entiere extinction des viteſſes de part & d'autre, les durées entieres juſque-là des mouvemens qui y feroient employez, étant (*hyp.*) AC pour le parcouru en vertu des viteſſes primitives TV ſuppoſées comme dans un milieu ſans réſiſtance ni action, & (*Corol.* 1.) AM pour le parcouru en vertu des viteſſes TU reſtantes de ces primitives malgré les réſiſtances ſuppoſées; le changement qui ſe feroit alors de AM en AC pour le premier cas, & qui rendroit par-là $MC = 0$ dans le ſecond terme du raport trouvé dans le précédent Corol. 10. pendant que le reſte demeureroit le même ici que là; donneroit ici tout l'eſpace parcouru juſqu'à l'entiere extiction des viteſſes pendant le tems AM nonobſtant les réſiſtances ſuppoſées, à tout ce qui en auroit été parcouru juſqu'à une pareille extinction de viteſſes dans un milieu ſans réſiſtance pendant le tems AC

:: $2DS \times MC . AC \times AC :: MC . \frac{AC \times AC}{2DS}$. D'où l'on voit que si l'on prend HX (sur HA) $= \frac{AC \times AC}{2DS}$ (*Solut.*) $= \frac{AH \times AH}{2AB}$, c'est-à-dire, HX égale à la moitié d'une troisiéme proportionelle aux lignes AB, AH; le premier de ces espaces sera au second :: $MC . HX$.

COROLLAIRE XII.

Il suit delà que si $AH = AB$, c'est-à-dire, que si la vitesse de projection de bas en haut étoit égale à la terminale du corps jetté, en prenant AB (suivant le Corol. 9. du Prob. 1.) pour cette vitesse terminale ; ayant alors HX $\left(\frac{AH \times AH}{2AB}\right) = \frac{AB \times AB}{2AB} = \frac{1}{2} AB$, la hauteur à laquelle ce corps ainsi jetté monteroit dans le milieu résistant, seroit à celle où il monteroit dans le milieu sans résistance :: $MC, \frac{1}{2} AB$ (les Solutions des Prob. 1. & 3. donnant $DS = AB$) :: $MC . \frac{1}{2} DS$. D'où l'on voit que la soûtangente DS de la logarithmique HUC doit être ici double de la hauteur à laquelle la vitesse terminale peut faire monter le corps sans résistance du milieu, ainsi que M. Hughens l'a dit sur la fin de son *discours de la cause de la pesanteur*, p. 173

COROLLAIRE XIII.

Puisque (*Corol.* 7.) l'aire $ATUH = ac - at - au$, l'espace ici parcouru nonobstant les résistances supposées pendant le tems AT (t) en vertu des vitesses restantes TU (u), sera aussi (*Lem.* 2.) à ce qui en auroit été parcouru pendant le même tems, d'une vitesse uniforme égale à la premiere AH (c) de ces vitesses restantes :: $ac - at - au . ct$ (à cause de $a = DS$, $c = AC = AH$, $t = AT$, $u = TU$) :: $DS \times \overline{TC - TU} . AC \times AT :: DS \times \overline{HG - AT} . AC \times AT :: DS \times UZ . AC \times AT$. De sorte que T en M, rendant $AT = AM$, $TC = MC$, $UZ = MC$, $HG = HA = AC$, & $TU = o$; l'espace ici parcouru nonobstant les résistances supposées pendant tout le tems AM, c'est-à-dire, (*Corol.* 1.) jusqu'à l'entiere extinction des vitesses par ces résistances, sera pareillement à ce qui

en auroit été parcouru pendant le même tems, d'une viteſſe uniforme égale à la premiere *AH* de celles-là : : $DS \times MC. AC \times AM :: MC. \frac{AC \times AM}{DS}$ (la Solution donnant $AC = AF$, $DS = AB$) : : $MC. \frac{AF \times AM}{AB}$ (les paralleles *BM FQ*, donnant $AB. AM :: AF. AQ = \frac{AF \times AM}{AB}$) : : $MC. AQ$.

COROLLAIRE XIV.

Les raports des eſpaces trouvez dans les ſix derniers Corol. 7. 8. 9. 10. 11. 12. par le moyen de l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{-dt-du}{u}$ de la Solution, peuvent encore ſe trouver par le moyen du nomb. 6. du Corol. 4. Car,

1°. Ce nomb. 6. donnant l'aire $ATUH = DS \times TR$, le Lem. 2. donnant auſſi les eſpaces ici parcourus pendant les tems *AT*, en raiſon de ces aires *ATUH* correſpondantes ; ces mêmes eſpaces parcourus (*hyp.*) de viteſſes retardées & primitivement & par les réſiſtances ſuppoſées, ſeront ici entr'eux comme les produits correſpondans $DS \times TR$, ou ſimplement (à cauſe de *DS* conſtante) comme les ordonnées correſpondantes *TR* de la Courbe *ARC* des réſiſtance totales, c'eſt-à-dire, comme les réſiſtances totales ou comme les viteſſes perduës à la fin des tems *AT* correſpondans, ainſi que dans le Corol. 4. du Prob. 1. & dans le Corol. 8. du Prob. 2. des mouvemens accelerez nonobſtant ces réſiſtances, & conformément au nomb. 7. du Corol. 4. du preſent Prob. 3.

2°. De ſorte que dans ces trois Problêmes des mouvement primitivement accelerez & retardez ſuivant les raiſons qu'on y ſuppoſe, les eſpaces parcourus ſont également comme les réſiſtances totales du milieu ſuppoſé, ou comme les viteſſes perduës pendant les tems employez à parcourir ces eſpaces.

3°. Le précédent nomb. 1. fait auſſi voir que les eſpaces qui y ſont parcourus pendant les tems *AT* nonobſtant les réſiſtances ſuppoſées, ſeront ici à l'eſpace entier parcouru

parcouru de même pendant le tems AM nonobſtant ces mêmes réſiſtances, c'eſt-à-dire (*Corol.* 1.) juſqu'à l'entiere extinction des viteſſe en $M :: DS \times TR. \; DS \times MN :: TR. \; MN.$

4°. Ces eſpaces ici parcourus pendant les tems AT nonobſtant les réſiſtances ſuppoſées, ſeroient pareillement à ce qui en auroit été parcouru pendant le même tems ſans elles : c'eſt-à-dire, en vertu des viteſſes primitives TV dans un milieu ſans réſiſtance ni action $:: 2DS \times TR. \; ATVF :: DS \times TR. \; \frac{AF \times AC - TV \times TC}{2} :: 2DS \times TR. \; AC \times AC - TC \times TC.$

5°. Par conſéquent (en prenant $AT = AM$) tout l'eſpace ici parcouru pendant tout le tems AM nonobſtant les réſiſtances ſuppoſées, c'eſt-à-dire (*Corol.* 1) juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes par ces réſiſtances, ſeroit à ce qui en auroit été parcouru ſans elles pendant le même tems $AM :: 2DS \times MN. \; AC \times AC - MC \times MC.$

6°. Le premier de ces eſpaces ici parcouru pendant le tems AM nonobſtant les réſiſtances ſuppoſées, ſeroit (*Lem.* 2.) à ce qui en auroit été parcouru ſans elles pendant tout le tems AC en vertu des viteſſes primitives ſuppoſées TV : c'eſt-à-dire, juſqu'à l'entiere entinction des viteſſes de part & d'autre $:: AMH. \; ACF$ (*nomb.* 1.) $:: DS \times MN. \; \frac{AC \times AF}{2}$ (*Lem.* 1. *Corol.* 3.) $:: DS \times MN. \; \frac{AC \times AC}{2} :: MN. \; \frac{AC \times AC}{2DS}$ (la Solution donnant $AB = DS$, & les Corol. 3. 4. du Lem. 1. donnant auſſi $AC = AF = AH$) $:: MN. \; \frac{AH \times AH}{2AB} :: MN$ ou $MC. \; HX.$ en prenant HX égale à la moitié d'une troiſiéme proportionnelle aux lignes AB, AH, ainſi que dans le Corol. 11.

7°. La même choſe peut ſe tirer encore du nomb. 5. en conſidérant que AM ici changée en AC pour le mouvement qui ſe feroit dans un milieu ſans réſiſtance, rendroit $MC = 0$ pour ce mouvement dans le ſecond terme du raport trouvé dans ce nomb. 5. Puiſque ce nomb. 5. donne-

roit alors le premier de ces espaces au second : : $2\,DS \times MN.\ AC \times AC :: MN.\ \frac{AC \times AC}{2DS} :: MN.\ \frac{AH \times AH}{2AB} :: MC.\ HX.$ Toutes choses demeurant les mêmes ici que dans le précédent nomb. 6.

8°. L'espace ici parcouru pendant le tems AT nonobstant les résistances suppposées, sera ici (*Lem.* 2.) à ce qui en auroit été parcouru en pareil tems d'une vitesse uniforme égale à la premiere AF ou AH : : $DS \times TR.\ AH \times AT.$ D'où l'on voit qu'à la fin du tems AM, le premier de ces espaces parcouru de vitesses qui (*Corol.* 1.) s'éteingnent tout-à-fait en M par les résistances supposées, seroit au second parcouru d'une vitesse (*hyp.*) uniforme égale à la premiere AH de celles-là : : $DS \times MN.\ AH \times AM :: MN.\ \frac{AH \times AM}{DS}$ (*Solut. & Corol.* 3. 4. *du Lem.* 1.) : : $MC.\ \frac{AF \times AM}{AB}$: : $MC.\ AQ.$ en tirant les paralleles BM, FQ, ainsi que dans le Corol. 13.

COROLLAIRE XV.

Si presentement sur l'asymptote AC on suppose par le point H une logarithmique HYC d'ordonnées $TY = y$, & d'une même soûtangente (a) que la précédente HUC, dont elle soit par conséquent une portion d'une autre position qu'elle, on verra par les Mem. de 1707. pag. 391. & 392. Corol. 2. que si au lieu d'y prendre la premiere vitesse $= a$, on l'y eût prise $= c$, l'on y auroit eû l'espace parcouru pendant un tems quelconque AT (t) en vertu des vitesses (y) restantes de cette primitivement uniforme (c) égale à la premiere AH des précédentes, & retardée en raison de ces restantes, comme $ac - ay$. On vient de voir aussi dans le Cor. 7. que l'espace ici parcouru pendant le même tems AT (t) en vertu des vitesses TU (u) restantes des primitivement retardées TV (v) de ce Problême-ci, dont la plus grande AF est aussi (*Corol.* 3. 4. *du Lem.* 1.) $= c = AH$, & que les résistances du milieu retardent encore (*hyp.*) en raison des vitesses restantes, est comme

$ac - at - au$. Donc le premier de ces eſpaces ſera ici au ſecond : : $ac - ay . ac - at - au$: : $c - y . c - t - u$ (en faiſant YL parallele à AC, & qui rencontre AH en L, & HC en l) : : $HL . HG - GU$: : $HL . UZ$: : $Ll . UZ$.

Donc auſſi en prolongeant NM juſqu'à la logarithmique HYC en O, d'où ſoit OP parallele à AC, & qui rencontre AH en P, & HC en p) ce qui ſe parcouroit d'eſpace de la premiere maniere, c'eſt-à-dire, en vertu des viteſſes reſtantes TY (y) pendant le tems AM, ſeroit à ce qui s'en parcouroit de la ſeconde, c'eſt-à-dire, en vertu des viteſſes reſtantes TU (u) pendant le même tems AM : : $HP . HA - AM$ (à cauſe de $HA = AF = AC$) : : $HP . MC$: : $HP . MN$: : $Pp . MC$: : $Pp . MN$.

COROLLAIRE XVI.

Ce rapport d'eſpace ſe peut encore trouver autrement. Car on vient de voir (*Corol.* 15.) ſuivant les Mem. de 1707. pag. 391. & 392. Corol. 2. du Prob. 1. que les eſpaces parcourus comme dans le précédent Corol. 15. pendant les tems AT en vertu des viteſſes TY (y) reſtantes de la primitivement uniforme AH (c) qu'on y ſuppoſe, ſont comme les grandeurs $ac - ay$ correſpondantes, c'eſt-à-dire, (à cauſe de a conſtante (comme les $c - y$ ou comme les HL correſpondantes ; & dans le pénultiéme Corol. 14, nomb. 1. que les eſpaces auſſi parcourus pendant les mêmes tems AT en vertu des viteſſes TU (u) reſtantes des primitivement retardées TV (v) ſuppoſées dans ce Problême-ci, ſont auſſi comme les TR correſpondantes. Donc l'eſpace parcouru des premieres viteſſes (y) pendant un tems AT quelconque, eſt à l'eſpace parcouru en vertu des ſecondes (u) pendant le même tems AT : : $HL . TR$. c'eſt-à-dire, ſuivant les Corollaires qu'on vient de citer, que les eſpaces parcourus avec de telles viteſſes pendant un même tems quelconque, ſont toûjours ici entr'eux comme les réſiſtances totales qui leur répondent, ou comme les viteſſes perduës & éteintes par ces réſiſtances. Donc en prenant AM pour le tems AT, en conce-

vant ces eſpaces continuez ou parcourus juſqu'à la fin du tems *AM*; cette égalité de *AT*=*AM*, rendant *HL* = *HP*, & *TR*=*MN*, le premier de ces eſpaces parcourus l'un & l'autre) chacun à ſa maniére ſuppoſée) pendant le tems *AM*, ſera au ſecond : : *HP*. *MN* : : *Pp*. *MC*. ainſi que dans le précédent. Corol. 15.

COROLLAIRE XVII.

Ce rapport & celui qui le précéde, peuvent encore ſe déduire du premier qu'on a trouvé entre les mêmes eſpaces dans le précédent Corol. 15. dans lequel le premier de ces eſpaces s'eſt trouvé être au ſecond : : *c*—*y*. *c*—*t*—*u* : : *HL*. *TC*—*TU* : : *HL*. *TV*—*TU* : : *HL*. *TV*—*RV* : : *HL*. *TR*. comme ci-deſſus. Ce qui donne encore auſſi le premier de ces eſpaces au ſecond : : *HP*. *MN*. lorſque *AM* eſt le tems commun employé à parcourir chacun d'eux, ainſi qu'on le vient de voir dans les Corol. 15. & 16.

COROLLAIRE XVIII.

Si preſentement on imagine un corps d'une peſanteur conſtante qui, en tombant en ligne droite dans un milieu ſans réſiſtance ni action, lui donneroit des viteſſes leſquelles ſeroient entr'elles comme les tems écoulez ou employez à les acquerir, & qui en remontant par la même ligne en vertu d'une force de projection de bas en haut, ne lui laiſſeroit de viteſſes qu'en raiſon des tems à écouler juſqu'à leur entiere extinction; que dans l'un & dans l'autre de ces mouvemens il ſoit retardé par des réſiſtances du milieu leſquelles ſoient comme les viteſſes actuelles reſtantes ou acquiſes; & que ſa viteſſe de projection ſoit à ſa terminale, c'eſt-à-dire (*Corol. 9. du Probl.* 1.) à la plus grande qu'il pût acquerir en tombant dans ce milieu en vertu de ſa peſanteur : : *AH*. *AB* (*Solut.*) : : *c*. *a*. quel que ſoit ce raport. FIG. XIII.

Cela ſuppoſé, ſi au lieu de la tangente *US* (*Fig.* 12.) de la logarithmique *HUC*, on lui en fait une en *M* (*Fig.* 13.) laquelle ſoit *MSC*, qui rencontre auſſi *BC* en *S*; qu'on

prenne AM pour le tems de l'aſcenſion de ce corps juſqu'à l'entiere extinction de ſa viteſſe de projection, & $M\theta$ pour tel autre tems qu'on voudra de ſa chute priſe depuis ſon commencement M; qu'on faſſe $\theta\delta$ parallele à HB, & qui rencontre en υ, π, δ, la logarithmique HUC, ſa tangente MSC, & ſon aſymptote BC; & qu'enfin on prolonge MN juſqu'à la rencontre de BC en X: le Corol. 7. du preſent Prob. 3. donnera l'aire $ATUH = ac - at - au = XS \times HG - GU = XS \times UZ$; & le Corol. 4. du Prob. 1. donnera auſſi l'aire $M\theta\upsilon = at - au = XS \times M\theta - \theta\upsilon = XS \times \delta\pi - \theta\upsilon = XS \times \upsilon\pi$, en prenant encore ici comme là, $\theta\upsilon = u$, & $M\theta = t$ ſur MC prolongée vers ω, dont le point M eſt le commencement du tems de la chute ſuppoſée. Donc TU, $\theta\upsilon$; étant ici (*Solut. des Prob.* 3. & 1.) les viteſſes actuelles ou reſtantes à la fin des tems AT, $M\theta$, l'on y aura (*Lem.* 2.) l'eſpace parcouru en montant pendant le tems AT en vertu de la viteſſe de projection, au parcouru pendant le tems $M\theta$ en tombant ſuivant la même ligne droite d'aſcenſion ou ſuivant une parallele, en vertu de la peſanteur du mobile :: $XS \times UZ$, $XS \times \upsilon\pi$ :: UZ. $\upsilon\pi$. Donc auſſi l'eſpace parcouru en montant pendant les tems AM, c'eſt-à-dire (*Corol.* 1.) juſqu'à l'entiere extinction de la viteſſe de projection, ſera ici à l'eſpace parcouru en tombant pendans un tems quelconque $M\theta$ en vertu de la peſanteur du mobile :: MC. $\mu\pi$.

COROLLAIRE XIX.

Cela & le reſte trouvé juſqu'ici par le moyen de la logarithmique HUC, ſe peut auſſi trouver par le moyen de l'hyperbole. Pour le voir ſoit l'aſymptote CB de cette logarithmique HUC, prolongée vers K; & entre les aſymptotes orthogonales BH, BK, ſoit l'hyperbole équilaterre PQK, laquelle ſoit rencontrée en E, Q, par UG, MA, prolongées juſqu'à elle, & en P par HP parallele auſſi à BK; par le point Q ſoit NZ parallele à HB, & qui rencontre en N, F, les ordonnées HP, GE, prolongées auſſi juſqu'à elle, en rencontrant de même BK en Z. FIG. XIV.

Cela fait, il suit de la Solution que si l'on prend encore AH (c) pour la premiere ou la plus grande vitesse du mobile au commencement de son retardement par les résistances supposées, les parties AG (u) de cette ligne, & par conséquent aussi les rectangles $QAGF$ dont elles sont les bases, seront ici non-seulement comme les vitesses restantes TU (u) à la fin des tems AT (t); mais encore comme les résistances instantanées (dr) qu'on suppose ici proportionnelles à ces vitesses.

COROLLAIRE XX.

Si l'on prend presentement $a+u$, y, pour les coordonnées BG, GE, de l'hyperbole PQK, laquelle ait ici $AB=a$, $AQ=b$, $AH=c$, $AG=u$, $GE=y$; & par conséquent $\overline{a+u}\times y=ab$, ou $\overline{a+u}=\frac{ab}{y}$, ou bien aussi $u=\frac{ab}{y}-a=\frac{ab-ay}{y}$ pour son équation : la Solution donnant $\frac{dt}{a}=\frac{-du}{a+u}$, l'on aura pareillement ici $\frac{dt}{a}=\frac{-ydu}{ab}$, ou $dt=\frac{-ydu}{b}$; & conséquemment (en intégrant) $t=-\int\frac{ydu}{b}+q=-\frac{QAGE}{AQ}+q$. Mais le cas de t (AT) $=o$, rendant $QAGE=QAHP$, réduit la précédente intégrale à $o=-\frac{QAHP}{AQ}+q$, d'où résulte $q=\frac{QAHP}{AQ}$. Donc cette intégrale juste & précise sera $t=\frac{QAHP-QAGE}{AQ}=\frac{PHGE}{AQ}$. Par conséquent les tems écoulez (t) du mouvement ici retardé & primitivement & par les résistances supposées, seront entr'eux en raison des aires hyperboliques $PHGE$ correspondantes.

COROLLAIRE XXI.

Puisque (*Corol.* 20.) $u=\frac{ab-ay}{y}$, & $dt=\frac{-ydu}{b}$; l'on aura pareillement ici $udt=\frac{-abdu+aydu}{b}$; & conséquemment (en intégrant) $\int udt=-\frac{a}{b}\times bu+\frac{a}{b}\times\int ydu+$

$+q = \frac{a}{b} \times QAGF + \frac{a}{b} \times QAGE + q = -\frac{a}{b} \times EQF + q$:
De ſorte que le cas de *ſudt* (*ATUH*) $= o$, rendant $EQF = PQN$, & réduiſant ainſi la précédente intégrale à $o = -\frac{a}{b} \times PQN + q$, d'où réſulte $q = \frac{a}{b} \times PQN$; cette intégrale préciſe ſera *ſudt* $= \frac{a}{b} \times PQN - \frac{a}{b} \times EQF = \frac{a}{b} \times PEFN$. Donc (*Lem.* 2.) la fraction $\frac{a}{b}$ étant conſtante, les eſpaces ici parcourus pendant les tems écoulez $\frac{PHGE}{AQ}$ (t) en vertu des viteſſes (*Corol.* 20.) reſtantes *AG* ou *TU* (u) malgré les réſiſtances ſuppoſées, ſeront entr'eux comme les aires hyperboliques *PEFN* correſpondantes.

COROLLAIRE XXII.

Si l'on imagine encore comme dans le Corol. 18. un corps de peſanteur conſtante qui, en tombant en ligne droite dans un milieu ſans réſiſtance, lui donneroit des viteſſes qui ſeroient comme les tems écoulez depuis le commencement de ſa chute; & en remontant par la même ligne dans ce milieu en vertu de quelque reflexion ou d'une force de projection de bas en haut, ne lui en laiſſeroit qu'en raiſon des tems à écouler juſqu'à leur entiere extinction: Que l'un & l'autre de ces mouvemens ſoient faits dans un milieu réſiſtant en raiſon de leurs viteſſes actuelles acquiſes ou reſtantes; & que la viteſſes de reflexion ou de projection de bas en haut du mobile, ſoit à ſa terminale (c'eſt-à-dire, (*Corol.* 9. *Prob.* 1.) à la plus grande qu'il pût jamais acquerir dans ce milieu :: *AH* (c) *AB* (a).

Soit encore l'hyperbole équilatere *PQK* entre les aſymptotes orthogonales *BH*, *BK*, & rencontré encore auſſi en *P*, *Q*, par *HP*, *AQ*, paralleles à *BK*. De l'origine *A*, ſoient deux indéterminées quelconques *AG*, *AL*, priſes ſur les déterminées *AH* (c), *AB* (a); & après avoir fait les ordonnées *GE*, *LD*, qui rencontrent l'hyperbole en *E*, *D*, ſoit *NZ* parallele à *HB* par le point *Q*, & qui ſoit FIG. XV.

rencontrée en *N*, *F*, *M*, *Z*, par les paralleles *HP*, *GE*, *LD*, *BK*.

Il suit des deux derniers Corol. 20. 21. & des Corol. 12. 13. du Prob. 1. que si l'on prend l'aire hyperbolique *PHGE* pour le tems ou la durée de l'ascension verticale du mobile, & *QALD* pour le tems ou la durée de sa chute par la même ligne; les espaces qu'il parcourra pendant ces tems nonobstant les résistances supposées du milieu à traverser, seront entr'eux comme les aires *PEFN*, *DQM*, correspondantes; de maniere que ce qu'il en parcourra en montant pendant les tems *PHGE*, sera à ce qu'il en parcourra en descendant pendant le tems *QALD* : : *PEFN*. *DQM*. Et si l'on suppose l'ascension faite jusqu'à l'entiere extinction de la vitesse de projection *AH* pendant le tems *PHAQ*; l'espace parcouru en montant jusqu'à cette entiere extinction à fin de ce tems *PHAQ*, sera au parcouru en descendant pendant le tems *QALD* : : *PQN*. *DQM*. De sorte que si l'on prend *LB*. *AB* : : *AB*. *HB*. les tems *PHAQ* & *QALD* se trouvant alors égaux, l'on aura aussi *PQN* & *DQM* pour des espaces parcourus en tems égaux; le premier *PQN* pour le parcouru en montant jusqu'à l'entiere extinction de sa vitesse de projection *AH* de bas en haut, & le second *DQM* pour le parcouru en descendant pendant le même tems. Et si l'on prend $DQM = PQN$, ainsi qu'il arrive lorsque $PHLD = HLMN$, ces espaces seront alors égaux; & les aires *PHAQ*, *QALD*, alors inégales, exprimeront les tems employez à les parcourir.

Tout cela s'accorde avec ce que M. Newton en a démontré à sa maniere dans ses princ. Math. Liv. 2. Sect. 1. Prop. 3. pag. 238. &c.

SCHOLIE.

FIG. XII. Puisque la premiere des deux conditions de ce Problême-ci donne $z = u$, & que sa Solution donne $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{a+u}$ pour l'équation de la Courbe *HUC* des vitesses restantes, qu'on voit dans cette Solution être une logarithmique;

que; l'on aura pareillement $\frac{dt}{a} = \frac{-dz}{a+z}$ pour l'équation de la Courbe *KEC* des résistances instantanées, laquelle par conséquent sera encore cette logarithmique elle-même; c'est-à-dire, que les Courbes *HUC* des vitesses restantes, & *K E F* des résistances instantanées se confondront ici (de même que dans les Prob. 1. & 2.) en une seule & même logarithmique d'une soûtangente $= a$, d'une ordonnée *HB* ou $KB = a + c$, & donc *BC* (perpendiculaire en *B* sur *KF*) sera l'asymptote.

REMARQUE I.

Les équations construites par le moyen de la logarithmique dans les Mem. de 1707. pag. 382. &c. se construiront aussi par le moyen de l'hyperbole, en y employant une Analyse à peu près semblable à celle qui vient de servir à construire celle du Prob. 1. dans ses Corol. 12. 13. celle du Prob. 2. dans son Corol. 11. & celle du Prob. 3. dans ses Corol. 20. & 21.

REMARQUE II.

Quant aux rapports de la pesanteur du mobile aux résistances instantanées du milieu, &c. trouvée ci-dessus pour le Prob. 1. dans la seconde des deux Remarques qui le suivent, cette Remarque faisant assez voir comment on les pourroit aussi trouver ici (*Prob.* 3.) nous n'y en remarquerons qu'un dont nous aurons besoin dans la recherche des Courbes de projection : sçavoir que la vitesse (u) restante de la verticale (c) de bas en haut à chaque instant, sera toûjours ici à la plus grande (a) que le mobile puisse acquerir (*Cor.* 9. *du Prob.* 1.) en tombant en vertu de sa pesanteur dans le milieu supposé, comme la résistance que fait ce milieu à cette vitesse restante de bas en haut, est à la pesanteur constante de ce mobile. En effet, les hypothêses du présent Prob. 3. donnant $z = u$, & $dv = -dt$ suivant le Corol. 3. du Lem. 1. dans l'équation generale $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z}$ du Corol. 1. de ce Lemme; cette équation générale se

réduit ici à $\frac{-dv}{a} = \frac{dr}{u}$: ce qui ſuivant la Remarq. 1. ſur le Prob. 1. donne le raport précédent.

Ce ſeroit ici le lieu de démontrer tout ce que M. Hughens s'eſt contenté d'énoncer à la fin de ſon diſcours de la cauſe de la peſanteur *dans l'hypothêſe de réſiſtauces inſtantanées en raiſon des viteſſes actuelles des corps mûs, comme l'eſt ci-deſſus, tout ce que M. Newton, M. Leibnitz, & M. Wallis en ont démontré à leurs maniéres; mais ce ſera pour un autre Memoire, celui-ci étant déja aſſez long. Après cela nous démontrerons, & en pluſieurs manieres, les Courbes de projection de cette hypothêſe pour paſser enſuite à d'autres.*

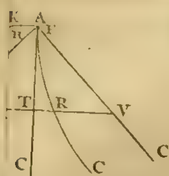
DESCRIPTION D'UN NOUVEAU BAROMETRE.

Pour connoître exactement la peſanteur de l'air, avec quelques remarques ſur les Barometres ordinaires.

Par M. de la Hire.

1708. 21. Mars. DAns les recherches de Phyſique on a très-ſouvent beſoin de connoître exactement la peſanteur de l'air, telle qu'elle eſt en un certain tems dans quelque lieu, & on ne peut le ſçavoir aſſûrément que par le moïen des Barometres. Mais dans les Barometres ſimples dont on ſe ſert ordinairement & qui paroiſſent les plus juſtes, on ne ſçauroit connoître bien exactement cette peſanteur, à cauſe du peu de hauteur de Mercure qui répond à une grande hauteur d'air.

Car pour ce qui eſt de la chaleur qui dilate l'air ou du froid qui le reſſerre, ce ne ſont que des accidens particuliers dans quelque eſpace particulier ſur la ſurface de la terre, leſquels n'augmentent ou ne diminuënt pas l'effet



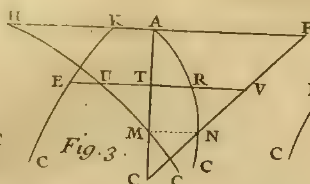


Fig. 3.

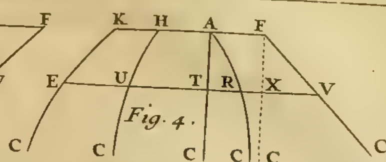
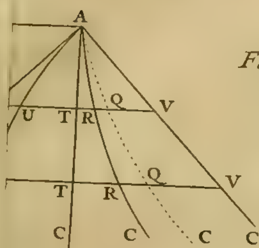


Fig. 4.



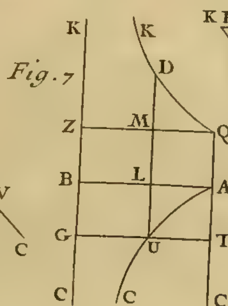


Fig. 7

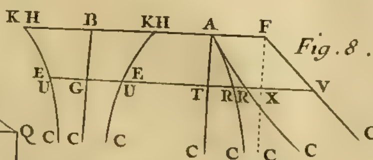


Fig. 8.

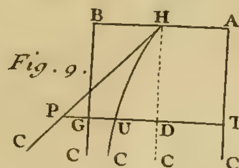


Fig. 9.

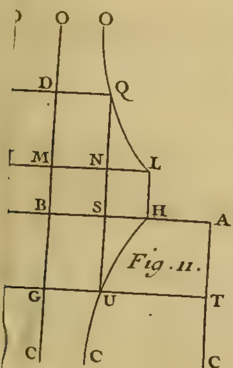


Fig. 11.

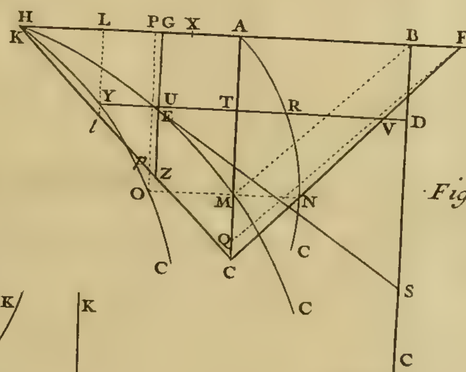


Fig. 12.

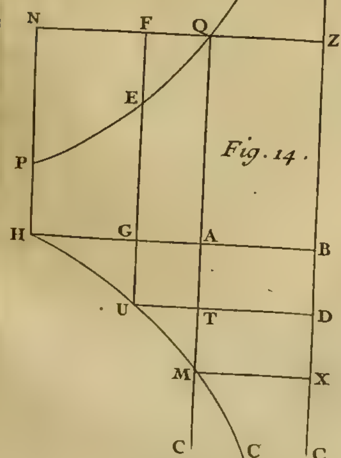


Fig. 14.

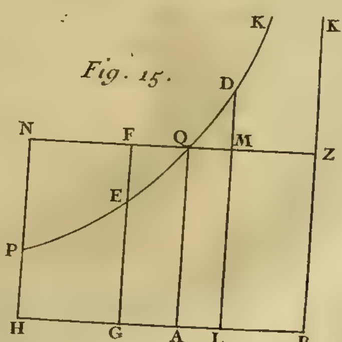
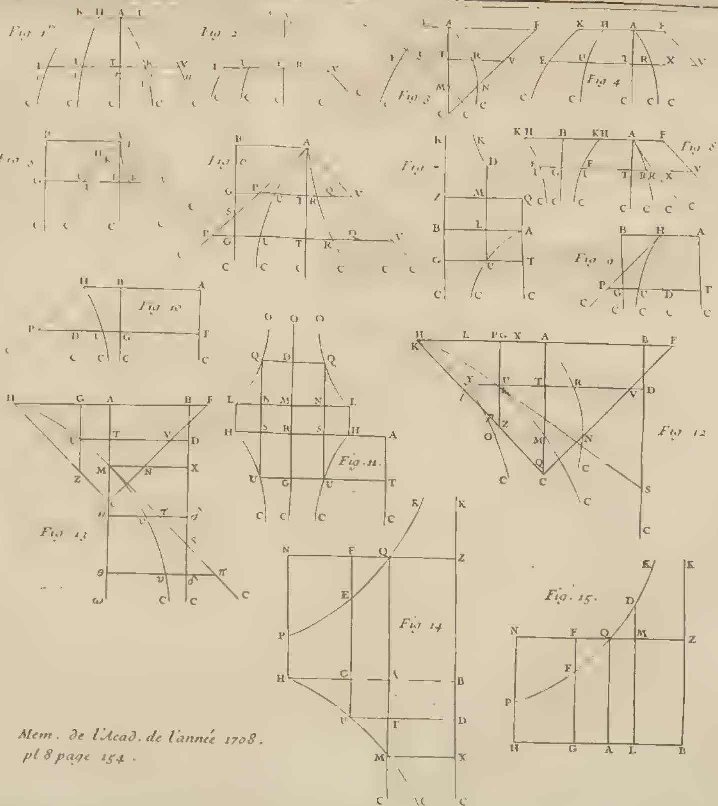


Fig. 15.



Mem. de l'Acad. de l'année 1708.
pl 8 page 154.

de la peſanteur de toute la maſſe de l'air, comme on peut le démontrer par ce qui ſuit.

Soit la phiole *A* avec le tuyau recourbé *BD* qui y eſt attaché par le deſſous en *B*; & ſoit auſſi le petit tuyau capillaire *EF* qui y eſt attaché par le deſſus. Si l'on verſe du Mercure par l'ouverture *D* du tuyau *DB*, il entrera dans la phiole, & il s'y mettra à même hauteur que dans le tuyau *BD*, l'aire pouvant ſortir par le tuyau *EF*, & quand il y en aura un peu dans la phiole, on ſcellera l'extrémité du petit tuyau. FIG. I.

Maintenant ſi l'on plonge la phiole *A* dans de l'eau tiede ou un peu chaude, l'air qui y eſt renfermé s'y dilatera, & le mercure montera dans le tuyau *BD*, comme en *G* par la force des reſſorts de l'air dilaté, & il deſcendra un peu comme à la hauteur *HH* dans la phiole, en ſorte que cette dilatation lui fera ſoûtenir une hauteur de Mercure *HG*; & ſi quelque corps étoit renfermé dans l'air de la phiole, il ſeroit alors dans un air plus rare qu'il n'étoit auparavant, & cependant ce corps ſera plus comprimé qu'il n'étoit; car il le ſera au-delà de ce qu'il étoit dans l'air libre, par la peſanteur d'une colonne de Mercure égale à *HG*, puiſque cet air dilaté fait le même effort de tous côtez qu'il fait pour ſoûtenir la colonne de Mercure *HG*, & cela ſuivant les loix des corps liquides, & il emprunte cet effort des parois de la phiole; mais ſi cet air plus rare étoit ſeulement dans quelque eſpace libre autour de la terre, il faudroit le conſiderer comme étant renfermé dans un air moins rare qui l'environne, & dont il emprunteroit ſon effort, lequel ne pourroit être qu'égal à celui de l'air qui eſt aux côtez & au-deſſus, & dans ce cas les corps renfermez dans cet air plus rare ne ſeroient pas plus comprimez que s'ils étoient à la même hauteur dans l'air moins rare.

Mais pour connoître exactement le poids de l'air dans un certain lieu & dans un certain tems par le moyen du Barometre, on en a inventé pluſieurs qui donnent des differences bien plus ſenſibles que le Barometre ſimple;

mais il me semble qu'il n'y en avoit point de plus commode ni de plus juste que celui de M. Hughens qu'on appelle ordinairement le Barometre double, peut-être à cause des deux tuyaux & des deux boëtes ou phioles qui le composent. M. Hughens en donna la description dans le Journal des Sçavans de l'année 1672. comme il suit.

Fig. II.

» Ce Barometre est composé de deux boëtes cylindri-
» ques de verre *A* & *B* d'égale grosseur ou diametre de 14
» à 15 lignes, & d'un pouce de haut. Ces boëtes sont join-
» tes par un tuyau *ER* de même matiere, & de deux lignes
» de diametre par l'interieur. Ce tuyau est recourbé par le
» bas en *R*, où il se joint à la boëte *B*. Au-dessus de cette
» boëte il s'éleve un autre tuyau *CD* : dont le diametre in-
» terieur ne doit être qu'un peu plus d'une ligne.

» Il doit y avoir entre le milieu de la boëte *A* & de la
» boëte *B* environ 27 pouces $\frac{1}{2}$.

» On emplit d'abord la boëte *A* & le tuyau *ER* avec du
» mercure en le tenant panché, & ayant fait sortir tout
» l'air qui y étoit renfermé avec le mercure, on le redresse
» pour le mettre dans la situation verticale où il doit de-
» meurer, la boëte *A* étant en haut & la boëte *B* étant
» embas. Alors le mercure doit demeurer dans la boëte *A*
» vers son milieu, comme aussi dans la boëte *B*, & entre les
» deux surfaces du mercure dans les deux boëtes il y aura
» la même difference de hauteur que dans les Barometres
» simples, ce qui montre la pesanteur de l'air par rapport
» au mercure suspendu dans la boëte *A* au-dessus de celui
» de la boëte *B*.

» Ensuite on verse par le tuyau *D* de l'eau commune,
» dans laquelle on aura mêlé un sixiéme d'eau forte pour
» l'empêcher de geler en hyver, ou quelqu'autre liqueur
» laquelle soit teinte de quelque couleur; & l'on en verse
» jusqu'à ce que la boëte d'embas *B* soit tout-à-fait remplie,
» & que l'eau monte dans le tuyau à peu près vers son mi-
» lieu en *G*, supposant la pesanteur de l'air moyenne.

Après cette construction M. Hughens ajoûte que pour trouver combien les differences marquées par ce Baro-

metre, feront plus grandes que celles que peut faire le Barometre commun, il y a une regle generale, qui eft, « que la proportion des differences de ce nouveau Baro- « metre à celles du Barometre commun, eft comme qua- « torze fois le quarré du diametre des boëtes, à une fois ce « même quarré plus vingt-huit fois le quarré du diametre « du tuyau qui contient l'eau. Mais comme M. Hughens ne « dit rien davantage de cette regle, & qu'il y a quelques remarques à y faire, j'en donnerai ici la démonftration.

Premierement il eft évident que lorfque le mercure eft à la hauteur *A* dans la boëte *A*, & en *B* dans la boëte *B*, & l'eau en *G* dans le tuyau *CD*, la hauteur *BG* d'eau qu'on fuppofe pefer feulement la quatorziéme partie de celle du mercure, pefe fur le mercure en *B* comme du mercure égal en hauteur à un quatorziéme de *BG*. C'eft-pourquoi fi l'on prend la hauteur *BF* au-deffus de *B* laquelle foit la quatorziéme partie de la hauteur *BG* de l'eau, on aura la hauteur *F* comme fi le mercure étoit dans la boëte *B* à la hauteur *F*, & qu'il n'y eût point d'eau. Ainfi la hauteur *AF* reprefentera la veritable hauteur du mercure pefant autant que toute la hauteur de l'atmofphere qui pefe fur *G*.

Ce fera la même chofe pour toute autre hauteur de l'eau au-deffus du mercure de la boëte *B*, comme fi l'eau fe trouvoit élevée en *M*, & le mercure en *L* dans la boëte *A*, & en *H* dans la boëte *B*; alors la veritable pefanteur de l'atmofphere feroit reprefentée par la hauteur *HL* du mercure dans les deux boëtes moins la hauteur *HI* égale à la quatorziéme partie de la hauteur *HM*, & cette hauteur du mercure feroit *LI*.

Maintenant pour déterminer le rapport qu'il y a entre la difference des deux hauteurs de mercure *AF* & *LI* qui répondent aux hauteurs de l'eau en *G* & en *M*, & la difference des hauteurs de l'eau *GM*.

Soit le diametre de la boëte *A* ou *B* égales entr'elles $= a$, & le diametre du tuyau $CD = d$; on aura donc

$AF = BA - \frac{BG}{14}$.

Par la même raiſon on aura $LI = LH - \frac{HM}{14}$.

Mais la quantité d'eau qui étoit contenuë dans la boëte *B* depuis la hauteur *BB* juſqu'en *HH*, a occupé la hauteur *GM* dans le tuyau; c'eſt pourquoi comme le quarré du diametre de la boëte *B* eſt au quarré du diametre du tuyau *CD*, ainſi la hauteur *GM* eſt à la hauteur *BH*, ce qui eſt $aa : dd :: GM : BH = \frac{ddGM}{aa} =$ auſſi à *AL*.

Mais *LH* ſera $= BA - 2AL$, ce qui eſt $BA - \frac{2ddGM}{aa}$.

Donc la difference entre *AF* & *LI* ſera $BA - \frac{BG}{14} - BA + \frac{2ddGM}{aa} + \frac{HM}{14}$, ce qui ſe réduit à $\frac{2ddGP}{aa} - \frac{B}{14} + \frac{HM}{14}$. Mais $HM - BG = GM - BH$, ou bien $= GM - \frac{ddGM}{aa}$.

Donc enfin $\frac{2ddGM}{aa} + \frac{GMaa - ddGM}{14aa}$, ou bien réduiſant $\frac{27ddGM + aaGM}{14aa} =$ la hauteur du mercure, repreſentant la difference de peſanteur de l'atmoſphere quand l'eau eſt en *G* & enſuite en *M*.

Mais le rapport de *GM* hauteur de l'eau, à cette hauteur de Mercure qui lui répond, ſera

$GN : \frac{27ddGM + aaGM}{14aa}$, ou bien $14aa : 27dd + aa$.

La regle de M. Hughens donne $14aa : aa + 28dd$.

Mais M. Hughens dit qu'il compare le changement de la hauteur de l'eau *GM* dans le tuyau *CD* au changement de la hauteur du mercure dans le Barometre ſimple. Et voici comme il faut le déterminer.

FIG. III. Si l'on ſuppoſe dans le Barometre ſimple que la boëte *B* ſoit de même groſſeur que celles du Barometre double, & que le tuyau *CD* ſoit auſſi de même groſſeur dans l'un & dans l'autre; car ſi ces tuyaux & ſes boëtes n'étoient pas de même groſſeur, on ne pourroit pas en faire une comparaiſon conſtante. C'eſt-pourquoi dans cette ſup-

position si le mercure est d'abord en *G* dans le tuyau & en *BB* dans la boëte, & qu'ensuite dans une autre pesanteur de l'air il descende dans le tuyau jusqu'en *NN*, & qu'il remonte dans la boëte jusqu'en *OO*, on aura la difference des hauteurs *GB*, *NO* pour la vraïe difference du mercure, qui répond aux deux hauteurs de l'atmosphere dans ces deux états du mercure, ce qui est $GN + BO$.

Mais on trouve la hauteur *BO* dans les suppositions précedentes, en faisant $aa : dd :: GN : BO = \frac{GNdd}{aa}$ Ainsi le vrai changement de pesanteur de l'atmosphere sera à l'apparent *GN*, comme $GN + \frac{GNdd}{aa}$ à *GN*, ou bien comme $GNaa + GNdd$ à $GNaa$, ou bien enfin comme $aa + dd$ à aa

Et pour rapporter le vrai changement de pesanteur de l'atmosphere à l'apparent du Barometre double au simple, on fera $aa + dd : aa :: aa + 27dd : \frac{a^4 + 27aadd}{aa + dd}$.

On aura donc $14aa : \frac{a^4 + 27aadd}{aa + dd}$, ou bien $14aa + 14dd : aa + 27dd$ pour le rapport de changement du Barometre double au simple, ce qui est encore plus éloigné de la regle de M. Hughens que si l'on supposoit qu'il eût comparé les changemens de l'eau de son Barometre au veritable changement de l'atmosphere dans le Barometre simple, ce qu'il paroît avoir entendu.

Mais comme le rapport que nous avons trouvé entre la hauteur de l'eau dans le tuyau du Barometre double, & la vraie hauteur du mercure qui represente la pesanteur de l'atmosphere, ne renferme que les grosseurs de la boëte & du tuyau, il s'ensuit que ce rapport sera le même pour toutes les differentes hauteurs de l'eau dans le même Barometre, supposant les diametres des boëtes & du tuyau parfaitement égaux dans toute leur hauteur.

Ce Barometre double est fort commode dans l'usage, en ce qu'il donne les changemens de pesanteur de l'atmosphere bien plus sensiblement que les simples; & si on le construit suivant les dimentions & de la maniere que le propose M. Hughens, il sera environ 12 fois plus sensi-

ble que le ſimple. Cependant on doit remarquer que l'exactitude qu'on en devroit eſperer, peut-être un peu alterée par la difficulté que l'air peut avoir à agir ſur l'eau du petit tuyau, & par les hauteurs où elle peut y demeurer ſuſpenduë au-deſſus de la veritable, ſoit en montant, ſoit en deſcendant, & cette hauteur peut même changer ſans que l'air change de peſanteur.

Car ſi l'eau eſt deſcenduë dans ſon tuyau par l'augmentation de peſanteur de l'atmoſphere, le petit tuyau étant moüillé dans l'eſpace que l'eau a abondonné, l'eau s'y ſoûtiendra d'abord plus haute qu'elle ne devroit, à cauſe que ſes parties ſont comme accrochées les unes aux autres & aux parois interieurs du tuyau; mais enſuite elle deſcend un peu ſans qu'il arrive de changement à l'atmoſphere. Au contraire quand l'atmoſphere devient plus legere, l'eau ne monte pas dans le tuyau auſſi promptement, ni avec la même facilité qu'elle devroit, à cauſe qu'elle n'y agit pas librement. Mais ces cauſes d'irrégularité dans ce Barometre pourroient n'être pas ſi conſiderables que celle de la dilatation ou condenſation de la liqueur par rapport au mercure, dans la chaleur & dans le froid, dont j'ai fait des obſervations très-exactes ſur ces Barometres même depuis deux ans, comme je le rapporterai dans un autre Memoire; ce qui doit augmenter ou diminuer la charge ſur le mercure de la boëte inferieure.

C'étoit pour éviter ces accidens que je propoſai autrefois à M. Hughens, qui s'étoit alors retiré en Hollande, & avec qui j'avois commerce de Lettres, de faire quelque changement à ſon Barometre, tant pour ne rien entreprendre ſur cette maniere qui pût lui donner quelque peine, que pour en avoir ſon approbation, s'il jugeoit que la choſe le meritât; & voici la réponſe qu'il me fit ſur ma propoſition. *Votre penſée pour le Barometre double me paroît fort bonne & ingenieuſe, & je vois qu'on le pourroit faire marquer les differences encore plus grandes que dans le mien en allongeant en haut le tuyau de l'eau au-delà du tuyau du mercure. A la Haye le 24 Aouſt 1690.*

Depuis

Depuis ce tems-là j'avois negligé cette pensée ; mais enfin je l'ai perfectionnée & mise en état qu'elle aura des avantages assez considerables sur les Barometres doubles comme M. Hugens l'avoit jugé, & qu'on pourra le faire aussi sensible qu'on voudra, & s'il n'est pas plus sensible que le sien, il n'y faudra que la neuviéme partie du mercure.

La figure montre la construction de ce Barometre, qui est à peu de chose près semblable au Barometre double ; mais les boëtes *A* & *B* n'ont que 4 lignes $\frac{1}{2}$ de diametre environ : la grosseur du tuyau *CD* par le dedans n'est que d'une ligne de diametre, & la boëte *K* qui est ajoûtée au haut du tuyau *CD*, est en tout semblable & égale aux deux autres, mais elle doit avoir une petite ouverture par le haut. Les trois boëtes auront chacune deux pouces de hauteur, & la distance entre le milieu des deux boëtes *A* & *B* doit être de 28 pouces $\frac{1}{2}$ à peu près. Pour la grosseur du tuyau qui joint les deux boëtes *A* & *B*, elle n'est point déterminée, car ce tuyau ne sert que de communication, & il suffira qu'il soit de une ou deux lignes de diametre interieur. Fig. IV.

On met du mercure dans les boëtes *A* & *B* comme au Barometre double, & depuis le mercure de la boëte *B* jusque vers le milieu de la boëte *K*, il y a deux liqueurs differentes qui ne peuvent pas se mêler ensemble, & qui sont distinguées en *G* dans le petit tuyau *CD* vers son milieu, quand l'atmosphere est de pesanteur mediocre.

Par la construction les trois boëtes étant d'égal diametre, il y aura toûjours une même hauteur de liqueur ou même pesanteur sur le mercure de la boëte *B* dans toutes ses differentes hauteurs, laquelle sera un quatorziéme de *BK*, qui est la hauteur des liqueurs au-dessus du mercure de la boëte *B*, en supposant les liqueurs sensiblement du même poids entr'elles, & de même poids que l'eau, qui est quatorze fois plus legere que le mercure, suivant M. Hugens ; car la liqueur montera ou descendra autant dans la boëte *K*, que le mercure dans les boë-

tes *B* & *A*, mais il montera dans *A* quand il defcendra dans *B* & au contraire.

Dans les changemens de hauteur de mercure ou de pefanteur d'air, il eft évident que la liqueur inferieure *GB* agira comme dans le Barometre double, mais par les loix fuivantes.

Soit dans une pefanteur de l'atmofphere le mercure en *A* & en *B* dans fes boëtes, la liqueur inferieure en *G* & la fuperieure en *K* dans fa boëte. Il eft évident par les fuppofitions que fi l'on prend *BF* égale à un quatorziéme de *BK*, une hauteur de mercure *AF* fera celle qui répond à la pefanteur de l'atmofphere qui pefe fur *K*.

Mais enfuite fi l'atmofphere devient plus legere, & que la liqueur inferieure monte de *G* en *M*, la liqueur *K* montera en *N*, & elle s'élevera de la hauteur *KN* qu'on déterminera en faifant dans les fuppofitions précédentes $aa : dd :: GM : KN = \frac{GMdd}{aa}$, & cette hauteur *KN* eft égale à l'élevation *BH* du mercure dans la boëte *B*, & à fa defcente *AL* dans la boëte *A*.

Maintenant fi l'on prend *HI* égale à *BF* égale à $\frac{1}{14}$ de *HN*, la pefanteur de l'atmofphere fera reprefentée par la hauteur *LI* du mercure, & les pefanteurs de l'atmofphere dans ces deux états de la liqueur en *G* & en *M*, feront reprefentées par les hauteurs de Mercure *AF* & *LI*.

Mais puifque *HI* eft égale à *BF*, auffi *FI* eft égale à *BH* égale à *LA*; donc la difference des differentes hauteurs du mercure *AF*, *LI*, eft égale à $2BH = \frac{2GMdd}{aa}$ qui répond au changement de la hauteur apparente *GM* de la liqueur.

Donc enfin on aura le raport *GM* difference apparente : $\frac{2GMdd}{aa}$ hauteur du mercure qui reprefente le changement de la hauteur de l'atmofphere, ce qui eft auffi $aaGM : 2GMdd$, ou bien $aa : 2dd$.

La fimplicité de ce raport nous fait voir que la conf-

truction de ce Barometre est fort facile pour lui faire faire tel effet qu'on voudra : Par exemple, si l'on veut que le tuyau *CD* ait son diametre interieur de 1 ligne, ce qui suffit à cause que ce petit tuyau sera toûjours plein de liqueur, mais ce n'est pas de même quand il y a de l'air sur la liqueur, on aura pour son quarré 1, ce qui doit être égal dans le raport trouvé ci-devant, à dd; & par consequent $2 = 2dd$. Et si l'on veut que ce Barometre montre les changemens de l'atmosphere 40 fois plus sensiblement que le mercure ne les montreroit par ses differentes hauteurs vraïes, & non-pas apparentes comme dans le Barometre simple où il faut faire une correction, on multipliera 2 par 40, ce qui donne 80 pour le terme aa, dont la racine quarrée est 9 lignes un peu moins $= a$, qui doit être le diametre des boëtes *ABK*, car on a $40 : 1 :: aa : 2dd$ ou 2 seulement. Mais alors il faudra que la hauteur du tuyau *CD* soit de 80 pouces, afin que la liqueur inferieure du tuyau y ait un mouvement qui réponde à 2 pouces de mercure pour le changement de hauteur de l'atmosphere, & que la distance entre le milieu des boëtes *A*, *B* soit de 30 pouces $\frac{1}{2}$.

Mais si l'on veut que les changemens de pesanteur de l'atmosphere n'y soient pas plus sensibles que dans celui de M. Hugens qui est environ de 12 pouces pour un pouce de mercure, on aura 24 pour aa, dont la racine est à peu près 5 lignes qui sera le diametre des boëtes; & alors il n'y aura dans mon Barometre que la neuviéme partie environ du mercure de celui de M. Hugens, ce qui lui donnera encore une facilité pour le transporter, sur-tout si l'on bouche le haut de la boëte *K* pour arrêter en quelque façon les vibrations du mercure & des liqueurs; & la distance entre le milieu des boëtes ne sera que de 28 $\frac{1}{2}$ pouces.

On voit par cette construction que quelques changemens qui puissent arriver à la pesanteur de l'atmosphere, le mercure de ce Barometre agira toûjours comme celui d'un Barometre simple, qui seroit un seul tube d'égale

grosseur dans sa longue branche & dans celle qui seroit recourbée par le bas, & dont les differentes élevations dans la longue branche & les abaissemens dans l'autre seroient semblables, & qui n'y seroient que de la moitié de la difference des Barometres simples & ordinaires, supposant que la boëte d'embas de ces Barometres simples fût très-grosse par raport au tuyau montant, afin qu'il n'y eût point de correction sensible pour les changemens de hauteur du mercure dans la boëte. On a fait quelques-uns de ces Barometres avec un simple tuyau recourbé pour y appliquer un cadran avec une aiguille.

On pourra se servir de mon Barometre comme du Barometre simple, en colant sur la boëte d'enhaut & sur celle du bas, une petite bande de papier divisée en demi-lignes, qui marqueront les lignes entieres de la hauteur du mercure qui répond à la pesanteur de l'atmosphere, ensorte qu'on pourra toûjours comparer le vrai changement de l'atmosphere à celui qui sera marqué par la liqueur inferieure. Et au lieu de diviser la hauteur du tuyau *CD* en parties à volonté qui n'ont aucun raport à la pesanteur de l'atmosphere, comme on fait ordinairement, on le divisera en parties qui representeront les hauteurs de l'atmosphere en lignes de mercure, ce qui se pourra faire facilement par les regles précédentes & par l'experience.

Par exemple, ayant trouvé que la difference de la hauteur du mercure dans les boëtes *A* & *B* lorsque l'atmosphere est legere & l'air au moyen état de chaleur, est de 29 pouces 2 lignes; & connoissant le raport de la pesanteur du mercure à celle de chacune des deux liqueurs, & aussi leur raport de pesanteur au mercure suivant leur hauteur, laquelle soit de 2 pouces 2 lignes, on les ôtera de 29 pouces 2 lignes, & le reste sera 27 pouces pour la veritable hauteur du mercure qui marque la pesanteur de l'atmosphere dans cet état & au tems de l'observation. C'est pourquoi on écrira vis-à-vis du point *M* où se trouve la liqueur inferieure dans son tuyau, cette hauteur de

27 pouces ; & l'on placera auſſi ſur les boëtes *A* & *B* les deux petites bandes de papier diviſées en demi-lignes, enſorte que leur diviſion qui ſera à la hauteur du mercure ſoit marquée de 27 pouces.

Si l'on n'a point d'égard aux changemens de volume des liqueurs & du mercure dans le froid & dans le chaud par raport à l'état moyen, ni aux differentes hauteurs de la liqueur inferieure qui eſt un peu plus peſante que l'autre, il eſt évident que le mercure deſcendra ou montera dans ſes boëtes ſuivant ce que j'en ai dit ci-devant : car les liqueurs qu'on ſuppoſe à très-peu près de poids égal, chargeront toûjours également le mercure de la boëte inferieure. Il ne faudroit donc plus que connoître le mouvement de la liqueur inferieure dans ſon tuyau par raport au mouvement du mercure dans ſes boëtes, ce qui eſt facile par la regle, puiſque ce doit être comme le quarré du diametre des boëtes au double quarré de celui du tuyau. Mais comme il n'eſt pas aiſé de ſçavoir ce diametre exactement, quand même on ſuppoſeroit que ce ſeroit des cylindres parfaits, on operera plus juſtement par experience, ſi après la premiere obſervation où l'atmoſphere étoit legere, on en fait une autre quand elle ſera peſante, l'air étant à peu près dans le même état de chaleur : car on aura ſur les diviſions des boëtes la hauteur du mercure qui répond à la peſanteur de l'atmoſphere, & ſuppoſant qu'elle ſoit d'un pouce, c'eſt-à-dire, de demi-pouce ſur chaque boëte, on marquera la hauteur de la liqueur comme en *Z* à 28 pouces ; & l'on diviſera l'eſpace *MZ* dans le nombre des lignes qui ont été obſervées pour ces deux points *M* & *Z* qui eſt ici 12, & l'on continuëra ces mêmes diviſions au-deſſus de *M* & au-deſſous de *Z*, ce qui eſt facile à entendre. On ſuppoſe que le tuyau & les boëtes ſont d'égale groſſeur dans leur longueur, ſinon il faudroit pour une plus grande juſteſſe avoir par experience d'autres points de hauteur de la liqueur dans differentes peſanteurs de l'atmoſphere.

On voit par ce qui vient d'être expliqué pour la divi-

ſion, que ſi l'on connoît la veritable hauteur du mercure qui répond dans un tems comme celui qui eſt marqué ci-deſſus, à la peſanteur de l'atmoſphere, il n'y aura d'abord qu'à mettre les petites bandes de papier ſur les boëtes *A* & *B*, & qui y marquent cette hauteur vis-à-vis la ſuperficie du mercure, & marquer auſſi la même hauteur à côté du tuyau *CD* vis-à-vis la ſuperficie de la liqueur inferieure, & l'on n'aura que faire de ſçavoir le raport de peſanteur des liqueurs à celle du mercure, & le reſte ſe fera de même.

On obſervera que l'eau ſeconde faite avec un ſixiéme d'eau-forte, eſt au mercure en peſanteur ſuivant les obſervations de M. Homberg comme 1 à 12 à peu près, ce qui eſt auſſi le raport de l'huile de tartre qu'on met dans les Barometres doubles, comme je l'ai trouvé par l'examen que j'en ait fait; ce qui change un peu les raports que j'ai donnez pour les Barometres doubles, car on aura $12aa$ à $23dd + aa$, au lieu de $14aa$ à $27dd + aa$.

Il ne me reſte donc plus qu'à examiner ce qui doit arriver à mon Barometre par la dilatation & condenſation des liqueurs & du mercure dans le grand froid & dans le grand chaud. Par l'experience que j'ai propoſée ci-deſſus où j'ai pris l'état moïen de la chaleur de l'air, on a trouvé des diviſions dont on pourroit ſe contenter ſi l'on ne demandoit pas une grande exactitude, & d'autant plus que n'y ayant que peu de mercure & peu de liqueur dans les boëtes de ce Barometre, le changement de chaud & de froid au-delà de l'état moyen n'y peut pas apporter une grande difference; cependant on pourra tracer deux lignes paralleles à *MZ* d'un côté & d'autre de *MZ* & tout proche, & y marquer auſſi par experience dans le grand chaud & dans le grand froid les diviſions qui répondront aux hauteurs du mercure des boëtes, & faire auſſi la même choſe pour les diviſions des boëtes; car pour les conſtitutions differentes de l'air entre les extrêmes & le milieu, il ne ſera pas difficile d'en juger.

Enfin on pourra mettre pour la liqueur inferieure de

l'huile de tartre, comme celle des Barometres doubles ; & pour la superieure, de l'esprit de vin ou de l'huile de petrole, ce que je crois plus à propos que de mettre de l'esprit de vin au-dessous & de l'huile de petrole au-dessus, à cause que l'huile de tartre change moins de volume que l'esprit de vin par le chaud & par le froid ; cependant l'esprit de vin est plus approchant de la pesanteur de l'huile de petrole que de celle de l'huile de tartre. Mais il faudra faire une marque sur la boëte *KN* où est la liqueur superieure dans une certaine disposition de l'air & de l'atmosphere, pour reconnoître dans la suite du tems combien cette liqueur sera diminuée par l'évaporation, & pour y en remetre autant qu'il y en avoit d'abord : mais on peut boucher legerement l'ouverture de cette boëte, ce qui n'empêchera pas l'air d'agir sur la liqueur ; & même on peut appliquer un petit tuyau délié au-dessus de cette ouverture, ce qui conservera la liqueur plus long-tems.

Je ne me flatte pas d'avoir prévû tout ce qui peut arriver à cette nouvelle construction de Barometre ; car je suis persuadé que l'experience enseignera plusieurs choses qu'il faudra y changer, & qui pourront y être avantageuses.



EXTRAIT DES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES ET PHYSIQUES.

Faites en Sardaigne & à Malte par le P. Feüillée Mathematicien du Roy.

PAR M. CASSINI le fils.

1708. 31. Mars. LEs vents contraires ayant obligé le Vaiſſeau où s'étoit embarqué le P. Feüillée pour aller aux Indes Occidentales de relâcher en Sardaigne & delà à Malte pour ſe radouber, il a profité de cette occaſion pour y faire diverſes Obſervations Aſtronomiques & Phyſiques qu'il a envoïé à M. le Comte de Pontchartrain.

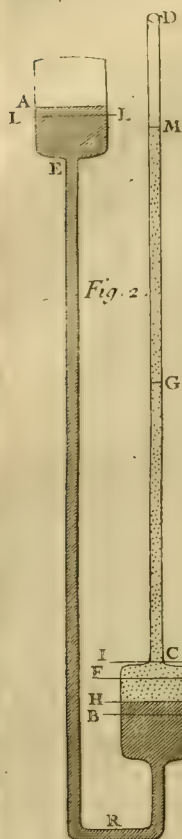
Il s'eſt ſervi pour obſerver les hauteurs du Soleil & des étoiles d'un quart de cercle d'un pied de rayon diviſé de deux en deux minutes par M. Chapotot, & il s'eſt pourvû avant ſon départ de tous les Inſtrumens néceſſaires pour les Obſervations Aſtronomiques & Phyſiques qu'il a deſſein de faire dans ſes voyages.

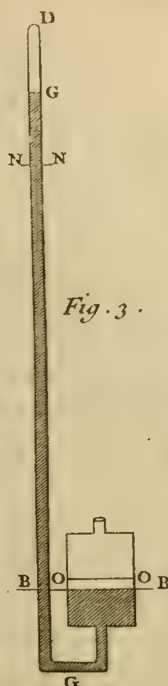
Avant ſon départ de Marſeille il plongea un Areometre ou peſe-liqueur dans l'eau de la mer, enſorte que ſon extremité étoit horizontale avec la ſuperficie de l'eau, & il trouva qu'il peſoit alors 2 onces 3 dragmes 56 grains$\frac{1}{2}$.

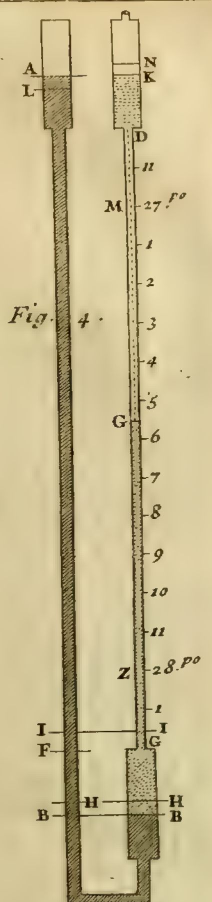
Ayant été obligé de relâcher à Toulon, il y fit l'experience de l'Areometres de la même maniere qu'il avoit fait à Marſeille, qu'il trouva peſer 2 onc. 3 drag. 57 grains.

Le 28 Decembre étant à la hauteur de Minorque, un vent furieux d'Eſt les démâta de leurs mâts de Miſaine & de Beaupré, ce qui les obligea de relâcher à l'Iſle de S. Pierre qui eſt à l'Occident de la Sardaigne vers la partie Meridionale de cette Iſle.

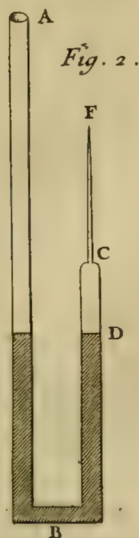
Obſervation

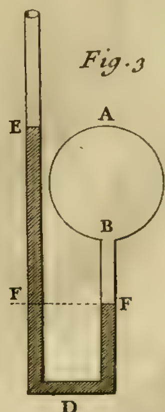




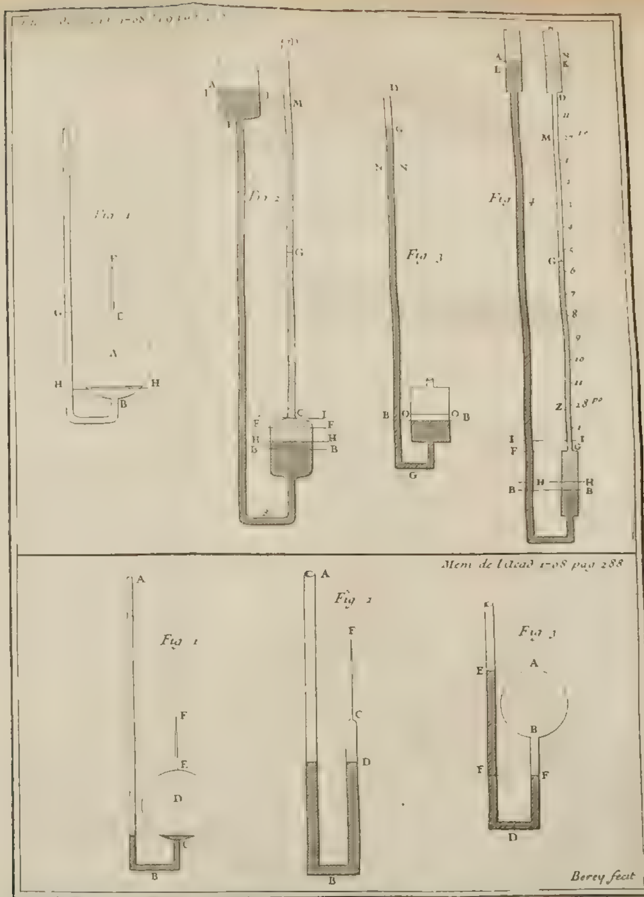


Mem. de l'Acad. 1708 pag 288





Berey fecit


Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Mem de l'Acad 1708 pag 288
Fig 1
Fig 2
Fig 3
Berey fecit

Observation de la hauteur du Pole de l'Isle de S. Pierre.

Le 4. Janvier 1708.

Hauteur meridienne du bord superieur du Soleil par un quart de cercle.	28^d	19′	50″
Refraction moins la parallaxe.		1	40
Donc hauteur corrigée du bord superieur.	28	18	10
Demi diametre du Soleil.		16	20
Donc hauteur du centre.	28	1	50
Declinaison meridionale.	22	49	2
Donc hauteur de l'équateur.	50	50	52
Et hauteur du Pole.	39	9	8

Cette observation a été faite au milieu de l'Isle de S. Pierre, qui a ce qu'il rapporte a environ trois lieuës de long, & est fort étroite. Cette Isle ne produit que des Arbrisseaux, & il ne paroît pas qu'on l'ait cultivé depuis long-tems. Le P. Feüillée y vit les ruines d'une ancienne Eglise où il y avoit une inscription en Grec, dont les caracteres étoient presque tous effacez par l'injure des tems.

La latitude que les Cartes les plus modernes donnent à cette Isle est de 34^d 4′ plus meridionale de 20 minutes que celle qui a été déterminée par le P. Feüillée.

Le 16 Janvier.

A la Rade de Cagliari il observa la hauteur du mercure dans le Barometre de 27 pouces 8 lig. $\frac{2}{3}$.

Le Ciel étoit couvert, & les vents étoient au Nord Nord-Oüest.

Le même jour à midy la hauteur du Barometre fut observée à Paris dans la Tour Occidentale qui est au niveau de la grande Salle de l'Observatoire de 27 pouc. 8. lig.

Le Ciel étoit serein, & les vents à l'Oüest.

L'Aræometre plongé dans l'eau de la mer pesoit 2 onces 3 dragmes 58 grains.

Le 18 Janvier.

A six lieuës des côtes de la Sicile, ayant observé que l'eau de la mer étoit trouble, il plongea dans cette eau l'Aræometre qu'il trouva peser 2 onc. 3. drag. 58 grains$\frac{1}{2}$.

Observations pour la hauteur du Pole de Malte.

Le 21 Janvier 1708 hauteur meridienne de Rigel dans le pied d'Orion.	45^d	31′	30″
Refraction.			58
Donc hauteur corrigée.	45	30	32
Declinaison meridionale.	8	35	49
Donc hauteur de l'Equateur.	54	6	21
Et hauteur du Pole de Malte.	35	53	39
Le même jour hauteur meridienne de la luisante de l'épaule d'Orion.	61	25	30
Refraction.			33
Donc hauteur corrigée.	61	24	57
Declinaison meridionale.	7	19	0
Donc hauteur de l'Equateur.	54	5	57
Et hauteur du Pole de Malte.	35	54	3
Le même jour hauteur meridienne de Sirius.	37	46	30
Refraction.		1	15
Donc hauteur corrigée.	37	45	15
Declinaison meridionale.	16	21	4
Donc hauteur de l'Equateur.	54	6	19
Et hauteur du Pole de Malte.	35	53	41
Le 22 Janv. hauteur meridienne de Rigel.	45	32	10
Le même jour hauteur meridienne de la luisante de l'épaule d'Orion.	61	25	30
Le 30 hauteur meridienne de Sirius.	37	45	30
Le 31 hauteur meridienne de la luisante de l'épaule d'Orion.	61	25	0
Le 1 Fevrier hauteur meridienne de Rigel.	45	32	30
Le 1 hauteur meridienne de Sirius.	37	46	15
Le 2 hauteur meridienne de Sirius.	37	46	15

Le 23 Janvier hauteur meridienne du bord ſuperieur du Soleil. $34^{d}\ 46'\ 50''$

Le 24.	35 1 30
Le 26.	35 30 30
Le 27.	35 45 45
Le 29.	36 17 0
Le 6 Fevrier.	38 34 0
Le 14,	41 9 30
Le 15.	41 29 40

En prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui réſulte des Obſervations du Soleil, l'on aura la hauteur du Pole de Malte de $35^{d}\ 54'\ 0''$, qui ne s'éloigne que de quelques ſecondes de celle qui réſulte des Obſervations des étoiles fixes.

M. Chazelles dans ſon voyage du Levant avoit déterminé la hauteur du Pole de Malte de $35^{d}\ 53'30''$.

Obſervations des Satellites de Jupiter pour la longitude de Malte.

Le 22 Janvier à $1^{h}\ 7'\ 44''$ du matin Immerſion du 1. Satel. dans l'ombre de Jupiter.
0 18 56 à Paris par le calcul corrigé.
48 48 Difference des meridiens entre Paris & Malte, dont Malte eſt plus Oriental.

Le 14 Fevrier à $1^{h}\ 13'\ 50''$ du matin Immerſ. du 1. Satellite dans l'omb. de Jupiter.
0 25 30 à Paris par le calcul corrigé par l'Obſervat. précédente.
0 48 20 Difference des Meridiens entre Paris & Malte.

En prenant un milieu entre ces differences, l'on aura la difference des Meridiens entre Paris & Malte de $0^{h}\ 48'\ 34''$, qui convertis en degrez ſont $12^{d}\ 9'\ 30''$ à quelques ſecondes près de celle qui réſultoit des Obſervations de M. Chazelles de $12^{d}\ 8'\ 45''$.

Observations de la variation de l'Aimant.

Le 24 Janvier le P. Feüillée ayant tracé une meridienne sur une pierre horizontale, y appliqua une grande, boussole de bois dont l'éguille à 10 pouces & 9 lignes de longueur très-vive, & il trouva la variation de l'Aimant de 10^{d} 25' Nord-Oüest. Il la trouva de même avec une boussole de cuivre dont l'éguille n'a que quatre pouces de longueur

Le 27 du même mois il traça une autre ligne meridienne sur la même pierre, & trouva la declinaison de l'Aimant de même que dans les observations précédentes.

Observations du Barometre.

Le 23 Janvier à 9^{h} 30' du matin la hauteur du mercure dans le Barometre fut trouvée de 27 pouces 11 lignes. Le Ciel étoit couvert de foibles nuages, & le vent Nord-Oüest.

Le même jour à midi la hauteur du Barometre fut observée à Paris de 27 pouces 6 lignes, le Ciel couvert & le vent Sud-Oüest.

Le 28 à 10^{h} 30' du matin la hauteur du Barometre fut observé de 27 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$, le vent au Sud, & foibles nuages.

Le même jour à midi hauteur du Barometre à Paris de 27 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$, le tems étant serein, & l'air tranquille.

Le 10 Fevrier au matin le vent étant au Nord & le Ciel serein, il observa la hauteur du Barometre de 27 pouces 10 lignes.

Le même jour à Paris tranquille, la hauteur du Barometre fut observée à midy de 27 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$.

Observations de l'Aræometre.

L'Aræometre plongé dans l'eau de la mer pesoit 2 on-

ces 3 dragmes 57 grains. Ayant ensuite filtré par trois fois l'eau de la mer au travers d'un sable fait d'une pierre du païs, ensorte que cette eau perdit beaucoup de son goût amer & salé, il y plongea l'Aræometre qu'il trouva peser 2 onces 3 dragmes 58 grains $\frac{1}{2}$.

Ayant plongé l'Aræometre dans l'eau de le Fontaine qui est au milieu de la ruë des Marchands, il pesoit 2 onces 3 dragmes 19 grains $\frac{1}{2}$.

Il fit la même experience dans l'eau de la Cîterne qui est dans la maison de M. le Commandeur de l'Encelot, & il trouva que l'Aræometre pesoit 2 onc, 3 drag. 19 grains.

Il paroit par ces Observations que le P. Feüillée ne neglige rien de ce qui peut être utile aux Sciences, ce qui fait connoître l'avantage que l'on retirera des Observations qu'il doit faire dans la suite de son voyage dans des païs dont l'on n'a jusqu'à present que très-peu de connoissance.

REFLEXIONS

SUR LA VARIATION DE L'AIMANT.

Observée par le sieur Houssaye Capitaine Commandant le Vaisseau l'Aurore pendant la Campagne des Indes Orientales faite par l'Escadre des Vaisseaux commandée par M. le Baron de Pallieres en 1704 & 1705.

PAR M. CASSINI le fils.

MOnsieur Clairambault Commissaire Ordonnateur de la Marine à l'Orient, a envoyé depuis peu à M. le Comte de Pontchartrain suivant les ordres qu'il en avoit reçû, un Memoire des Observations de la variation de l'Aimant qui ont été faites par le sieur Houssaye pendant la Campagne des Indes Orientales en 1704 & 1705. 1708. 25. Avril.

Cet Officier qui s'est acquis une grande experience dans la navigation dans les huit voyages qu'il a faits aux Indes Orientales, a rapporté non-seulement les Observations qu'il a faites dans son dernier voyage; mais il les a aussi comparées à celles qu'il avoit fait dans les précédens en plusieurs lieux, pour faire voir l'augmentation ou la diminution qui arrive par la suite des tems dans les variations de l'Aimant. Il a eu soin aussi de marquer les Observations qu'il a faites à la vûë des Caps, Isles & Côtes qui se sont rencontrées dans sa route, & il a averti qu'il s'étoit servi des Cartes réduites de Pitre Goos, où le premier meridien passe par le Pic de Tenerif.

Comme nous avions un exemplaire de la Carte des Indes Orientales de cet Auteur, cela nous a donné la commodité de comparer exactement ses Observations avec les variations qui sont marquées dans la Carte de M. Halley, ayant égard à la difference des longitudes qu'il y a entre ces deux Cartes.

Aux Côtes de France au départ du Port-Louis la variation de l'Aimant fut observée de 5 degrez Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de M. Halley de $6^d \frac{1}{2}$. Nord-Oüest.

A 357^d de longitude & 22^d de latitude septentrionale, on observa que la variation étoit nulle. Elle est marqué à cet endroit dans la Carte des variations de $1^d \frac{1}{2}$ Nord-Oüest.

A 353^d $45'$ de longitude & 16^d $30'$ de latitude meridionale, la variation fut observée de $2^d \frac{1}{2}$ Nord-Est. Elle est marquée dans la Carte des variations de $3^d \frac{1}{2}$ Nord-Est.

A 354^d $0'$ de longitude & 18^d de latitude meridionale, la variation fut observée de $3^d \frac{1}{2}$ Nord-Est. Elle est marquée dans la Carte des variations de $3^d \frac{1}{4}$ Nord-Est.

Cette variation de $3^d \frac{1}{2}$ Nord-Est a continué jusqu'au 23e degré de latitude meridionale, la longitude étant la même de 354^d. Elle est marquée à cet endroit dans la Carte des variations de $4^d \frac{2}{3}$ Nord-Est.

Le sieur Houssaye remarque que dans ces endroits l'on

a trouvé en 1682, 11 degrez de variation Nord-Eſt qui a diminué peu à peu, de ſorte qu'elle n'excede pas à préſent 4 à 5 degrez.

La plus grande variation qu'il a trouvé du côté du Nord-Eſt dans cette Campagne a été de 6 degrez; la longitude étant de 357^{d} & la latitude meridionale de 28 degrez. Elle eſt marquée à cet endroit dans la Carte des variations d'un peu moins de 5^{d} Nord-Eſt. Cette variation diminuë en faiſant route vers l'Eſt, & paſſe enſuite au Nord-Oüeſt; de ſorte qu'il y a à preſent 9 à 10^{d} de variation Nord-Oüeſt à la vûë du Cap de bonne Eſperance, & de toute la côte d'Angolle juſqu'à Bengale ſituée ſur la côte Occidentale de l'Afrique à 12^{d} 30′ de latitude meridionale. Cette variation eſt marquée à peu près de même dans la Carte de M. Halley. Dans cet endroit les lignes qui marquent les degrez de variation coupent preſque perpendiculairement l'Equinoxial, & peuvent ſervir à trouver aſſez exactement la longitude du lieu où l'on a obſervé la variation.

Sur le banc des Aiguilles du côté de l'Oüeſt la variation fut obſervée de 12^{d} Nord-Oüeſt, & du côté de l'Eſt de ce banc de 13^{d} $\frac{1}{2}$ à 14^{d}. Cette variation eſt à peu près de même que celle qui eſt marquée dans la Carte de M. Halley. Le ſieur Houſſaye remarque qu'en l'année 1680 la variation n'étoit au Cap de bonne Eſperance que de 7 à 7^{d} $\frac{1}{2}$ Nord-Oüeſt, & qu'elle a toûjours été depuis en augmentant de même que ſur le banc des Aiguilles.

Dans tout le Canal de Moſambicq depuis le 25 degrez de latitude meridionale aux environs de Baſſe d'Inde & à la vûë de la Baye de S. Auguſtin dans l'Iſle de Madagaſcar, l'on y trouve 22 à 23 degrez de variation Nord-Oüeſt; l'on n'en trouvoit en 1682 que 18 à 19 degrez. La variation de l'Aimant eſt marquée dans la Carte de M. Halley pour l'année 1700 à Baſſe d'Inde de 20 $\frac{2}{3}$, & à la Baye de S. Auguſtin de 21$^{d}\frac{3}{4}$ un peu moins que celle que l'on a obſervée en 1704, ce qui doit arriver à cauſe de l'augmentation annuelle que l'on obſerve à cet endroit dans la variation de l'Aimant.

A la vûë de l'Isle de Jean de Noüa la variation fut observée de 22^d Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $20^d\frac{1}{3}$ Nord-Oüest.

A la vuë des Isles Mayotte, Amzuam, & Moëly, la variation fut observée de 20^d 30′ Nord-Oüest. Il n'y en avoit autrefois que 18^d. Elle est marquée dans la Carte des variations d'environ 20^d Nord-Oüest.

Sous la ligne à 70^d de longitude la variation fut observée de 16^d Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $17^d\frac{2}{3}$ Nord-Oüest.

A 87^d de longitude & 15^d de latitude septentrionale la variation fut observée de 10^d 30′ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de 12^d Nord-Oüest.

A la vûë de Canara à 16^d 30′ de latitude septentrionale & tout le long de la côte de Malabar la variation fut observée de 6^d 30′ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations le long de cette côte d'environ 8^d Nord-Oüest,

Au Cap de Comorin la variation fut observée de 7^d 30′ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $7^d\frac{2}{3}$ Nord-Oüest.

A la vûë & proche de la pointe de Galle en l'Isle de Ceilon la variation fut observée de $5^d\frac{1}{2}$ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $6\frac{1}{2}$.

Près de la côte de Coromandel la variation fut observée de 5^d Nord-Oüest, précisément de même qu'elle est marquée dans la Carte des variations.

Aux Isles d'Andaman & de Nicobare la variation fut observée de 3^d Nord-Oüest, précisément de même qu'elle est marqué dans la Carte des variations.

A la vûë de l'Isle Diego Rodrigue la variation fut observée de 16^d 30′ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de 19^d Nord-Oüest.

A la vûë de l'Isle Maurice la variation fut observée de 21^d Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $20^d\frac{1}{2}$ Nord-Oüest.

A la vûë de l'Isle Bourbon la variation fut observée de

de $21^d\frac{1}{2}$ à 22 Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de 21^d Nord-Oüest.

A 74^d de longitude & 25^d de latitude meridionale la variation fut observée de $23^d\frac{1}{2}$ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $22^d\frac{1}{2}$ Nord-Oüest.

A 72^d 45′ de longitude & 27^d 15′ de latitude meridionale la variation fut observée de 24^d 30′ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de près de 23^d Nord-Oüest.

L'on a continué d'observer cette variation de même de 24^d30′ Nord-Oüest, jusqu'à 65^d 45′ de longitude & 33^d 10′ de latitude meridionale, où elle est marquée dans la Carte des variations de $23^d\frac{2}{3}$ Nord-Oüest.

L'on observa ensuite que la variation alloit toûjours en diminuant faisant route pour le banc des Aiguilles ou vers le milieu à 35^d30 à 45 minutes de latitude, l'on trouve à present la variation de 13^d Nord-Oüest; & à la vûë & dans la Baye du Cap de Bonne Esperance, & comme l'on a dit ci-dessus le long de la côte d'Angole $9^d\frac{1}{2}$ à 10^d Nord-Oüest. Dans la Carte de M. Halley au milieu du banc des Aiguilles la variations y est marquée de 12^d, au Cap de Bonne Esperance d'un peu plus de 10^d, & le long de la côte d'Angole de $9^d\frac{1}{2}$ à 19 degrez.

En faisant route pour l'Isle de Sainte Heleine la variation diminuë peu à peu, de sorte qu'à la vûë de cette Isle du côté de l'Est l'on y trouve 1^d ou $1^d\frac{1}{3}$ de variation Nord-Oüest. Dans la Carte des variations elle est marquée d'un peu plus de 1^d Nord-Oüest.

A l'Isle de l'Ascension il n'y a point de variation, ou au plus un degré Nord-Est. Elle est marquée dans la Carte des variations d'un tiers de degré Nord-Est.

Faisant route pour France en passant la ligne à 357 à 358 degrez de longitude, l'on ne trouve point de variation. Elle est marquée à cet endroit dans la Carte des variations de $\frac{1}{2}$ degré Nord-Est.

L'Aiguille commence à décliner vers le Nord-Oüest en approchant des Isles Açores, ou à la vûë des Isles Cor-

ve & Flore il y a 4^d à 4^d 30′ de variation Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations à la vûë de ces Isles de 5$^d \frac{1}{3}$ Nord-Oüest.

Si l'on approche de Terre-neuve la variation augmente jusqu'à 7 à 8 degrez, & enfin à la côte de Bretagne il y a 5 degrez de variation Nord-Oüest, de même qu'on l'a observé en partant du Port-Loüis.

Plusieurs de ces Observations s'accordent exactement à celles qui sont marquées dans la Carte de M. Halley, & la plûpart n'en different que d'environ un degré ; ce qui doit paroître d'une assez grande précision, si l'on fait attention à la difficulté qu'il y a d'observer les variations sur mer avec beaucoup d'exactitude.

Cette difference peut venir aussi en partie de la variation annuelle que l'on observe dans la déclinaison de l'Aiman, qui augmente dans des endroits & diminuë en d'autres, comme il paroît par ces Observations. Car à 354^d de longitude & 20^d de latitude meridionale la variation qui est Nord-Est a diminué en 22 années depuis onze jusqu'à 5 degrez. Au cap de Bonne Esperance la variation Nord-Oüest y a augmenté en 24 ans de 2 à 3 degrez ; & dans le Canal de Mozambique près de la Baye de Saint Augustin, elle y a augmenté en 22 années de 4 à 5 degrez.

Les variations de l'Aiman & les changemens qui y arrivent n'étant fondez jusqu'à présent que sur l'experience, l'on a besoin d'un grand nombre d'Observations faites exactement en divers lieux, & en des tems éloignez l'un de l'autre, pour établir dessus quelques regles certaines qui puissent dans la suite être utiles à la navigation.

Nous avons eu l'honneur de le representer à M. le Comte de Pontchartrain, qui a bien voulu donner des ordres aux Intendants & aux Commissaires Ordonnateurs de la Marine, de lui remettre les Memoires des Observations de la variation faites dans les voyages de long cours, pour les faire examiner à l'Academie.

OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune du 5 Avril 1708. *au matin à l'Observatoire Royal.*

PAR M. DE LA HIRE.

LE Ciel fut fort broüillé pendant tout le tems que la Lune fut éclipsée sur notre horizon ; cependant on ne laissoit pas d'appercevoir son disque assez clairement dans quelques momens. 1708. 25. Avril.

A 4^h la Lune paroissoit au travers de quelques nuages assez épais & comme cotonneux, & l'on y apperce-voit la penombre du côté de l'Occident.

A 4^h 12′ le Ciel s'étant un peu éclairci, la penombre paroissoit assez forte, & occupoit environ le tiers du disque de la Lune, & sa partie la plus dense étoit entre les taches Aristarque & Heraclides.

A 4^h 22′ la penombre se voyoit encore plus forte, mais aussi-tôt les nuages épais couvrirent la Lune.

Vers 4^h 30′ on jugeoit par la Lunette que ce pouvoit être le commencement de l'Eclipse, mais les nuages & l'ombre qui n'étoit point terminée ne permettoit pas d'en faire une observation exacte.

A 4^h 34′ on estimoit par la Lunette qu'il pouvoit y avoir un droigt éclipsé, mais on ne pouvoit pas prendre aucune mesure avec le Micrometre.

A 4^h 39′ la Lune paroissoit mediocrement, & l'on estimoit l'Eclipse de 1 doigt $\frac{1}{2}$ sans en faire de mesure.

A 4^h 44′ on commença à se servir du Micrometre, & l'on trouva l'Eclipse de 2 doigts 27′

A 4^h 46′ $\frac{1}{2}$ la Lune paroissoit claire, & l'on mesura l'Eclipse de 2 doigts 56′

A 4^h 39′ $\frac{1}{4}$ l'Eclipse étoit de 3 doitgs 11′.

A 4^h 54′ $\frac{3}{4}$ la Lune étant fort nette & l'ombre bien ter-

minée, on trouva qu'elle étoit éclipsée de 3 doits 40'.

Dans ces dernieres observations l'ombre paroissoit fort noire, & l'on ne pouvoit pas appercevoir le bord de la Lune qui en étoit couvert.

A 5^h la Lune fut entierement cachée par les nuages qui étoient épais vers l'horizon, & on ne la vit plus ensuite.

On observa encore l'entrée de la tache Copernic dans l'ombre à 4^h $56\frac{1}{2}$.

Et le commencement de Grimaldi dans l'ombre à 4^h $57'\frac{1}{2}$.

On avoit aussi observé le jour précédent le passage du premier bord de la Lune par le meridien à 11^h $47'$ $7''$, & la hauteur meridienne apparente du bord superieur de son disque étoit de 35° $30'$ $0''$

Le diametre de la Lune étoit de $31'$ $15''$ dans le tems des observations de l'Eclipse, & par consequent son diametre horizontal devoit être alors de $31'$ $9''$

OBSERVATION

D'UN CERCLE LUMINEUX AUTOUR DU SOLEIL.

PAR M. DE LA HIRE.

1708. 25. Avril.

LE 9e. Avril de cette année 1708 à une heure après midi à l'Observatoire, on voyoit autour du Soleil un grand cercle ou anneau lumineux, & très-parfait dans toutes ses parties. Le Soleil étoit au centre de ce cercle, dont le diametre étoit de 36 degrez, & sa largeur d'un degré & demi environ. Le bord interieur de cet anneau étoit assez bien terminé, & d'une couleur tirant sur le rouge; mais l'exterieur étoit blanc, & se noyoit avec le Ciel comme une penombre. Le Ciel qui paroissoit au dedans du cercle étoit obscur, & principalement à l'endroit où le cercle le touchoit; mais ce qui étoit au dehors étoit beaucoup plus clair & plus blanc. Tout l'air étoit alors

rempli d'un leger broüillard fort élevé. Il ne paroiſſoit point de parhelie ou faux Soleil ſur ce cercle, comme on en voit quelquefois ſur ces ſortes de cercles vers l'horizon au lever du Soleil, où il y en a deux diametralement oppoſez & à même hauteur que le Soleil ; mais il eſt fort rare de voir de ces cercles dans le meridien, & encore plus d'y voir des parhelies comme j'en ai obſervé, & ſurtout lorſque le Soleil eſt fort élevé, & que l'air eſt échauffé ; auſſi l'on ne peut attribuer ce phenomene qu'à des particules de glace qui cauſent cette apparence par la refraction des raïons du Soleil ; & comme ces cercles ont toûjours un même diametre, il faut neceſſairement que ces particules ſoient toûjours d'une même configuration.

Il n'eſt pas auſſi facile de rendre une raiſon phyſique bien convaincante de ces phenomenes, que de l'Arc-en-ciel dont nous connoiſſons la cauſe dans les petites gouttes de la pluïe, leſquelles ſont ſpheriques, & que nous imitons ſi parfaitement par le moïen d'une petite phiole pleine d'eau. Enfin on ne doit pas s'étonner ſi l'on trouve quelque difference dans les obſervations des diametres de ces Cercles & dans ceux de l'Arc-en-ciel, puiſque dans celui-ci l'experience nous fait connoître que les differens degrez de chaleur de l'eau y apportent un changement conſiderable.



OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune du 5. Avril au matin de l'année 1708.

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

1708.
25. Avril.

LE soir du 4e Avril de cette année 1708, le Ciel étant serein, nous nous preparâmes à l'Observation de l'Eclipse de Lune qui arriva la même nuit, par celles du passage de la Lune & de ses taches par le fil horaire, & par les obliques qui se croisent à angles de 45 degrez au foyer de la Lunette posée sur la machine parallectique. Ces Observations servent à déterminer la situation des taches dans le disque apparent de la Lune pour ce jour-là, & cette détermination jointe à l'Observation du passage de l'ombre par ces mêmes taches au tems de l'Eclipse, sert à déterminer la grandeur de la Lune éclipsée. A $6^h\ 40'$, la Lune étant élevée de 5 degrez sur l'horizon, nous mesurâmes par le micrometre son diametre apparent, que nous trouvâmes de $30'\ 52''$ d'un grand cercle. Par l'heure du passage du diametre apparent de la Lune par le meridien qui se fit en $2'\ 9''$, son centre y arriva à $11^h\ 48'\ 5''$. Ce passage donne le diametre apparent de la Lune de $31'\ 0''$ toutes les réductions étant faites. Nous l'avons trouvé un peu plus grand par la hauteur meridienne apparente du bord septentrional, qui fut de $35^o\ 29'\ 45''$, & du bord meridional de $34^o\ 57'\ 45''$.

La même nuit à $4^h\ 7'$ du matin on commença de voir sur la Lune une penombre foible, ensuite la Lune s'est couverte & découverte differentes fois jusqu'à $4^h\ 26'$ que l'on voyoit la penombre fort dense au travers des nuages rares, ce qui fit douter du commencement de l'Eclipse. On en fut assuré à $4^h\ 30'\frac{1}{3}$ lorsque la Lune nous parut un peu éclipsée au travers des nuages rares.

A $4^h 35'$ La Lune qni étoit toûjours dans les nuages rares nous paroissoit éclipsée d'un doigt.

4 $43'\frac{1}{3}$ La grandeur de l'Eclipse mesurée par le micrometre étoit de 3 doigts 8 minutes.

4 47 La Lune est éloignée de Grimaldi d'environ la plus grande longueur de cette tache, & éloignée de *Mare serenitatis* du petit diametre de Caspia.

4 48 50 L'ombre éloignée de Copernic & de Grimaldi de la largeur de ces taches.

4 51 50 La Lune étoit éclipsée de 3 doigts 40′ étant mesurée par le micrometre. Cette Observation est exacte le Ciel étant clair.

4 52 20 L'ombre touchoit presque Copernic & Grimaldi, ce qui donne la grandeur de l'Eclipse de 3 doigts 30′.

4 55 50 L'ombre au bord de Grimaldi & au bord de *Mare serenitatis*. Il fait assez clair.

4 $58\frac{1}{2}$ L'ombre est éloignée de la tache Hermes de la plus grande longueur de la tache Grimaldi. L'ombre a paru au milieu de Grimaldi, ce qui donne la grandeur de l'Eclipse de 4 doigts. La Lune s'est couverte.

5 10 La Lune sort des nuages, mais on ne peut pas déterminer la quantité de l'Eclipse à cause du grand jour.

5 12 La Lune se couvre entierement dans les nuages qui sont près de l'horizon.

M. Eisenschmid nous a communiqué l'Observation de la même Eclipse de Lune qui a été faite à Strasbourg par des personnes exercées dans les Observations.

A $4^h 39' 25''$ Le commencement de la penombre.

45 10 La penombre plus dense.

47 0 La penombre fort dense.

48 41 Le commencement de l'Eclipse certain un peu au-dessous de Galilée par une Lunette qui renverse.

A 4ʰ 52′ 34″ Ariſtarchus eſt dans l'ombre. Un peu après la Lune ſe couvre des nuages qui étoient proches de l'horizon.

La difference des meridiens entre Paris eſt Strasbourg étant ſuppoſée de 22′ comme on l'a trouvée par la comparaiſon de diverſes Eclipſes de Lune & des Satellites de Jupiter faites de part & d'autre, & étant ôtée de l'heure du commencement obſervé à Strasbourg, on aura le commencement de l'Eclipſe à Paris à 4ʰ 26′ 40″, qui eſt auſſi à peu près le tems que nous doutâmes du commencement de l'Eclipſe.

M. Manfredi nous a communiqué l'Obſervation de la même Eclipſe de Lune qu'il a faite avec M. Stancari dans l'Obſervatoire de M. le Comte Marſigli à Bologne, elle eſt la ſuivante.

A 17ʰ 1′ 48″ Commencement de l'Eclipſe, la Lune ſortant des nuages.

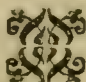
8 58 L'ombre à Ariſtarchus.

10 8 Tout Ariſtarchus dans l'ombre.

14 18 Plato.

15 38 Le milieu de Plato dans l'ombre. Peu de tems après la Lune ſe couche dans les montagnes.

Pour avoir le commencement de l'Eclipſe au meridien de Paris par l'Obſervation faite à Bologne, il faut ôter 37′ difference des meridiens de 17ʰ 1′ 48″, & on aura 16ʰ 24′ 48″ commencement de l'Eclipſe à Paris à une minute & quelques ſecondes près de notre détermination, qui eſt moyenne entre les Obſervations faites en differens lieux.



OBSERVATION

OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune faite par le P. Laval & M. Chazelles à Marseille le 5 Avril 1708.

Comparée à celles qui ont été faites à Paris & à Strasbourg.

Par M. Cassini le fils.

On s'étoit préparé à faire cette Observation par les methodes ordinaires, mais le tems n'ayant pas été favorable, on ne put observer que les phases suivantes. 1708. 12. Mai.

Le 5 Avril à $4^h\ 36'\ 52''$ du matin l'Eclipse n'est pas encore commencée, mais il y a une grande penombre vers Aristarque. Nuages.

A $4^h\ 40'\ 22''$ l'Eclipse est commencée. Aristarque sur le bord de l'ombre.

42 52 Aristarque ne paroît plus. Nuages.

52 8 Grimaldi loin de l'ombre d'environ trois fois son grand diametre, l'ombre couvre Plato & s'approche de Kepler.

5 1 23 Grimaldi éloigné de l'ombre de son grand diametre, & *Mare serenitatis* loin de l'ombre du grand diametre de Grimaldi

2 50 La Lune entre dans les nuages épais, d'où elle n'est plus sortie.

Entre ces Observations il y en a deux dont les correspondantes ont été faites l'une à Paris & l'autre à Strasbourg par Monsieur Eisenschmid, dont voici la comparaison.

A $4^h\ 48'\ 50''$ A Paris l'ombre étoit éloignée de Copernic & de Grimaldi du diametre de ces taches.

5 1 23 A Marseille Grimaldi éloigné de l'ombre de son grand diametre

12′ 33″ Difference des meridiens entre Paris & Marseille.

A 4 52 34 A Strasbourg Ariſtarque dans l'ombre.

42 52 A Marſeille Ariſtarque ne paroît plus.

9 42 Difference des meridiens entre Strasbourg & Marſeille.

Cette difference étant ajoûtée à celle que l'on vient de trouver entre Paris & Marſeille de 12′ 33″, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Strasbourg de 0^h 22′ 15″, à quelques ſecondes près de celle qui eſt marquée dans la Connoiſſance des Tems.

Si l'on retranche 12′ 33″ difference entre Paris & Marſeille de 4^h 40′ 22″ tems auquel l'Eclipſe étoit commencée à Marſeille, l'on aura le commencement de l'Eclipſe à Paris avant 4^h 27′ 50″.

Nous l'avions jugé à 4^h 26′ 40″, ce qui fait voir l'accord de ces Obſervations entr'elles, quoiqu'elles ayent été faites de part & d'autre dans un tems peu ſerein.

PROBLEME

D'ANATOMIE.

SCAVOIR:

Si pendant la groſſeſſe il y a entre la femme & ſon fœtus une circulation de ſang réciproque.

PAR M. MERY.

1708. 5. Mai. LEs ſentimens des Anatomiſtes ſont à preſent fort partagez ſur cette queſtion. Les uns prétendent que le ſang de la femme ne paſſe point dans le fœtus, ni celui du fœtus dans la femme. Ceux-ci ſoûtiennent que l'en-

fant ne reçoit de sa mere pour sa nourriture, que du chile qui lui est fourni par les glandes de la matrice.

Les autres au contraire, persuadez qu'il y a un mouvement circulaire de sang réciproque entre l'un & l'autre, croïent que l'enfant ne se nourrit que du sang de sa mere, que lui envoïent les arteres de la matrice par la veine ombilicale. Ceux-là nient absolument qu'il y aït des glandes dans cette partie.

Avant que d'examiner si la matrice de la femme a ou n'a pas de glandes, & si l'enfant ne se nourrit que du chile ou du sang de sa mere, il est necessaire de bien s'assurer auparavant, s'il est vrai ou non, qu'il y ait entre l'un & l'autre une réciproque circulation de sang; parce que cette connoissance acquise nous servira à reconnoître plus aisément lequel de ces deux alimens la femme fournit au fœtus pendant tout le tems qu'il est renfermé dans son sein. Je vais donc commencer par examiner si le sang circule ou non dans l'un & dans l'autre réciproquement. Pour faire cette recherche, je me servirai d'un évenement funeste; mais heureusement arrivé pour résoudre certainement ce premier Problême.

Une femme âgée d'environ trente-cinq à quarante ans, retenuë par force à l'Hôpital general, fut amenée il y a quelque tems à l'Hôtel-Dieu pour y accoucher, étant fort près de son terme, & joüissant d'une parfaite santé. Cette pauvre femme, qui craignoit qu'après ses couches on ne vînt la reprendre pour la renfermer comme auparavant, entreprit de se sauver de la Salle des accouchées qui est fort élevée.

Pour executer plus secretement son dessein, elle attacha pendant la nuit à une fenêtre de cette Salle qui donne sur la ruë de la Boucherie, une corde qu'elle avoit noüée d'espace en espace pour en descendre plus facilement. Mais comme elle avoit mal pris ses mesures, la corde se trouva de beaucoup trop courte, de sorte qu'étant au bout elle fut contrainte de se laisser cheoir sur le pavé. En tombant elle se luxa une cuisse, se rompit l'au-

tre, & l'os rompu ſortant hors des chairs, fit à celle-ci une playe très-conſiderable. En ce triſte état elle fut ramenée à l'Hôtel-Dieu, où elle expira demie-heure après.

Si-tôt qu'elle fut morte un Compagnon Chirurgien de cette ſainte Maiſon lui ouvrit d'abord le ventre, qu'il trouva rempli de ſept à huit pintes de ſang. Après l'avoir fait écouler, il ouvrit enſuite la matrice dans le vûë de ſauver ſon enfant; mais il s'apperçut auſſi-tôt qu'il étoit déja mort, & que tous les vaiſſeaux du cadavre de cette femme étoient entierement épuiſez de ſang. Il remarqua auſſi en même tems que le corps du placenta, de même que ſes membranes, étoient encore unies à toute la ſurface interieure de la matrice; ce qui avoit empêché le ſang de cette femme & celui de ſon fœtus de ſe répandre dans ſa capacité, comme il arrive lorſque le placenta ſe ſépare du fond de la matrice.

L'union de ces deux parties, & une ſi prodigieuſe quantité de ſang épanché dans le ventre de cette pauvre femme, me firent faire ſur le champ cette reflexion. La mere & l'enfant meurent en même tems par les grandes pertes de ſang qui leur arrivent, quand ces parties ſe deſuniſſent. Je n'ai donc, pour découvrir ſi le ſang circule de l'un dans l'autre réciproquement, qu'à voir, ſi les vaiſſeaux de cet enfant ſont vuides de ſang, comme ceux de ſa mere: car s'ils s'en trouvent pleins, il eſt certain que le ſang du fœtus ne paſſe pas dans les vaiſſeaux de la femme; que ſi au contraire je les rencontre vuides, il eſt évident qu'il y a une circulation réciproque de ſang de l'un dans l'autre.

Cette idée excita fortement ma curioſité, & pour la ſatisfaire j'examinai auſſi-tôt le petit cadavre de l'enfant. Dans cette recherche je ne découvris ſur tout ſon corps nulle bleſſure, ni aucune alteration; & paſſant de dehors au-dedans, toutes les parties interieures me parurent auſſi ſaines que les exterieures. Enfin pouſſant mon examen plus loin, je trouvai les veines & les arteres de ce fœtus preſque, pour ne pas dire entierement, vuides de ſang.

Or comme il ne s'en étoit point épanché ni dans son ventre ni dans sa poitrine, ni ailleurs, il estvisible que les vaisseaux de sa mere s'étant ouvers par la chute qu'elle fit, tout le sang de cet enfant s'étoit écoulé avec celui de sa mere dans la capacité du ventre de cette femme.

Et parce que le sang de cet enfant n'a pû prendre d'autre route que celle des arteres ombilicales & des veines de la matrice, pour se rendre dans le ventre de sa mere, il faut nécessairement qu'il y ait eû pendant leur vie entre l'un & l'autre une circulation de sang réciproque. Il ne s'agit donc plus maintenant que d'expliquer la maniere dont elle s'est accomplie pendant tout le tems de la grossesse de cette femme. Les faits que je vais rapporter nous conduiront surement à cette explication.

J'ai fait voir à l'Academie Royale des Sciences le 23 Fevrier 1706, que la matrice d'une femme morte quatre heures après son accouchement n'avoit point de glandes, que sa surface interieure étoit sans membrane, que le placenta qui y étoit joint n'en avoit point dans sa surface exterieure, que les vaisseaux qui se terminoient a ces deux superficies y étoient manifestement ouverts, & que la substance de ces deux parties étoit charnuë & toute spongieuse, & par consequent facile à s'abreuver du sang que leur vaisseaux répandoient de l'une dans l'autre réciproquement.

Voyez l'Hist. de l'Acad. de 1706. p. 22.

Ces faits verifiez dans plus de cinquante autres femmes à qui j'ai fait l'operation Cesarienne après leur mort, & étant certain que le sang de l'enfant, dont je viens de parler, n'ayant pû s'écouler dans le ventre de sa mere, qu'en prenant, comme j'ai dit, la route des veines de la matrice ouvertes dans sa surface interieure pour le recevoir, il est aisé de reconnoître que celui de ses arteres ouvertes aussi dans la même superficie, a dû pendant tout le séjour que cet enfant a fait dans le sein de sa mere, être versé dans les racines de la veine ombilicale pareillement ouvertes dans la surface exterieure du placenta, pour lui donner passage par le canal de cette veine dans

le corps de l'enfant, afin de remplir ses vaisseaux qui se vuidoient continuellement dans ceux de sa mere. Les quatre observations qui vont suivre cette explication, prouvent encore évidemment ce mouvement circulaire du sang.

Premierement, on sçait qu'après l'accouchement, le placenta & ses membranes étant séparez du fond de la matrice, le sang qui sort des àrteres de cette partie de la femme ne pouvant rentrer dans ses veines, se répand dans sa capacité, d'où il s'écoule ensuite au-dehors par son canal. Il ne peut pas rentrer dans ses veines, parce que leurs ouvertures étant dans sa superficie interieure, elles ne peuvent pas s'aboucher avec celles des arteres qui s'y terminent. Quand donc le placenta est uni à la matrice, le sang qui sort de ses arteres doit rentrer dans les racines des veines du placenta, pendant que celui qui s'écoule des arteres ombilicales prend le chemin des veines de la matrice.

Secondement, l'on sçait encore que si pendant la grossesse le placenta abandonne le fond de cette partie avant que la femme entre en travail, la mere & l'enfant perissent, leurs vaisseaux épuisez de sang, pour peu de tems que continuë son écoulement. Cet épuisement ne pourroit pas se faire, si les surfaces par lesquelles la matrice & le placenta s'unissent étoient recouvertes de membranes, & s'il étoit vrai que le sang des arteres de la matrice ouverte dans sa surface interieure passât pendant la grossesse dans ses veines, & que celui qui est porté par les branches des arteres ombilicales à la superficie exterieure du placenta rentrât dans les racines de la veine ombilicale.

Cependant la mere & l'enfant meurent, leurs vaisseaux épuisez de sang par la séparation du placenta, quoique la femme n'entre point en travail. Il est donc évident que les branches des arteres de la matrice, qui se terminent à sa surface interieure, ne s'abouchent point avec les racines de ses veines qui en tirent leur origine. Il en est de même des vaisseaux du placenta. Donc pendant que celui-

ci demeure uni au fond de la matrice, les arteres de celle-là doivent répandre leur ſang dans la ſubſtance ſpongieuſe du placenta, & les arteres ombilicales décharger le leur dans la ſubſtance porreuſe de la matrice, pour être enſuite repris par leurs veines. Il eſt donc certainement vrai qu'il y a entre la femme & ſon fœtus une réciproque circulation de ſang. Auſſi eſt-ce pour cet effet que les ſurfaces par leſquelles ces deux parties ſont jointes enſemble n'ont point de membranes, & que leur ſubſtance eſt toute ſpongieuſe : delà vient qu'en preſſant l'une & l'autre après leur ſéparation, le ſang ſort par leurs ſurfaces qui ne ſont point recouvertes de membranes, & ne peut point s'échaper par celles qui en ſont revêtuës.

Troiſiémement. Mais lorſqu'au contraire le placenta étant encore uni à la matrice, une femme vient à mourir dans les efforts du travail, & que ſon fœtus perit en même tems par la compreſſion du cordon ombilical ; alors les vaiſſeaux de la mere & de l'enfant ſe trouvent également remplis de ſang. Le cordon du fœtus étoit libre dans la matrice de la femme dont je viens de rapporter la tragique hiſtoire ; & l'un & l'autre étant morts, on a trouvé leurs veines & leurs arteres tout vuides ; parce que les vaiſſeaux de la mere s'étant rompus dans la chûte qu'elle fit, tout le ſang des vaiſſeaux de ſon enfant s'étoit écoulé avec le ſien dans la capacité du ventre de cette pauvre femme. Ces deux évenemens joints enſemble prouvent donc évidemment qu'il y a entre la femme & ſon fœtus un mouvement circulaire de ſang réciproque.

Quatriémement. Enfin ſi le ſang des arteres ombilicales ne paſſe point dans les veines de la matrice, ni celui des arteres de cette partie dans les veines du placenta, la reſpiration de la mere doit être abſolument inutile pour entretenir la circulation du ſang dans le corps de l'enfant. Cela étant il faut néceſſairement que le fœtus de la femme ait en lui-même tout ce qui eſt néceſſaire pour faire circuler ſon ſang dans tous ſes vaiſſeaux; il peut donc vivre après la mort de la femme autant de tems dans la matri-

ce ſans recevoir de nourriture, qu'il pourroit faire étant hors de ſa capacité ſans prendre d'alimens. Cependant il arrive tout le contraire, l'enfant perit ſi-tôt que ſa mere ceſſe de reſpirer, ou que le cordon ombilical du fœtus ſouffre une trop forte compreſſion pendant la vie de la femme. Il faut donc neceſſairement convenir encore une fois qu'il y a entre lui & elle une circulation réciproque d'air & de ſang, & que l'enfant n'a point en lui-même, tant qu'il eſt renfermé dans le ſein de ſa mere, le premier principe qui donne le mouvement à ſon ſang. La reſpiration de la femme eſt donc la premiere cauſe de la circulation du ſang du fœtus, puiſqu'il perit ſi-tôt qu'elle ceſſe de reſpirer; d'où je conclus que l'opinion contraire a toutes les apparences de fauſſeté.

Enfin, s'il eſt vrai que la nature agit toûjours uniformément dans les mêmes operations, comme il y a lieu de le croire, il doit donc y avoir auſſi dans tous les animaux vivipares entr'eux & leurs fœtus le même mouvement circulaire de ſang.

PROBLEME II.

Je vais maintenant examiner, ſi comme le prétendent les ſectateurs de cette fauſſe opinion, le fœtus ne ſe nourrit que du chile que lui fourniſſent les glandes de la matrice, ou ſi au contraire il ne ſe nourrit que du ſang qui paſſe des branches des arteres de cette partie dans les racines des veines du placenta.

Pour réſoudre ce ſecond Problême, il n'y auroit quaſi qu'à voir la liqueur qui s'écoule de la matrice d'une femme après ſon accouchement. En effet, ſi tout le ſang qui eſt porté à cette partie par les arteres rentre dans ſes veines, de ſorte qu'aucune portion de ce ſang ne paſſe pendant la groſſeſſe par la veine ombilicale dans le corps du fœtus, & qu'il ſoit bien vrai qu'il ne reçoive abſolument que du chile des glandes de la matrice; n'eſt-il pas évident qu'après l'extraction du placenta il ne doit ſortir de la

la cavité de la matrice que du chile, & point du tout de ſang ? Il ne s'en écoule au contraire que du ſang, & point de chile. Il eſt donc certain que l'opinion de ceux qui tiennent qu'il ne paſſe que du chile & point de ſang du corps de la femme dans celui du fœtus, eſt viſiblement fauſſe.

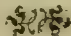
Car ſi elle étoit vraïe, les glandes de la matrice devant fournir immédiatement avant la ſéparation du placenta, la même quantité de chile au fœtus, que les glandes des mamelles donnent de lait à l'enfant après l'accouchement de la femme ; ces glandes de la matrice ne devroient-elles pas paroître, après la ſortie du placenta, auſſi gonflées de chile que le ſont de lait celles des mamelles de la femme ? Cependant la difference eſt du tout au rien, & par conſéquent infinie. Les glandes des mamelles ſont toutes prodigieuſement gonflées de lait, au contraire celles de la matrice ne ſont nullement abbreuvées de chile, & ne ſont pas même ſenſibles ; auſſi ai-je fait voir que cette partie n'a point de glandes. Le fœtus ne peut donc pas être nourri du chile qu'elles lui fourniſſent ; il eſt donc vrai qu'il ne ſe nourrit que du ſang de la femme, qui à la ſortie des branches des arteres qui aboutiſſent à la ſurface interieure de la matrice, ſe répand dans la ſubſtance ſpongieuſe du placenta, où il eſt repris par les racines de la veine ombilicale, qui le conduit dans la veine-porte ; d'où il s'écoule par le canal veineux de communication dans la veine-cave inferieure, qui le décharge dans le cœur du fœtus.

D'ailleurs en ſuppoſant que la matrice de la femme ait des glandes, & que l'enfant ne reçoive de cette partie que du chile ; tout l'appareil du placenta & de ſes vaiſſeaux ne paroîtra-il pas inutile, pour ne pas dire ridicule, à tout homme qui y fera une ſerieuſe reflexion ; puiſqu'un vaiſſeau particulier ſortant de ces glandes, & d'une capacité beaucoup plus petite que celle de la veine ombilicale, auroit pû ſuffire pour conduire dans le corps de l'enfant tout le chile qu'elles ſeroient capables de lui fournir ?

En effet, l'Anatomie ne nous montre-t-elle pas que le seul canal torachique de l'homme, quoique d'une capacité beaucoup moindre que celle de la veine ombilicale, suffit bien pour porter dans la veine soûclaviere tout le chile qui passe des intestins dans les veines lactées? Cependant la quantité de celui-ci est certainement de beaucoup plus grande que celle de l'autre. Il est donc évident que tout cet appareil du placenta & des vaisseaux ombilicaux seroit, si l'enfant ne reçoit point de sang de sa mere, inutile au transport d'une si petite quantité de chile, puisqu'elle pourroit même passer par un tuyau plus étroit que le canal torachique.

Pour finir ce discours, je dirai donc que puisqu'on ne découvre point de vaisseau particulier pour lui porter ce prétendu chile, ni de glandes à la matrice qui puissent le lui fournir, que l'opinion de ceux qui soûtiennent que l'enfant ne reçoit que du chile de sa mere pendant tout le tems qu'il est renfermé dans son sein, paroît fausse.

Au contraire le concours de toutes ces circonstances, les surfaces par lesquelles la matrice & le placenta s'unissent sans membranes, les vaisseaux qui se terminent à l'une & à l'autre tous ouverts, & le sang qui sort seul par le canal de la matrice après l'accouchement de la femme, nous donnent une démonstration sensible que l'enfant n'est nourri pendant la grossesse que du sang de sa mere; d'où je puis inferer fort vrai-semblablement, que le fœtus de tous les animaux vivipars n'en reçoit pas d'autre nourriture, s'il est vrai que la nature agisse toûjours uniformément dans toutes leurs especes, qui ont avec la femme une conformité essentielle.



OBSERVATION

De la Conjonction de Jupiter avec la Lune du 30 Avril 1708 faite en plein jour.

Par M. Cassini le fils.

La Lune ne devant point éclipser Jupiter dans cette conjonction qui devois arriver en plein jour, nous nous étions contenté de la calculer sans l'inserer dans la Connoissance des Tems. 1708. 12. Mai.

Nous ne laissâmes pas de nous préparer à faire cette Observation; mais quelques nuages rares étant survenus sur les $3^{h\frac{3}{4}}$, qui étoit à peu près le tems auquel elle devoit arriver, nous ne pûmes appercevoir Jupiter que sur les 4 heures avec une Lunette de 16 pieds, & nous fîmes les Observations suivantes.

Ayant placé une Lunette de 10 pieds montée sur une machine parallactique, ensorte que le bord septentrional de la Lune parcouroit par son mouvement un des fils qui se croisent à angles de 45 degrez au foyer de cette Lunette, à $4^h\ 9'\ 19''$ Le bord précédent de la Lune passa au fil horaire.

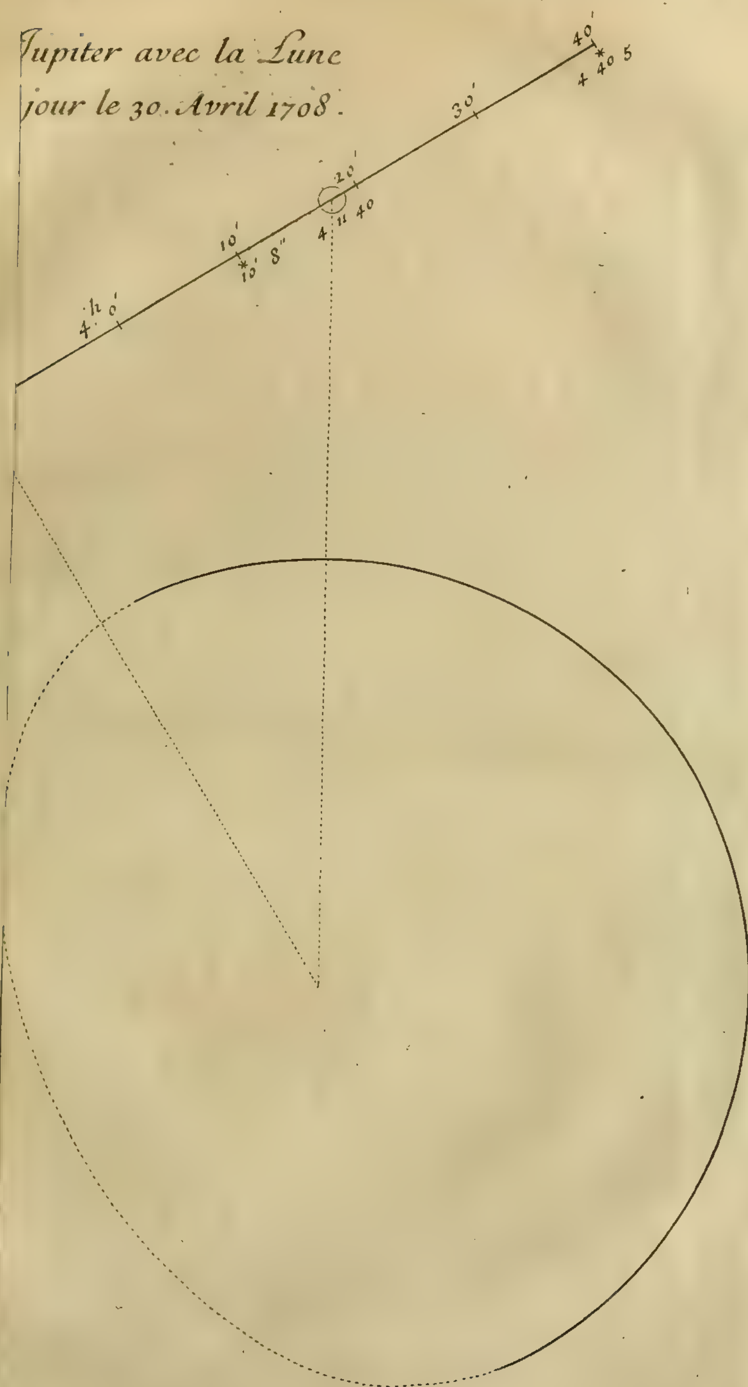
	4	9	51	Jupiter au premier oblique.
	4	10	35	Jupiter au fil horaire.
à	4	17	41	Le bord précédent de la Lune au fil horaire.
	4	17	52	Jupiter au premier oblique.
	4	18	45	Jupiter au fil horaire.
	4	19	39	Jupiter au second oblique.
à	4	21	54	Le bord précédent de la Lune au fil horaire.
	4	22	50½	Jupiter au fil horaire.
	4	23	49	Jupiter au second oblique.
à	4	35	3	Le bord précédent de la Lune au fil horaire.
	4	35	36	Jupiter au fil horaire.
	4	36	48	Jupiter au second oblique.

à $4^h 40' 5''$ Le bord précédent de la Lune au fil horaire.
4 40 29 Jupiter au fil horaire.
4 41 35 Le bord précédent de la Lune sort.
4 41 45 Jupiter au second oblique.
4 41 58 Jupiter sort.
à $9^h 0' 5''$ Passage de Jupiter par le meridien.
Sa hauteur meridienne. $45^d 50' 30''$.
9 6 4 Le bord précedent de la Lune au meridien.
9 8 0 Le bord suivant qui manque au meridien.
Hauteur merid. du bord superieur de la Lune. $44^d 22' 20''$.
Hauteur meridienne du bord qui manque. $43^d 51' 0''$.

Ayant dressé par le moyen de ces Observations une figure où l'on a décrit la trace apparente de Jupiter à l'égard de la Lune, l'on trouva que la conjonction de ces deux planettes en ascension droite est arrivée à $4^h 17' 40''$ qui est le tems de la seconde Observation. La declinaison de Jupiter à l'égard du bord septentrional de la Lune étant alors de $13' 15''$ de degré.

L'on trouve aussi que la conjonction veritable ou apparente à dû arriver à $3^h 48'$, Jupiter étant alors éloigné du bord septentrional de la Lune de 9 minutes & quelques secondes, ce qui s'accorde assez bien au calcul tiré de la Connoissance des Tems, suivant lequel nous avions trouvé que la conjonction devoit arriver à $3^h 44'$, & que Jupiter devoit passer à 9 minutes du bord septentrional de la Lune.




Jupiter avec la Lune
jour le 30. Avril 1708.
40'
30'
20'
4 11 40
10'


Mem de l'Acad. 1708. Pl 10 p. 196
Conjonction de Jupiter avec la Lune
observée en plein jour le 30. Avril 1708.

MANIERE GENERALE

De trouver une infinité de lignes Courbes nouvelles, en faiſant parcourir une ligne quelconque donnée, par une des extremités d'une ligne droite donnée auſſi, & toûjours placée ſur un même point fixe.

PAR M. DE REAUMUR.

L'Examen d'une Courbe que M. Carré a donné dans les Memoires de 1705, décrite par l'une des extremitez du diametre d'un cercle, pendant que l'autre parcourt ſa demi-circonference, me fit naître l'idée d'en chercher de nouvelles par une ſemblable voïe. Je fis pour cela gliſſer ſur differentes Lignes courbes, ou des portions de ces lignes lorſqu'elles ſont infinies, une des extremitez d'une ligne droite priſe à volonté, & toûjours poſée ſur un point fixe du même plan, & je cherchai les Courbes décrites par l'autre extremité. Mais ne voyant pas même pour borne à cette recherche le nombre infini des Lignes courbes qui exiſtent, n'y en ayant aucune qui n'en puiſſe produire une infinité de differentes, en changeant la ſituation du point fixe ; je crus qu'il falloit avoir recours à la Solution d'un Problême general, qui comprenant toutes les Courbes poſſibles, & les diverſes poſitions du point fixe imaginables, donneroit toûjours la nouvelle Courbe qu'on voudroit avoir. Voici, ce me ſemble, comme on peut le propoſer & le réſoudre.

1708. 19. Mai.

PROBLEME GENERAL.

Une ligne quelconque droite ou courbe, & un point fixe ſitué où l'on voudra étant donnés, ſi l'on conçoit qu'une des extremités d'une ligne droite donnée auſſi & placée ſur ce point parcourre la ligne donnée, ou une portion de cette ligne lorſ-

qu'elle est infinie, l'autre extremité de la ligne droite décrira pendant ce tems une Courbe dont il faut trouver l'équation.

SOLUTION.

FIG. I. Soit *AMH* une ligne droite ou courbe donnée. Soit de plus *CB* une autre ligne droite donnée aussi. Soit enfin le point *F* pris pour point fixe. Si l'on fait parcourir par l'extremité *C* de la ligne *CB*, toûjours posée sur le point fixe *F* la ligne *AMH*, il est clair que pendant ce tems-là son autre extremité *B* décrira la Courbe *OND*. Si l'on veut s'imaginer la ligne *CB* dans une position quelconque *MFN*, & qu'on nomme la donnée *CB*, *MN*, m; les inconnuës *MF*, r; *FN*, z il est évident qu'on aura toûjours *MN* (m) — *MF* (r) = *FM* (z), c'est-à-dire, $m - r = z$ pour équation générale de la Courbe *DNO*, qu'elle que soit la generatrice *AMH*, & qu'en sustituant pour *MF* (r) sa valeur tirée de l'équation de la Courbe donnée *AMH*, on aura alors celle de l'engendrée *DNO*.

Si la generatrice *AMH* est geometrique, il est évident que la Courbe *DNO* le sera aussi, & il sera aisé d'avoir une équation qui exprime le rapport de ses abscisses à ses appliquées, en menant par le point donné *F* une ligne droite *CFQ*, parallele ou perpendiculaire à la génératrice *AMH* si elle est droite, ou à son axe si elle est courbe. Car si on abaisse des points quelconques *M*, *N*, les perpendiculaires *MP*, *NQ*, sur la droite *CFQ*, on formera les triangles rectangles semblables *MPF*, *FNQ*, par le moyen desquels on pourra facilement chasser l'inconnuë qu'a donnée la génératrice *AMH*; & mettant pour *FN* sa valeur $\sqrt{FQ^2 + QN^2}$, on aura enfin une équation qui ne contiendra d'inconnuës que les abscisses *FQ*, & les appliquées *QN* de la Courbe *DNO*; ce qui va devenir clair par les Exemples.

EXEMPLE I.

FIG. II. Soit la ligne droite *AMT* donnée de position, le long de laquelle l'extremité *C* de la droite *BC* donnée de grandeur toûjours placée sur le point immobile *F* doit

glisser. Il faut trouver l'équation de la Courbe *BNF* décrite par l'extremité *B*, pendant que l'autre *C* parcourt *CA*. Si l'on conçoit que *BC*, d'abord perpendiculaire sur *CA*, soit arrivée dans une situation quelconque *MN*, & qu'après avoir tiré par le point donné *F* une parallele à *AT* indéfiniment prolongée de part & d'autre de *F*, on abaisse sur cette ligne les perpendiculaires *MP*, *NQ*, on formera les triangles rectangles semblables *MPF*, *FNQ*. Après quoi si on nomme les données *BC* (*MN*) a, *FC* (*MP*) b; les inconnuës *FP* (*MC*) x; *FQ* (*KN*), u; *QN* (*FK*) s; l'on aura *FM* (r) $= \sqrt{xx+bb}$, *FN* (z) $= \sqrt{uu+ss}$, & l'équation générale $m-r=z$ deviendra (en mettant pour m,r,z, leurs valeurs) $a-\sqrt{xx+bb} = \sqrt{uu+ss}$. Mais les triangles semblables *FMP*, *FNQ*, donneront *MP* (b) : *PF* (x) : : *NQ* (s) : *QF* (u), d'où l'on tire $x=\frac{bu}{s}$; & mettant cette valeur d'x dans l'équation précédente, on aura $a-\frac{b}{s}\sqrt{uu+ss} = \sqrt{uu+ss}$, qui se réduit à celle-ci $\frac{as}{b+s}=\sqrt{uu+ss}$ pour équation de la Courbe *BNF*, qui ne contient d'autres inconnuës que les abscisses & les appliquées de cette Courbe.

1°. Si on fait dans cette équation *NQ* (s) $=o$ on aura aussi *FQ* (u) $=o$; & si l'on fait *FQ* (u) $=o$, on aura $s=o$, & $s=a-b=$ *BF*. Ce qu'on voit aussi aisément par la génération de la Courbe.

2°. L'équation $\frac{as}{b+s}=\sqrt{uu+ss}$ donne cette propriété de la Courbe a (*BC*). $\sqrt{uu+ss}$ (*NF*) : : $b+s$, (*CK*). s, *FK*.

3°. Si on fait u négative dans cette équation, c'est-à-dire, si on prend *FQ* de l'autre côté, elle reste toûjours la même ; d'où on voit que cette Courbe a une autre branche *BGF* semblable à la premiere. Si l'on fait à present dans l'une & l'autre supposition d'u positive ; ou negative, s, *NQ* negative, *FC*, b, la devient aussi necessairement, & l'équation sera $\frac{-as}{-b-s}=\sqrt{uu+ss}$, qui est

la même que la précédente; puiſqu'on a ſeulement changé tous les ſignes du numerateur & du dénominateur du premier membre; ce qui fait encore voir que la Courbe a deux autres branches de l'autre côté d'F par rapport à B, FSI, FMI, ſemblables aux deux premieres, qui tous enſemble compoſent la Courbe entiere $FNBGFSIMF$.

4°. Il eſt viſible que la Courbe coupe ſon axe BI aux points B & I à angles droits; mais ceux qu'elle fait au point F avec PQ, ſont de 45 degrez lorſque $FC = AC$, (le point A eſt ſuppoſé le plus éloigné que BC puiſſe toucher) moindre que 45 degrez lorſque FC moindre que AC, & plus grand que 45^d lorſque FC plus grande que AC.

5°. Si on veut avoir la tangente du cette Courbe, on aura pour expreſſion de la soûtangente $\frac{sdu}{ds}$; mais l'équation de la Courbe differentiée donne $ds = \frac{ssudu + bsudu}{buu - s^2}$, laquelle valeur de ds ſuſtituée, on a $\frac{sdu}{ds} = \frac{buu - s^3}{su + bu}$.

6°. Pour avoir les plus grandes appliquées de cette Courbe, ſi on fait dans l'équation differentielle $\frac{ds}{du} = \frac{ssu + bsu}{buu - s^3}$, $ds = o$, & $ds = \infty$, la premiere ſuppoſition donne $ssu + bsu = o$, d'où on tire $u = o$, laquelle ſubſtituée dans l'équation $\frac{as}{b+s} = \sqrt{uu + ss}$ la réduira à $as - bs = ss$, d'où réſulte $s = a - b = FB$, & $-s = -a + b = - FB = FI$ qui ſont les plus grandes hauteurs, & la ſeconde ſuppoſition rend $buu - s^3 = o$, & $uu = \frac{s^3}{b}$, $u = s\sqrt{\frac{s}{b}} = FQ$, & $-u$ (FP ou MC) $= -s\sqrt{\frac{s}{b}}$ laquelle ſubſtituée auſſi dans la précédente équation, on a s (FK) $= -b + \sqrt[3]{aab}$, & $-s$ (FC) $= b - \sqrt[3]{aab}$, qui donnent les plus grandes largeurs KN, KG; CM, GS.

7°. Pour connoître la grandeur de l'eſpace borné par cette Courbe, on peut concevoir la ligne MN dans une autre poſition mn infiniment proche de la premiere; après

après quoi si du centre F on décrit les petits arcs mR, NO, on aura les secteurs semblables FmR, FNO, & la somme des derniers est égale à l'espace renfermé par la branche BNF, & la droite BF pour l'avoir, Mm(Pp étant $= dx$) & $MR = \frac{xdx}{\sqrt{xx+bb}}$, on aura $mR = \sqrt{Mm^2 - MR^2} = \frac{bdx}{\sqrt{xx+bb}}$, & les secteurs semblables donnent cette analogie FM ($\sqrt{xx+bb}$). FN ($a - \sqrt{xx+bb}$) :: mR $\left(\frac{bdx}{\sqrt{xx+bb}}\right)$. $NO = \frac{abdx - bdx\sqrt{xx+bb}}{xx+bb}$, & $FNO = NO \times \frac{1}{2} FN$ $= \frac{aabdx + bxxdx + b^3dx - 2abdx\sqrt{xx+bb}}{2xx+2bb}$ (en supposant $b = \frac{1}{3}a$) $= \frac{9b^3dx + bxxdx + b^3dx - 6bbdx \times \sqrt{xx+bb}}{2xx+2bb}$, l'intégrale des deux termes $\frac{bxxdx + b^3dx}{2xx+2bb} = \frac{1}{2}bx$ pour avoir celle du premier $\frac{9b^3dx}{2 \times xx+bb}$, on décrira du centre F & du rayon $FN = \frac{3}{2}b$ le quart de cercle LNH, & $4FNO =$ à la quantité differentielle $\frac{9b^3dx}{2 \times xx+bb}$. Car à cause des secteurs semblables FmR, FNO, on aura FM ($\sqrt{xx+bb}$). FN ($\frac{3}{2}b$) :: mR $\left(\frac{bdx}{\sqrt{xx+bb}}\right)$. $NO = \frac{3bbdx}{2xx+2bb}$, & le secteur $= NO \times \frac{1}{2} FN$ $= \frac{9b^3dx}{8 \times xx+bb}$. Ainsi quelque portion que FN renferme de la Courbe, le quadruple du secteur de cercle qu'elle formera sera l'intégrale de $\frac{9b^3dx}{2 \times xx+bb}$, celle du dernier terme $- \frac{6bbdx\sqrt{xx+bb}}{2xx+2bb} = \frac{6bbdx}{2\sqrt{xx+bb}}$ dépend de la quadrature d'une hyperbole équilatere FVZ dont F est le sommet, C le centre, $FC = b$ le demi-axe, & PF (x) l'appliquée; d'où l'on voit que la quadrature de cette Courbe dépend de celle du cercle & de l'hyperbole, & que l'espace $FNnF =$ $4FHN + \frac{1}{2}bx - \int \frac{6bbdx}{2\sqrt{xx+bb}} = FMP + 4FNH - 6CFV$; & si on fait $x = 2b\sqrt{2} = AC$, & qu'on substituë cette valeur dans l'intégrale précédente, on aura l'espace

$FNnBF$ (qui est le quart de celui que renferme la Courbe $FNBGFSIMF$) $=4FHL+AC\times\frac{1}{2}FC-6CFZ$.

EXEMPLE II.

FIG. III. Soit donnée pour génératrice une parabole AMH, dont A est le sommet, AB l'axe, & dont l'équation $ax=yy$ (AP, x ; PM, y). Si ayant pris un point fixe quelconque F sur l'axe de la parabole, ou sur cet axe prolongé par delà le sommet A l'on fait courir par l'extrémité A d'une droite donnée AB toûjours placée sur le point fixe F la portion de parabole AMH, l'autre extremité B de la ligne AB décrira pendant ce tems une autre Courbe BNF. Pour avoir l'équation qui en exprime la nature, soit imaginée la ligne AB en MN, & des points M, N soient abaissées les perpendiculaires MP, NQ, sur l'axe AB, ayant nommé les données AB, b; AF, q; les inconnuës FQ, u; QN, s; FN, $z=\sqrt{uu+ss}$, FP sera $=q\pm x$ ($AF\pm AP$), & par conséquent FM (r) $=\sqrt{ax+qq\pm 2qx+xx}$, & l'équation générale $m-r=z$ se changera en $b-\sqrt{ax+qq\pm 2qx+xx}=\sqrt{uu+ss}$, qui est aussi une équation générale pour trouver la Courbe engendrée par la parabole en quelque endroit de l'axe que le point F soit donné. Si l'on veut que AF (q) $=\frac{1}{4}a$, c'est-à-dire, que le point F soit le foyer de la parabole donnée, l'équation précédente deviendra en substituant pour q cette valeur $b-x-\frac{1}{4}a=\sqrt{uu+ss}$. Mais les triangles rectangles PMF, FNQ donneront cette analogie FQ (u). FN ($b-x-\frac{1}{4}a$) :: PF ($\frac{1}{4}a-x$). FM ($x+\frac{1}{4}a$), d'où on tire $x=\frac{1}{2}b+\frac{1}{2}u\pm\sqrt{\frac{1}{4}au-\frac{1}{4}ab+\frac{1}{16}aa+\frac{1}{4}uu+\frac{1}{2}bu+\frac{1}{4}bb}$, laquelle substituée dans la derniere équation, on a enfin pour celle de la Courbe $BNTF$ après les réductions ordinaires.

$$\begin{aligned} s^4+abss&=au^3-abuu+\tfrac{1}{4}aauu.\\ -\tfrac{1}{4}aass&\\ -auss&\\ -bbss&\\ +uuss&\end{aligned}$$

1°. Si dans la 1e équation $b-x-\frac{1}{4}a=\sqrt{uu+ss}=z$ on fait z (FN) $=0$, on aura $x=b-\frac{1}{4}a$, c'est-à-dire AI (FD étant prise $=AB$) $=AB-AF$, mais $AI=AB$

$-BI$, d'où il eſt évident en comparant ces deux valeurs d'AI que $BI = AF$; & ainſi ſi du point D le plus éloigné du foyer que la ligne AB puiſſe toucher on abaiſſe une perpendiculaire DI à l'axe, le point I ſera toûjours éloigné du point B où la Courbe va rencontrer ſon axe du quart du parametre.

2°. Si du centre F & du rayon FN on décrit un arc de de cercle qui coupe l'axe AB en L il ſera toûjours coupé de maniere que $BL = AP$; car $BL = BF - FN = BF - AB + AF + AP)$, en mettant pour FN ſa valeur $AB - AF - AP$, & par conſéquent $BL = AP$, puiſque $BF + AF = AB$. C. Q. F. D.

3°. Si dans l'équation de la Courbe on fait $NQ\ (s) = 0$, on a $FQ\ (u) = 0$, & $FQ = FB\ (b - \frac{1}{4}a)$; & ſi on fait $u\ (QF) = 0$, on trouve $s\ (NQ) = 0$ & $s = b - \frac{1}{2}a\ (FT$, ce qui eſt viſible par la génération de la Courbe.

4°. Si dans la même équation on fait $s\ (NQ)$ négative, elle ne reçoit pour cela aucun changement ; ce qui fait voir que la Courbe a une autre branche qui eſt ſemblable & égale à la premiere, puiſqu'elle ſeroit engendrée par l'autre portion de la parabole ſemblable & égale à la donnée.

5°. Si on ſuppoſe la ligne donnée $AB =$ à l'axe de la parabole, c'eſt-à-dire, infinie, tous les termes où b n'a qu'une dimenſion, ou qui ſont multipliez par a s'évanoüiront étant nuls par rapport aux autres, & l'équation ſe réduira à $s^4 - bbss + uuss = 0$, ou $bb = uu + ss$, qui eſt une équation au cercle dont le rayon eſt infini ; ainſi la ligne engendrée ſeroit alors droite, ſa courbure étant infiniment petite.

6°. Si on veut que $AB\ (b) = a$, on aura en mettant pour b cette valeur

$$\begin{aligned} s^4 - \tfrac{1}{4}aass &= au^3 - \tfrac{3}{4}aauu. \\ - auss & \\ + uuss & \end{aligned}$$

7°. Si on differentie cette derniere équation, on trouvera $ds = \frac{3auudu - \frac{3}{2}aaudu - 2ssudu + assdu}{4s^3 - \frac{1}{2}aas - 2aus + 2uus}$; & ſubſtituant

cette valeur de ds dans la formule générale des ſoûtangentes $\frac{sdu}{ds}$, on aura pour expreſſion de la ſoûtangente de cette Courbe $\frac{8s^4 - 2ass - 4auss + 4uuss}{6auu - 3aau - 4ssu + ass}$

8°. Il eſt évident que cette Courbe coupe ſon axe au point B à angles droits, puiſque la parabole coupe de même le ſien au ſommet A. Mais l'angle qu'elle fait avec lui au point F dépend de la grandeur de FI, lorſque $FI = DI$ (D eſt le point le plus éloigné que la donnée puiſſe toucher) l'angle eſt de 45 degrez, lorſqu'elle eſt moindre que DI l'angle eſt plus grand que 45 degrez, & enfin lorſqu'elle eſt $= o$ l'angle eſt droit.

9°. Si dans l'équation differentielle $\frac{ds}{du} = \frac{3auu - \frac{3}{4}aau + ass - 2uss}{4s^3 - \frac{1}{2}aas - 2aus + 2uus}$ on fait $ds = o$, on aura $3auu - \frac{3}{2}aau + ass - 2uss = 0$, ce qui donne $u = \frac{2ss}{3a}$, laquelle valeur d'u ſubſtituée dans l'équation donnera pour plus grande appliquée $\pm s$ (GK) $= a\sqrt{-\frac{9}{4} + \frac{3}{2}\sqrt{3}}$, & u (FK) $= \frac{2ss}{3a}$ alors $= -\frac{3}{2}a + a\sqrt{3}$. Et ſi on fait $ds = \infty$, on trouvera $4s^3 - \frac{1}{2}aas - 2aus + 2uus = o$, ce qui donne s (NQ) $= o$, laquelle ſubſtituée dans l'équation, on a $u = \frac{3}{4}a$ — (FB) pour la plus grande des abſciſſes.

10°. Pour avoir l'eſpace renfermé par cette Courbe, ſi on ſuppoſe mn infiniment près de MN, & que du centre F on décrive les arcs MV, nO, ils formeront les ſecteurs ſemblables FMV, FnO, & la ſomme des derniers eſt égale à l'eſpace renfermé par la Courbe. Pour l'avoir ſoient tirées mp parallele à MP & MR à AP, on aura $MV = Rm = \frac{adx}{2\sqrt{ax}}$. Car les triangles rectangles MRm, mVM, ont l'hypotheneuſe Mm commune, & de plus les côtez MR, mV égaux, puiſque mV difference de MF ($\frac{1}{4}a + x$) $= dx = Pp = MR$, ainſi les deux autres côtez Rm, MV ſeront auſſi égaux. Mais les ſecteurs FMV, FnO donnent cette analogie. FM ($\frac{1}{4}a + x$). FN ($\frac{3}{4}a - x$) : : MV

$\left(\frac{adx}{24ax}\right)$. $nO = \frac{3aadx - 4axdx}{a + 4x \times 2\sqrt{ax}}$, & $FnO = nO \times \frac{1}{2} FN$ $= \frac{9a^3dx - 24aaxdx + 16axxdx}{a + 4x \times 16\sqrt{ax}} =$ (en diviſant par $a + 4x$) $\frac{axdx}{4\sqrt{ax}} - \frac{7aadx}{16\sqrt{ax}} + \frac{a^3dx}{a + 4x\sqrt{ax}}$ l'intégrale des deux premiers termes $= \frac{1}{6}x\sqrt{ax} - \frac{7}{8}a\sqrt{ax}$. Pour avoir celle du dernier on décrira du centre F & du rayon $Fs = AB$ (a) un arc de ce cercle $sYyX$, & le ſecteur $FYy = \frac{a^3dx}{a + 4x\sqrt{ax}}$; car à cauſe des ſecteurs ſemblables FnO, FYy, on a FN ($\frac{3}{4}a - x$). FY (a) :: nO $\left(\frac{3aadx - 4axdx}{a + 4x \times 2\sqrt{ax}}\right)$. $Yy = \frac{2aadx}{a + 4x \times \sqrt{ax}}$, & partant $FYy = Yy \times \frac{1}{2}FY = \frac{a^3dx}{a + 4x\sqrt{ax}}$; mais la ſomme des ſecteurs ſemblables FnO, FYy étant neceſſairement renfermée dans l'angle XFs formé par l'axe AB & la droite FD prolongée, & MN étant en FD, x (AP) devenant $= \frac{3}{4}a$ (AI) cette valeur ſubſtituée dans $\frac{1}{6}x - \frac{7}{8}a$ $\sqrt{ax}$) l'eſpace borné par FB & la Courbe $FTGNB$ ſera $=$ au ſecteur $FsYyX - \frac{3}{8}AB^2\sqrt{3}$ ($\frac{3}{8}aa\sqrt{3}$); d'où on voit que la quadrature de cette Courbe dépend de celle du cercle. Mais l'eſpace $XFTGNBsYyX$ renfermé par le rayon FX, la Courbe $FTNB$, la droite Bs, & l'arc $sYyX$ eſt abſolument quarrable, & il eſt $= \frac{3}{8}AB^2\sqrt{3}$ ($\frac{3}{8}aa\sqrt{3}$) ; car il eſt $= XFsYyX - XFsYyX + \frac{3}{8}AB^2\sqrt{3}$ ($-$ l'eſpace borné par la Courbe) & par conſéquent $=$ $\frac{3}{8}AB^2\sqrt{3}$. *C. Q. F. D.*

EXEMPLE III.

Soit donnée la demi-Ellipſe AMB, & un point fixe quelconque F ſur ſon grand axe AB prolongée, ſi l'on veut ; ſi l'on fait parcourir par l'extrémité A de l'axe AB la demi-Ellipſe AMB dans le même tems, ſon autre extremité B décrira une Courbe FNH. Pour en avoir l'équation, ſi on nomme les données AB, $2b$; le petit axe $2c$; BF, q; les inconnuës BP, x; PM, $y = \frac{c}{b}\sqrt{2bx - xx}$, FN: z; FM, r; FP ($BP \pm BF$) $x \pm q$, on aura FM (r) FIG. IV.

$= \frac{\sqrt{2bccx - ccxx + bbxx \pm 2bbqx + bbqq}}{b}$, & l'équation générale $m - r = z$ se changera $2b - \frac{\sqrt{2bccx - ccxx + bbxx \pm 2bbqx + bbqq}}{b} = z$, qui est une autre équation générale pour les Courbes engendrées par des Ellipses, en quelque endroit de leur axe que le point F soit donné. Si l'on veut que BF $(q) = o$, le point F tombera en B, & elle se réduira à $2b - \frac{\sqrt{2bccx - ccxx + bbxx}}{b} = z$, & si on veut avoir la Courbe engendrée dans ce cas, ayant tiré BH perpendiculaire à AB : & de plus la ligne AB étant imaginée en NBM, si on abaisse les perpendiculaires NQ sur BH, & MP sur AB, & qu'on nomme BQ, u; QN, s; on aura $BN (z) = \sqrt{uu + ss} (\sqrt{BQ^2 + QN^2})$, & à cause des triangles semblables BNQ, BMP, $BP (x)$. $PM \left(\frac{c}{b}\sqrt{2bx - xx}\right)$: : $NQ (s)$. $BQ (u)$, d'où l'on tire $x = \frac{2bccss}{bbuu + ccss}$, lesquelles valeurs d'$x$ & de z substituées dans l'équation précédente, on aura pour celle de la Courbe $\frac{2b^3uu + 2bccss}{\sqrt{uu + ss}} = bbuu + ccss + 2bccs$.

1°. Si on fait $BQ (u) = o$, on voit que $NQ (s) = o$; & si on fait $NQ (s) = o$, on a $BQ (u) = o$, & $= 2b = BH$.

2°. Si dans l'équation on fait $BQ (u)$ négative, elle n'en reçoit aucun changement dans les signes; d'où il est visible que la Courbe a encore une autre branche rebroussante de B vers T, qui pourroit être engendrée par la demi-Ellipse qui n'est point décrite.

3°. La Courbe HNB coupe son axe au point B à angles droits; mais au point H elle rencontre sous un angle dont le sinus est au sinus de son complément à l'angle droit, comme le double du quarré du grand axe de l'Ellipse, est au quarré du petit axe.

4°. Si on differentie l'équation de la Courbe, on a $ds = \frac{2b^3ssu - 2bccsu - 2bbu \times \overline{uu + ss}\sqrt{un + ss} \times du}{2b^3uus - 2bccuus + 2ccs \pm 2bccxuu \pm ss\sqrt{uu \pm ss}}$; & mettant

cette valeur dans $\frac{sdu}{ds}$, on a pour expreſſion de la ſoûtangente $\frac{2b^3s^3u - 2bccs^3u - 2bbsu \times \overline{uu + ss}\sqrt{uu + ss}}{2b^3uus - 2bccuus + 2ccs + 2bccxuu + ss\sqrt{uu + ss}}$.

5°. Si l'on cherche la quadrature de cette Courbe, on trouvera qu'elle dépend de celle du cercle. Car ſi MN étant poſée infiniment près en mn, on décrit du centre B les arcs mV, NO, & qu'on tire les paralleles mP à MP, mR à AB, on aura mR, dx; $RM\ (dy) = \frac{bcdx - cxdx}{b\sqrt{2bx - xx}}$, $MV = \frac{bccdx + bbxdx - ccxdx}{b\sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}}$, & $mV = \sqrt{Mm^2 - MV^2}$ $= \frac{bcxdx}{\sqrt{2bx + xx} \times \sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}}$. Mais les ſecteurs ſemblables BNO, BmV donnent cette analogie $BM \left(\frac{\sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}}{b}\right)$. BN, $2b - \frac{\sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}}{b} :: mV \left(\frac{cbxdx}{\sqrt{2bx - xx} \times \sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}}\right)$, $NO = \frac{bcxdx \times 2bb - \sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}\sqrt{2bx - xx} \times \sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}}{2bccx + bbxx - ccxx \times \sqrt{2bx - xx}}$, & partant $BNO = NO \times \frac{1}{2}BN = \frac{cxdx \times 4b^4 - 4bb\sqrt{2bccx + bbxx - ccxx} + 2bccx + bbxx - ccxx}{2bccx + bbxx - ccxx \times 2\sqrt{2bx - xx}}$, les trois derniers termes ... $\frac{cdx \times 2bccx + bbxx - ccxx}{2bccx + bbxx - ccxx \times \sqrt{2bx - xx}} = \frac{cxdx}{2\sqrt{2bx - xx}} = BmV$, dont la ſomme, lorſque $x = 2b = AB$ (& ſi l'on conçoit que ce ſoit le point B qui parcourre l'Ellipſe, & que H décrive la Courbe) eſt la demi-Ellipſe $BMAB$, le ſecond $\frac{2b^4cxdx}{2bccx + bbxx - ccxx \times \sqrt{2bx - xx}} =$ au ſecteur de cercle BKK décrit du centre B & du rayon $BH\ (2b)$; car les ſecteurs ſemblables BNO, BKK donnent $BN \left(\frac{2b - \sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}}{b}\right)$ $BK\ (2b) :: NO \left(\frac{bcxdx \times 2bb - \sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}}{2bccx + bbxx - ccxx \times \sqrt{2bx - xx}}\right)$. $KK = \frac{2b^3cxdx}{2bccx + bbxx - ccxx \times \sqrt{2bx - xx}}$, & partant le ſecteur $BKK = \frac{2b^4cxdx}{2bccx + bbxx - ccxx \times \sqrt{2bx - xx}}$, dont la ſomme, lorſ-

que $x\ (BP) = 2b = AB$, eſt le quart de cercle $BHKKL$. Le dernier terme $\frac{-4bb\sqrt{2bccx+bbxx-ccxx} \times cxdx}{2bccx+bbxx-ccxx \times 2\sqrt{2bx-xx}}$ $= \frac{2bbcxdx}{\sqrt{2bccx+bbxx-ccxx} \times \sqrt{2bx-xx}} = -mV \times AB$: de ſorte que l'eſpace renfermé par la Courbe BNH, & la droite $BH = BMAB + BHKKL - \int mV \times AB$.

6°. Si dans l'équation $\frac{2b^3uu+2bccss}{\sqrt{uu+ss}} = bbuu + bcss + 2bccs$ on fait $c = b$, & qu'on ſubſtituë cette valeur de c dans l'équation comme on changera l'Ellipſe en cercle, auſſi changera-t-on la Courbe BNF en celle qu'a donné M. Carré, & on aura pour ſon équation $2b \times \sqrt{uu+ss} = uu + ss + 2bs$, & quarrant chaque membre & tranſpoſant $s^4 + 4bs^3 + 2uuss + 4bsuu - 4bbuu + u^4 = 0$, qui eſt l'équation qui exprime la nature de la Cycloïde géometrique engendrée par deux cercles égaux dont le diametre $= 2b$. D'où il eſt aiſé de voir que la Courbe BNH n'eſt point nouvelle comme on la crû, puiſqu'elle eſt ſeulement un arc de celle-ci. Ce qui apprend une maniere bien ſimple de décrire cette portion de Cycloïde géometrique lorſqu'on en aura beſoin.

EXEMPLE IV.

Soit donnée pour génératrice l'hyperbole MAM, & le point C ſommet de l'angle droit de ſes aſymptotes CH, CH le point fixe donné, & que la ligne donnée ſoit AB. Lorſqu'on aura fait parcourir à l'extremité A, AM, l'extremité B aura décrit BN, deſquels points M & N ſi on abaiſſe les perpendiculaires MP, NQ ſur CH prolongée (que l'on regarde ici comme l'axe de la Courbe donnée) on formera les triangles ſemblables PMC, CNQ; & nommant la donnée AB, b; les inconnuës CP, x; PM, $y = \frac{aa}{x}$ (l'équation de la Courbe étant $xy = aa$) CN, $z = \sqrt{uu+ss}$, CM, $r = \frac{\sqrt{x^4+a^4}}{x}$, l'équation générale $m - r = z$ deviendra $b - \frac{\sqrt{x^4+a^4}}{x} = \sqrt{uu+ss}$. Mais CP

(x). $PM\left(\frac{aa}{x}\right)::CQ(u).QN(s)$, d'où on tire $xx=\frac{aau}{s}$ (d'où on peut remarquer que $s.u::aa.xx$); & ſubſtituant cette valeur d'xx dans l'équation précédente, on aura celle de la courbe BMC qui ne contiendra que ſes abſciſſes & ſes appliquées $b-a\sqrt{\frac{uu+ss}{us}}=\sqrt{uu+ss}$.

1°. Si on fait $NQ(s)=0$, on a auſſi $CQ(u)=0$; & ſi on fait $CQ(u)=0$, on trouve de même $NQ(s)=0$.

2°. Il eſt évident que cette Courbe eſt diviſée en deux parties égales & ſemblables lorſque AB diviſe également l'angle des aſymptotes, & qu'alors CB eſt la plus grande des CN; AC étant la moindre des CM.

3°. Si on veut que la ligne mobile donnée ſoit l'aſymptote, c'eſt-à-dire, ſi on fait $b(AB)=\infty$, on aura pour équation de la Courbe, effaçant les termes multipliez par a, $b=\sqrt{uu+ss}$ qui eſt une équation au cercle dont le rayon eſt infini, ou une ligne droite qui ſera l'aſymptote Ch de l'hyperbole oppoſée, puiſque HC paſſe neceſſairement par le point C.

4°. Il eſt évident que la Courbe $CNBmC$ coupe ſon axe PCQ au point C, de maniere que BNC fait avec lui un angle dont le ſinus eſt au ſinus de ſon complément à l'angle droit :: Hf (f eſt le dernier point que l'extremité A de la donnée AB puiſſe toucher) eſt à CH, & BmC fait un angle égal au complément à l'angle droit de celui que fait BNC.

5°. Il eſt clair que ſi on avoit donné de plus l'hyperbole mam oppoſée à la premiere, elle auroit engendré la Courbe $CnnC$ oppoſée auſſi à $CNBC$, & que ſi on eût donné encore les deux hyperboles LL, II conjuguées aux deux premieres, elles euſſent produit les Courbes $CIIC$, $CLLC$ conjuguées auſſi aux premieres. Il n'eſt pas moins clair que ſi les hyperboles oppoſées II, LL ſont égales aux hyperboles MAM, mam, qu'auſſi les differentes branches de Courbes ſeront égales; mais lorſqu'elles ſeront plus grandes ou moindres, les rameaux $CLLC$, $CIIC$ ſeront plus grandes, ou moindres que $CNBO$, $CnnC$.

6°. Si on veut differentier l'équation on aura l'égalité $ds = \frac{asuudu - as^3du + 2suudu \times \sqrt{us}}{au^3 - auss - 2uss \times \sqrt{us}}$, & la formule des soûtangentes $\frac{sdu}{ds} = \frac{au^3 - auss - 2uss \times \sqrt{us}}{auu - ass + 2uu \times \sqrt{us}}$

7°. Pour avoir l'espace borné par cette Courbe, on regardera MN comme infiniment près d'AB; & ayant décrit du centre C les petits arcs AV, NO, & tiré les paralleles AP à MP & MR à CP, on aura $RM = dx$ $AR = -dy = \frac{aadx}{xx}$, $MV = \frac{x^4dx - a^4dx}{xx\sqrt{x^4 + a^4}}$, $AV = \sqrt{AM^2 - MV^2} = \frac{2aadx}{\sqrt{x^4 + a^4}}$, & les secteurs semblables CAV, CNO donnent $CM\left(\frac{\sqrt{x^4 + a^4}}{x}\right) . CN\left(b - \frac{\sqrt{x^4 + a^4}}{x}\right) :: AV\left(\frac{2aadx}{\sqrt{x^4 + a^4}}\right) . NO = \frac{2aabxdx}{x^4 + a^4} - \frac{2aadx}{\sqrt{x^4 + a^4}}$, & enfin $CNO = NO \times \frac{1}{2} CN = \frac{aadx}{x} + \frac{aabbxdx}{x^4 + a^4} - \frac{2aabdx}{\sqrt{x^4 + a^4}}$. D'où il est aisé de voir que la quadrature de cette Courbe dépend de celle du cercle & de l'hyperbole donnée; car $\frac{aadx}{x} =$ au secteur hyperbolique CAM, & $\frac{-2aabdx}{\sqrt{x^4 + a^4}} = -AV \times AB$, & $\frac{aabbxdx}{x^4 + a^4} =$ à un secteur du cercle CKk décrit du centre C & du rayon $CK = AB$ (b); car les secteurs semblables CAV, CKk donnent CV (CM) $\left(\frac{\sqrt{x^4 + a^4}}{x}\right) . CK\ (b) :: AV\left(\frac{2aadx}{\sqrt{x^4 + a^4}}\right) . Kk = \frac{2aabxdx}{x^4 + a^4}$, & partant $CKk = \frac{aabbxdx}{x^4 + a^4}$; mais CP (x) devenant $= CH$, ce qui arrive lorsque AB est en CS, la somme des secteurs CAV (CAM) & celles de leurs semblables CKk est necessairement renfermée dans l'angle ACS; d'où il est clair que l'espace renfermé par $CBNmC$ (moitié de celui que borne $CmBNmC$) est égal $KACSK + ACSA - \int AV \times AB$.

EXEMPLE V.

Soit donnée pour Courbe generatrice le premier tour d'une Spirale quelconque $ANMB$ dont l'équation soit

$c^m y^n = a^n x^m$ ($BQDPB, c$; $BQDP, x$; AB, a ; AM, y). Si l'on conçoit que l'extremité B du rayon AB du cercle generateur parcoure la Spirale $BMNA$, la ligne AB restant toûjours placée sur le centre A, l'autre extremité A du rayon décrira aussi pendant ce tems une Courbe. Pour en avoir l'équation, soit imaginée AB dans une position quelconque MN, & soient nommées les inconnuës AM, r ; aN, z ; l'équation generale $m - r = z$ se changera en $a - y = z$, puisque $r = y$; mais à cause de la Spirale donnée $y = \frac{a x^{\frac{m}{n}}}{c^{\frac{m}{n}}}$, laquelle valeur d'$y$ substituée dans l'équation, on aura $a - \frac{a x^{\frac{m}{n}}}{c^{\frac{m}{n}}} = z$; & mettant en la place de $z, a - y$, on aura $- a^n x^m = - c^m y^n$, ou $a^n x^m = c^m y^n$, qui est l'équation de la Spirale donnée : d'où il est clair que toutes les Spirales quelque nombre pair ou impair que m & n expriment se reproduisent. Il arrive seulement qu'elles sont placées dans une situation opposée à la premiere.

Pour ne pas trop grossir ce Memoire, on se borne au petit nombre d'exemple que l'on vient de donner. Il suffit pour faire connoître la facilité avec laquelle on peut par cette methode trouver une infinité de Courbes. Ceux qui le jugeront à propos en pourront faire une plus ample application. On les avertit seulement qu'ils ne doivent point craindre que des Courbes dont les équations sont déja composées leur en donnent de plus composées, il arrive souvent que l'équation de la Courbe engendrée est plus simple que celle de la generatrice. Il suffit pour les en convaincre de leur faire remarquer que si on cherchoit la Courbe décrite par l'extremité A, de la ligne AB posée sur le point fixe F, pendant que l'autre extremité B parcourt la Courbe $BNTF$, dont l'équation est du quatriéme degré, comme on la vû dans l'Exemple second, la Courbe décrite par le point B seroit un arc de parabole. FIG. III.

DEMONSTRATION

De ce que M. Hughens s'est contenté d'énoncer à la fin de son discours de la cause de la pesanteur, *touchant le mouvement des corps graves dans un milieu qui leur résisteroit à chaque instant en raison de leurs vitesses.*

PAR M. VARIGNON.

1708. 13. Juin.

MOnsieur Hughens à la fin de son *discours de la cause de la pesanteur*, fait mention des découvertes qu'il a faites sur le mouvement des corps graves à la maniere de Galilée, dans un milieu qui leur résisteroit en raison de leurs vitesses actuelles, lesquelles dans un milieu sans résistance, tel qu'on suppose d'ordinaire le vuide, auroient été comme les tems écoulez des chûtes de ces corps en lignes droites, & comme les tems à écouler jusqu'à la fin de leur ascension forcée suivant les mêmes lignes, ainsi que la pesanteur constante qu'on suppose causer ces vitesses, l'auroit alors exigé. Mais M. Hughens s'étant contenté d'énoncer simplement ces decouvertes sans se mettre en peine d'en donner la démonstration, j'ai crû qu'on seroit bien aise de voir ici celle que j'en ai promise à la fin du Mémoire du 7. Mars dernier, pag. 154. La voici déduite du premier & du dernier des trois Problêmes contenus dans ce Memoire,* lesquels (pour abreger les citations qu'on en fera dans la suite) seront simplement appellez *Probl.* 1. & 3. Et pour ne rien omettre des Propositions de M. Hughens, nous allons suivre la liste qu'il nous en a donnée, en nous servant de sa Figure, qui est la premiere des deux suivantes, & de ses propres termes, qui seront en Italique pour les distinguer des nôtres : les voici tirez des pag. 169 170. & 171. de son *discours de la cause de la pesanteur.*

* p. 128. & 136.

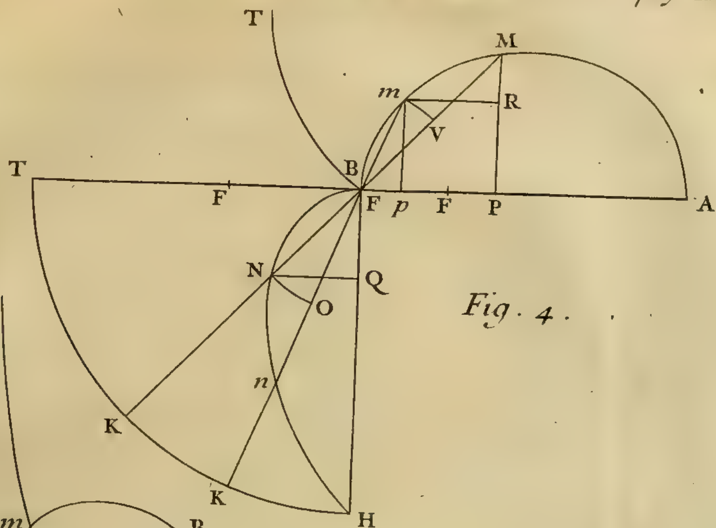
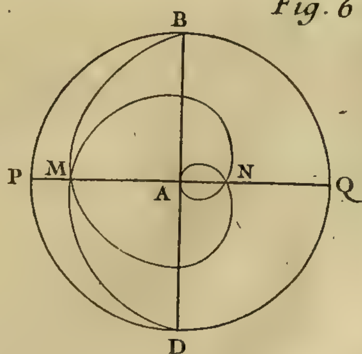
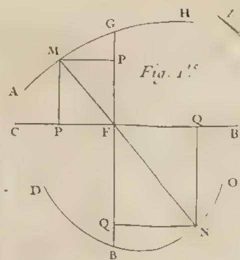


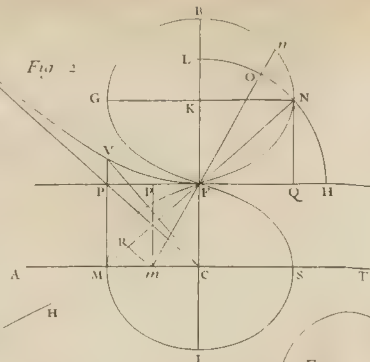
Fig. 4.

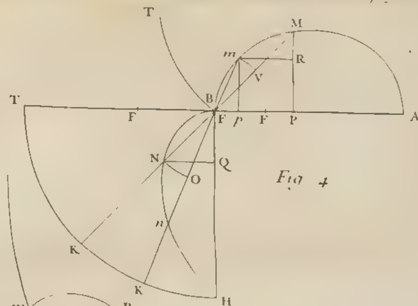
Fig. 6.

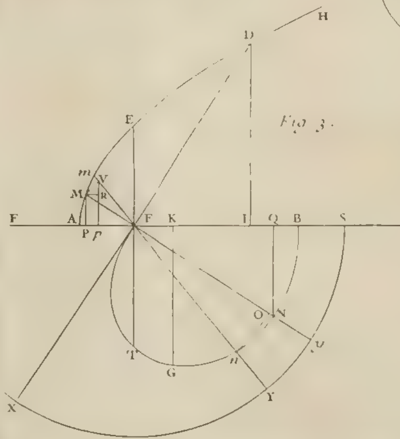


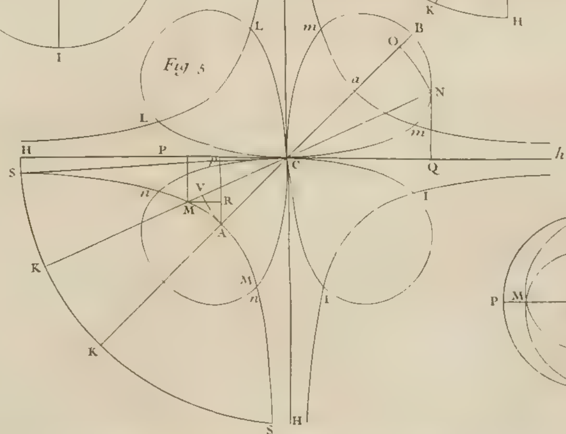
Berey fecit

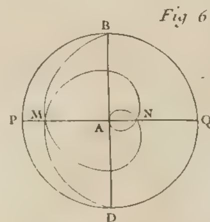

Fig. 1re
A
M
G
H
P
C
P
F
Q
B
D
O
Q
N
B


Fig. 2
Z
B
L
n
O
G
K
N
V
P
p
F
Q
H
R
A
M
m
C
S
T
I


Fig. 4
T
M
m
R
V
T
B
F
F
p
F
P
A
N
Q
O
n
K
K
H

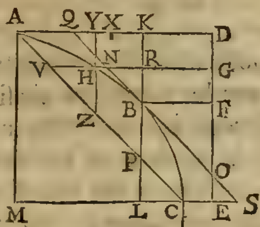

Fig. 3.
H
D
E
m
V
M
R
F
A
P
p
F
K
I
Q
B
S
O
N
T
G
n
u
X
Y


Fig. 5
h
L
m
B
O
a
N
L
m
H
P
h
C
S
Q
n
V
R
M
A
I
K
M
n
I
K
S
H


Fig. 6
B
P
M
N
Q
A
D

Berey fecit

I. *Dans la premiere ſuppoſition, où les réſiſtances ſont comme les viteſſes, je remarquai que pour trouver les eſpaces paſſez en de certains tems, lorſque les corps tombent ou montent perpendiculairement, & pour connoître les viteſſes au bout de ces tems, il y avoit une ligne courbe, que j'avois examinée long-tems auparavant, qui étoit de grand uſage en cette recherche. On la peut appeller la* Logarithmique *ou la* Logiſtique, *car je ne vois pas qu'on lui ait encore donné de nom, quoique d'autres l'ayent encore conſideré ci-devant. Cette ligne infinie étant* ABC, *elle a une ligne droite pour aſymptote, comme* DE; *dans laquelle ſi on prend des parties égales quelconques qui ſe ſuivent, comme* DG, GF, *& que l'on tire des points* D, G, F, *des perpendiculaires juſqu'à la Courbe, ſçavoir* DA, GH, FB, *ces lignes ſeront proportionnelles continuës.*



1°. On voit dans la Solution du Probl. 1. * que ſi après avoir pris *KD* égale à la ſoûtangente de la logarithmique *ABC*, laquelle ſoit rencontrée en *B* par *KL* parallele à ſon aſymptote *DE*, on prend ici *BL* pour le tems écoulé depuis le commencement de la chûte verticale du corps en queſtion; la logarithmique *ABC* (touchée en *B* par *QO* qui rencontre *AD*, *DE*, en *Q*, *O*), dont la ſoûtangente *FO* ſoit égale à l'ordonnée correſpondante *BF*, donnera ſon ordonnée interieure *LC* parallele à *AD*, pour la viteſſe de la chûte à la fin de ce tems *BL*, malgré les réſiſtances ſuppoſées, c'eſt-à-dire, les *LC* comme les viteſſes acquiſes à la fin des tems *BL* malgré ces réſiſtances. Et en prolongeant *QO*, *LC*, juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent en *S*, le Corol. 5. du Probl. 1. * donnera auſſi *CS* pour la hauteur parcouruë de haut en bas pendant le tems *BL* malgré les mêmes reſiſtances, c'eſt-à-dire, que ces hauteurs ſeront entr'elles comme les *CS* correſpondantes.

* p. 118. & 119.

* p. 121.

2°. On voit pareillement dans la Solution du Probl. 3. *

* pag. 136.

qu'en prenant de même *KR* pour le tems écoulé depuis le commencement de l'ascension du corps jetté verticalement de bas en haut d'une vitesse *AK*, laquelle dans un milieu sans résistance eût duré sans s'éteindre jusqu'à la fin d'un tems exprimé par *KP*=*AK*; la même logarithmique *ABC* donnera aussi *HR* pour la vitesse restante à la fin de ce tems *KR*. Et si l'on fait *YZ* par *H*, laquelle soit parallele à *KP*, & qui rencontre *AD*, , *AC*, en *Y*, *Z*; le Corol. 7. de ce Probl. 3.* donnera aussi *HZ* pour la hauteur parcouruë de bas en haut pendant ce tems *KR*, malgré l'opposition des résistances du milieu supposé & de la pesanteur du corps ainsi jetté: c'est-à-dire, que les hauteurs ainsi parcouruës pendant les tems *KR*, seront ici entr'elles comme les *HZ* correspondantes; & à la parcouruë pendant tout le tems *KB*, à la fin duquel s'éteignent les vitesses *HR* restantes de la premiere *AK* de projection : : *HZ*. *BP* (à cause des paralleles *AC*, *QS*, inclinées de 45. degrez sur *AD*, *SM*, *KL*,) : : *HZ*. *AQ* : : *HZ*. *CS*.

* p. 140. & [illegible]

Cela seul suffiroit pour faire voir combien M. Hughens a eu raison de dire ci-dessus que la logarithmique étoit *de grand usage dans cette recherche*: On le verra encore dans la suite, & dans plusieurs autres Corollaires des Problêmes 1. & 3.* Voici comment il continuë.

* p. 118. & 236. &c.

II. *Pour expliquer ce qui est des chûtes des corps, je repete ici premierement ce que j'ai écrit à la fin du Traité du centre d'agitation : sçavoir qu'un corps, en tombant à travers l'air, augmente continuellement sa vitesse, mais toutesfois ensorte qu'il n'en peut jamais exceder, ni même atteindre un certain degré.*

Cela se voit dans le Corol. 9. du Probl. 1.* On y voit, dis-je, que *BF* ou *LE*, c'est-à-dire que la vitesse qui seroit à l'acquise *LC* à la fin du tems *BL*, comme *BF* ou *LE* est à *LC*, est ce degré que le corps en tombant à travers l'air, ne sçauroit jamais atteindre, quoique ce degré ne soit que fini, & que les vitesses *LC* de ce corps, augmentant toûjours avec les tems *BL*, approchent continuellement

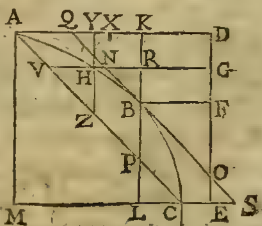
* p. 123.

de cette plus grande *LE*, ne pouvant jamais arriver jusqu'à lui être égales qu'après un tems infini, à cause de l'asymptote *DE*. Cela suit aussi du nomb. 1. de l'art. 1. Cette plus grande vitesse *LE* dans chaque corps, est appellée *vitesse terminale* par M. Hughens.

III. Il ajoûte que cette vitesse est celle *qu'il faudroit à l'air à souffler de bas en haut, pour tenir le corps suspendu sans pouvoir descendre*; *car alors* (dit-il) *la force de l'air contre ce corps égale sa pesanteur.*

Cet endroit a besoin d'explication. Il est vrai qu'une force de bas en haut dans l'air, laquelle seroit égale à la pesanteur d'un autre corps au commencement de sa chûte, l'y tiendroit suspendu sans pouvoir descendre, cette force & cette pesanteur se trouvant alors en équilibre. Mais cette force de la quantité ou masse d'air qui agiroit contre ce corps, & la pesanteur de ce même corps, ne pouvant leur donner à chaque instant que des vitesses en raison réciproque de leurs masses, il faudroit que cette quantité ou masse d'air fût alors infiniment petite par rapport à celle de ce corps pour que la vitesse de cet air fût égale à la terminale de ce même corps, puisque cette vitesse terminale seroit infinie par rapport à ce que la pesanteur sans obstacle en pourroit donner à chaque instant à ce corps. Qu'on prenne sur cela tel parti qu'on voudra, & l'on verra presentement sans peine ce qu'on doit penser ce cette proposition de M. Hughens. Voici comment il continuë.

IV. *Si donc un corps pesant est jetté perpendiculairement en haut, avec une vitesse dont la raison à la vitesse termenale soit donnée, par exemple, comme de la partie* AK *à* KD *dans l'ordonnée* AD, *perpendiculaire à l'asymptote* DE; *soit menée* KB *parallele à cette asymptote, & qu'au point* B *la Courbe soit touchée par la droite* BO, *qui rencontre* DE *en* O, *&* DA *en* Q. *Laquelle tangente se trouve en*



prenant FO, *depuis l'ordonnée* BF, *égale à une certaine longueur, qui pour toutes les tangentes est la même, & que je définirai dans la suite. Puis soit* AC *parallele à cette tangente, coupant* KB *prolongée en* P; *& du point* C, *où elle rencontre la Courbe, soit tirée* CLM *parallele à* AD, & *coupant* KB *prolongée, &* AM *parallele à l'asymptote, aux points* L *&* M.

* p. 1.3. 119. & 125. 1°. La Solut. du Probl. 1. & son Corol. 9.* font voir que *KD* égale à la soûtangente *FO*, y exprimeroit la plus grande vitesse que le corps pût acquerir en tombant malgré les resistances supposées. Ainsi pour y avoir *AK* à *KD*, comme la plus grande vitesse de projection de bas en haut, seroit à cette vitesse terminale, il faudroit les y prendre sur une ordonnée *AD* qui y pût fournir, c'est-à-dire, sur une ordonnée *AD* égale à la somme des lignes *AK*, *KD*, prises pour les expressions de ces vitesses; ce qui est toûjours aisé, quel que doive être le rapport de chaque *AK* à la même *KD*, la logarithmique ayant des ordonnées de toutes les longueurs imaginables.

2°. Puisque (*nomb.* 1.) *FO*=*KD*=*BF*, il est manifeste que *AC* parallele à *BO*, donnera aussi *KP* = *AK*, & qu'ainsi cette parallele *AC* passera par l'extremité *P* de la droite *KP* prise ci-dessus (*art.* 1. *nomb.* 2.) pour l'expression du tems que la vitesse *AK* de projection de bas en haut, eût duré sans s'éteindre dans un milieu sans resistance.

V. *Maintenant le tems que le corps met à monter à la hauteur où il peut arriver: est au tems de sa descente de cette même hauteur, comme la ligne* KB *à* BL.

* p. 148. & 149. On voit dans le Corol. 18. du Probl. 3.* que la hauteur parcouruë malgré les resistances supposées du milieu & de la pesanteur, en montant pendant le tems *KB*, c'est-à-dire, jusqu'à l'entiere extinction de la vitesse *AK* de projection de bas en haut, est à ce que le même corps en doit parcourir malgré les résistances du milieu, en tombant en vertu de sa pesanteur pendant le tems *BL*: : *BP*. *CS*. Mais les triangles rectangles *BLS*, *PLC*, étant (*Const.*) isoscelles

isoscelles & semblables, rendent $BP = CS$. Donc les espaces ainsi parcourus en montant pendant le tems KB jusqu'à l'entiere extinction de la vitesse AK de projection, & en descendant pendant le tems BL, doivent être égaux entr'eux ; & réciproquement si ces espaces sont égaux, les tems employez à les parcourir doivent être entr'eux :: KB. BL. Ainsi qu'il le falloit démontrer. Cela suit encore des nomb. 1. & 2. de l'art. 1.

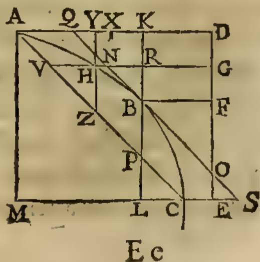
VI. *Et le tems qu'il employe à monter à travers l'air, étant jetté comme il a été dit, est au tems qu'il employeroit sans rencontrer de résistance, comme* KB *à* KP.

Cela se voit démontré dans le Corol. 5. * du Probl. 3. Il suit encore du nomb. 2. de l'art. 1. dans lequel KP a été prise pour le tems que dureroit dans un milieu sans résistance l'ascension droite du corps jetté verticalement en haut de la vitesse AK jusqu'à son entiere extinction ; & où KB est aussi le tems que cette même vitesse dureroit jusqu'à son entiere extinction dans un milieu résistant de la maniere qu'on le suppose ici. * p. 140.

VII. *Et la hauteur à laquelle il montera dans l'air, à celle où il monteroit sans résistance, comme l'espace* ABK *au triangle* APK.

On voit dans le Corol. 11. * du Probl. 3. que le premier de ces espaces seroit au second :: $FO \times BP$. $\frac{KP \times KP}{2}$ (*Cor.* 7. * *Probl.* 3.) :: *ABK*. *APK*. *Ce qu'il falloit démontrer.* * p. 142. & 143.
* p. 141. & 142.

Mais sans se mettre en peine des valeurs $FO \times BP$, $\frac{KP\ KP}{2}$ des aires ABK, APK, il suffit de considérer que leurs ordonnées RH, RV, expriment les vitesses restantes à la fin des tems KR : sçavoir RH, les restantes * jusqu'à zero en B dans le milieu résistant ; & RV, les restantes * jusqu'à zero en P dans le milieu non résistant. Car alors voyant la somme des RH à la somme des RV, comme la somme des vitesses restantes * Corol. 5. p. 140.
* hyp.



jusqu'à zero en *B*, à la somme des restantes jusqu'à zero en *P*; on verra conséquemment aussi que l'aire logarithmique *ABK* doit être au triangle *APK*, comme la premiere de ces sommes de vitesses à la seconde, c'est-à-dire, comme la hauteur à laquelle le corps jetté montera dans l'air, est à celle où il monteroit dans un milieu sans résistance; puisque suivant le Lem. 2. qui (*pag.* 117. *du Mem. du* 7. *Mars dernier*) précéde les deux Problêmes citez jusqu'ici, les espaces parcourus sont toûjours en général comme les sommes des vitesses en vertu desquelles ils ont été parcourus.

VIII. *Ou comme* QA *à* AX, *que je suppose être la moitié d'une troisiéme proportionelle aux lignes* DK, KA.

* p. 142. & 143. Cela se trouve encore démontré dans le Corol. 11.* du Probl. 3. ce Corollaire faisant aussi voir que la premiere des hauteurs en question seroit ici à la seconde : : $BP.AX$ (à cause de $QA = BP$) : : $QA.AX$.

Ce raport se tire de celui du précédent art. 7. où la premiere de ces hauteurs se trouve à la seconde : : $FC \times BP.\frac{KP \times KP}{2}$: : $BP.\frac{KP \times KP}{2FO}$: : $QA.\frac{AK \times AK}{2KD}$ (à cause de l'hypothêse qu'on fait ici de $AX = \frac{AK \times AK}{2KD}$) : : $QA.AX$.

IX. *Et sa vitesse en commençant de monter, à celle qu'il a en retombant à terre, comme* ML *à* LC.

Suivant les nomb. 1. & 2. de l'art. 1. l'un & l'autre de ces deux mouvemens se faisant das un milieu résistant en raison des vitesses, dont la premiere d'ascension est $AK = ML$, & la derniere de chûte est LC; ces deux vitesses seront effectivement entr'elles : : $ML.LC$.

AVERTISSEMENT.

De tout ce que M. Hughens a ici avancé sans démonstration, il ne reste plus que la Courbe de projection faite dans un milieu résistant comme ci-dessus : Nous démontrerons aussi la construction qu'il en a donnée lorsque nous la construirons à notre maniere. Mais auparavant voici comment les propositions précédentes de cet Au-

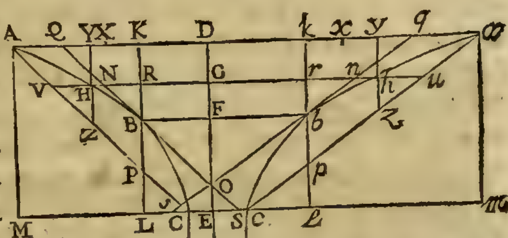
teur, pourroient encore se démontrer par le moyen d'arcs tous differens d'une même logarithmique.

REMARQUE.

Pour démontrer encore les précédentes Propositions de M. Hughens par le moyen d'un arc quelconque, autre que le précédent, de la même logarithmique aussi quelconque.

L'usage immédiat qu'on vient de faire des Probl. 1. 3. &c du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 136. nous a fait employer ici un arc logarithmique *ABC* d'une soûtangente *FO*=*FB*=*DK*. Mais cela n'est pas nécessaire, tout autre raport de la soûtangente *FO* à l'ordonnée correspondante *BF* de la logarithmique, pouvant servir de même à démontrer les Propositions précédentes de M. Hughens.

X. Pour le voir soit presentement cette soûtangente *FO* en telle raison qu'on voudra à *Fb* ou à *Dk*, & le reste



en petites lettres à droite de *DE*, comme il est à gauche en grandes lettres de même nom dans la Figure précédente, dont les ordonnées *HG*, *BF*, *CE*, soient prolongées par-delà *DE*, & que voici repetée avec tel autre arc *abc* de la même logarithmique que *ABC*, sur la même asymptote *DE*, & qui rencontre en *a*, *h*, *b*, *c*, les droites *AD*, *HG*, *BF*, *CE*, prolongées jusqu'à lui. Soient par *a*, *b*, les droites *am*, *kl*, paralleleles à *DE*, & qui rencontrent en *m*, *l*, l'ordonnée *MC* prolongée de ce côté-là, la seconde *kl* rencontrant aussi *HG* prolongée en *r*. Après avoir fait *qO* tangente en *b* de l'arc logarithmique *abc*, & qui rencontre *AD*, *HG*, *DE*, *ME*, en *q*, *n*, *O*, *s*; soit *ac* parallele à cette touchante *qO*, & qui rencontre les droites *aD*, *yz*, *kp*, en *a*, *z*, *p*.

XI. Cela fait, l'abſciſſe *DF* commune aux deux ordonnées *FB*, *Fb*, rendra *AD*. *aD* : : *BF*. *bF* : : *KD*. *kD*. ou *AD*. *KD* : : *aD*. *kD*. ou bien auſſi *AK*. *KD* : : *ak*. *kD*. Ainſi *aD* ſera ici diviſée au point *k* en raiſon de la viteſſe de projection (de bas en haut) à la viteſſe terminale du corps jetté, comme *AD* l'eſt (*art.* 4.) au point *K*.

La penultiéme Analogie donnera auſſi *AD*. *AK* : : *aD*. *ak*. ou *AD*. *aD* : : *AK*. *ak*.

XII. L'on aura de même *AD*. *aD* : : *HG*. *hG* : : *YD*. *yD*. ou *AD*. *YD* : : *aD*. *yD*. ou bien auſſi *AD*. *AY* : : *aD*. *ay*. & delà *AD*. *aD* : : *AY*. *ay*. Donc (*art.* 11.) *AK*. *ak* : : *AY*. *ay*. ou *AK*. *AY* : : *ak*. *ay*. Mais les triangles ſemblables *AKP*, *AYZ*, rendent *AK*. *AY* : : *KP*. *YZ*. Et les ſemblables *akp*, *ayz*, rendent de même *ak*. *ay* : : *kp*. *yz*. Donc *KP*. *YZ* : : *kp*. *yz*. ou *KP*. *kp* : : *YZ*. *yz*.

XIII. Or les triangles (*Conſt.*) ſemblables *akp*, *bFO*, donnant *kp*. *ak* : : *FO*. *bF* (*art.* 1. *nomb.* 1) : : *BF*. *bF* : : *AD*. *aD* (*art.* 11.) : : *AK*. *ak* (*art.* 1. *nomb.* 1.) : : *KP*. *ak*. l'on aura *KP* $=$ *kp*. Donc auſſi (*art.* 12.) *YZ* $=$ *yz*. Par conſéquent ayant (*Conſtr.*) *KB* $=$ *kb*, & *YH* $=$ *yh*; l'on aura non-ſeulement *BP* $=$ *bp*; mais auſſi par tout *HZ* $=$ *hz* correſpondantes : c'eſt-à-dire, que les *HZ*, *hz*, correſpondantes, compriſes entre les arcs logarithmiques *ABC*, *abc*, & les droites *AC*, *ac*, prolongées à l'infini du côté de *C*, *c*, & paralleles aux tangentes *QO*, *qO*, aux points *B*, *b*, de ces arcs, ſeront pareillement ici égales entr'elles. D'où l'on voit que l'anéantiſſement de *HZ* ſe faiſant en *C* ſur *ME*, celui de *hz* ſe doit auſſi faire ſur *ME* prolongée du côté de *m*; ainſi le point *c* de rencontre de la droite *ac* avec l'arc logarithmique *abc*, doit pareillement être ſur *ME* prolongée de ce côté-là.

Il eſt viſible que par-delà *C*, *c*, les *HZ*, *hz*, correſpondantes ſeroient exterieures d'interieures qu'elles ſont ici par rapport aux arcs logarithmiques *ABC*, *abc*; il n'y a qu'à les tracer, & à y appliquer le raiſonnement précédent, pour en avoir auſſi l'égalité entr'elles : on ne les a point marquées ici de peur de multiplier inutilement le

nombre des Figures, ou de trop charger celle-ci.

XIV. Puisque (*art.* 12.) $AK. AY :: ak. ay.$ l'on aura aussi $AK. YK :: ak. yk.$ ou $AK. ak :: YK. yk :: HR. hr.$ Mais les triangles semblables AKP, VRP ; & akp, urp, donnent $AK. VR :: KP. RP$ (*art.* 13.) $:: kp. rp :: ak. ur.$ ou $AK. ak :: VR. ur.$ Donc $HR. hr :: VR. ur.$ Et par tout de même sur les abscisses égales KR, kr, des longueurs (*art.* 13.) égales KB, kb ; & KP, kp. Donc aussi les sommes correspondantes de ces ordonnées seront proportionnelles entr'elles : c'est-à-dire, les aires $AHRK. ahrk :: AVRK. aurk.$ ou $AHRK. AVRK :: ahrk. aurk.$ Et conséquemment aussi les aires $ABK. APK :: abk. apk.$

XV. Il est pareillement visible que $LE. lE :: BF. bF$ (à cause de l'abscisse commune FE) $:: CE. cE.$ ou $LE. CE :: lE. cE.$ Donc $LC. CE :: lc. cE.$ ou $LC. lc :: CE. cE$ (à cause de l'abscisse commune DE) $:: AD. aD$ (*art.* 13.) $:: AK. ak.$ (*art.* 14.) $:: HR. hr.$ Par conséquent la raison des ordonnées correspondantes $LC. lc :: HR. hr.$ sera par tout ici la même.

XVI. Puisque (*art.* 11.) $AD. AK :: aD. ak.$ l'on aura pareillement $KD. AK :: kD. ak.$ ou $\frac{AK}{KD} = \frac{ak}{kD}$, ou bien aussi $\frac{AK}{2KD} = \frac{ak}{2kD}$. Mais le parallelisme supposé de AP avec QB, & de ap avec qb, donne $AQ. AK :: BP. KP$ (*art.* 13.) $:: bp. kp :: aq. ak.$ c'est-à-dire, $AQ. AK :: aq. ak.$ Donc en multipliant les deux conséquens de cette analogie par les termes correspondantes de la seconde des deux égalitez précédentes, l'on aura $AQ. \frac{AK \times AK}{2KD} :: aq. \frac{ak \times ak}{2kD}$. Par conséquent en prenant ici $ax = \frac{ak \times ak}{2kD}$, com-

me l'on a pris $AX = \frac{AK \times AK}{2KD}$ dans l'art. 8. l'on aura ici $AQ. AX :: aq. ax.$

USAGE.

De la Remarque précédente pour démontrer encore les Propositions de M. Hughens par le moyen de tout autre arc de la même logarithmique que celui qui y a servi avant cette Remarque.

XVII. Puisque (*art.* 11.) *ak. kD* : : *AK. KD.* c'est-à-dire, (*art.* 4.) comme la vitesse de projection de bas en haut, est à la vitesse terminale du corps jetté ; si l'on prend *ak* pour cette vitesse de projection de bas en haut, l'on aura aussi *kD* pour la vitesse terminale de ce corps, de même qu'en prenant (*art.* 4.) *AK* pour la premiere de ces vitesses, l'on a eu *KD* pour la seconde.

XVIII. Puisque (*art.* 15.) *LC. lc* : : *CE. cE* : : *LE. lE.* ou *LC. LE*:: *lc. lE.* Et que (*art.* 2.) suivant le Cor. 9. du Prob. 1. pag. 123. ci-devant, *LC* est à *LE* comme la vitesse acquise pendant le tems *BL* en vertu de la pesanteur constante du mobile, malgré les résistances supposées, est à sa vitesse terminale; l'on aura aussi *lc* à *lE*, comme cette vitesse acquise pendant le tems *bl*, est à cette terminale. D'où l'on voit encore par le moyen de l'arc logarithmique *a b c* ce que l'on a déja vû (*art.* 2.) par le moyen de l'autre *ABC*, *qu'un corps en tombant à travers l'air* (qu'on suppose lui résister en raison de ses vitesses) *augmente continuellement sa vitesse* (lc), *mais toutefois ensorte qu'il n'en peut jamais exceder, ni même atteindre un certain degré* (lE).

Ce qui est la proposition de M. Hughens, déja démontrée dans l'art. 2.

XIX. En supposant (comme l'on fait par-tout ici) le mobile de pesanteur constante, & les résistances du milieu qu'il traverse, en raison de ses vitesses on a vû dans l'art. 5. que *le tems que le corps met à monter à la hauteur où il peut arriver, est au tems de sa descente de cette même hauteur, comme la ligne* KB *à* BL C'est donc aussi (*Const.*) comme *kb* à *bl.*

XX. On a pareillement vû dans l'art. 6. que *le tems qu'il emploïe à monter à travers l'air, étant jetté* (en ligne droite de bas en haut (*comme il a été dit, est au tems qu'il emploïeroit sans rencontrer de résistance, comme* KB à KP. Mais (*Constr.*) *KB*=*kb*, &c (*art.* 13.) *KP*=*kp*. Donc le premier de ces tems est aussi au second, comme *kb* à *kp*.

XXI. Suivant l'art. 7. *la hauteur à laquelle ce corps montera dans l'air, est à celle où il monteroit sans résistance, comme l'espace* ABK *au triangle* APK. Mais (*art.* 14.) les aires *abk*. *apk* :: *ABK*. *APK*. Donc aussi la premiere de ces hauteurs est à la seconde, comme l'espace *abk* au triangle *apk*.

XXII. L'art. 8. fait voir que la premiere de ces hauteurs seroit aussi à la seconde, *comme* QA *à* AX *supposée être la moitié d'une troisiéme proportionelle aux lignes*. DK, KA. Mais en supposant de même *ax* moitié d'une troisiéme proportionelle aux lignes *Dk*, *ka*, l'art. 16. donne *qa*. *ax* :: *QA*. *AX*. Donc la premiere des hauteurs en question, seroit pareillement à la seconde, comme *qa* à *ax*.

XXIII. Enfin dans l'art. 9. on a vû que *la vitesse du mobile en commençant de monter, est à celle qu'il a en retombant à terre; comme* ML *à* LC. Mais à cause de *ml*. *lE* :: *ak*. *kD* (*art.* 16.) :: *AK*. *KD* :: *ML*. *LE*. ou *ml*. *ML* :: *El*. *LE* (*art.* 15.) :: *lc*. *LC*. l'on aura *ml*. *lc* :: *ML*. *LC*. Donc la premiere de ces vitesses sera de même à la seconde, comme *ml*. à *lc*.

Voilà donc encore les Propositions de M. Hughens, raportées avant la Remarque précédente, démontrées par le moyen de l'arc logarithmique *abc*, comme elles l'ont été là par le moyen de l'autre arc *ABC* de la même logarithmique, quelque raport qu'il y ait de *Fb* à *FO*, ainsi qu'il le falloit encore démontrer.

AVIS.

De la maniere dont on voit ici qu'un arc quelconque *abc*. de la même logarithmique que *ABC*, peut servir à la

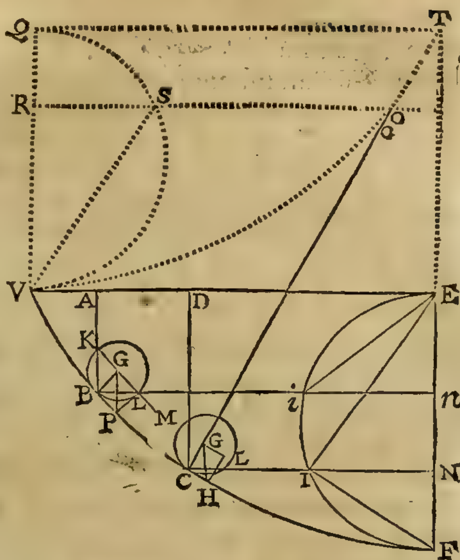
place de celui-ci pour démontrer les Propoſitions précédentes de M. Hughens ; il eſt aiſé de voir auſſi que tout ce que nous avons démontré dans ces Mémoires par le moyen d'un arc logarithmique pareil à ce dernier *ABC*, dont les abſciſſes *BL* qui expriment les tems ou les durées des chûtes, commencent à une ordonnée *BF* égale à la ſoûtangente correſpondante *FO* ; ſe pourra démontrer de même par le moyen de tout autre arc de la même logarithmique.

DU PLAN

Sur lequel un corps deſcendant fait ſur chaque partie des impreſſions qui ſont en raiſon réciproque des tems qu'il employe à les parcourir.

PAR M. PARENT.

1708. 12. Mai. SOit le corps *G* poſé ſur la partie *B* ou *BP* du plan *BCF*, & ſuppoſé qu'une force *K* le choque ſelon la direction *KGM* parallele à la tangente en *B*, & que la viteſſe qu'elle lui fait prendre ſoit, ſi l'on veut, la même que celle qu'il auroit acquiſe en tombant de la hauteur verticale *AB* ; il eſt manifeſte par les proprietez connuës de la vertu centrifuge que cette viteſſe acquiſe en *B* ſelon *KM*, jointe à celle que ſa peſanteur lui fera encore acquerir en parcourant la Courbe *BCF*, lui donnera une force pour s'en approcher davantage, c'eſt-à-dire, pour la preſſer ſelon ſes differentes perpendiculaires *GC* &c. & qu'à cauſe de cela je nomme force Curvipete. Mais de plus la cauſe de la peſanteur du corps *G* le preſſant continuellement ſelon des verticales comme ſelon *GH*, & cette impreſſion que je marque par *GH* étant diviſée dans les deux *GC*, *GL*, dont la premiere eſt perpendiculaire, & la ſeconde parallele à la tangente au point *C* de cette



cette Courbe ; il est évident que la partie d'impression marquée par *GC* se joindra continuellement à la vertu curvipete pour presser la Courbe en *C*. De sorte que la partie *C* sera pressée de la somme de ces deux forces, sçavoir de la vertu curvipete en *C*, & de la partie *GC* de la pesanteur relative du corps *G*. Il s'agit donc de trouver la nature du plan *BCF* sur lequel ces deux forces conjointes doivent faire des impressions qui soient entr'elles en raison réciproque des tems pendant lesquels le corps *G* parcourt ses differentes parties.

Mais auparavant il faut considerer que puisque dans le Systême de Galilée de la chûte des corps dont nous nous servirons dans la suite, le corps *G* est supposé choqué par instants, & recevoir à chaque instant un nouveau degré de force ; si l'on prend sur le plan *BCF* deux parties égales & indéfiniment petites *BP*, *CH*, le corps *G* séjournera d'autant plus long-tems sur *BP* que sur *CH*, que sa vitesse selon *BP* est moindre que selon *CH*. Il recevra donc d'autant plus de choqs de la cause de sa pesanteur en parcourant *BP* qu'en passant par *CH*, que la vitesse par *BP* est moindre que par *CH*; ou menant la verticale *CD* sur l'horizontale *AE*, d'autant que la racine de *BA* est moindre que la racine de *CD*. Le plan *BCF* doit donc être tel que l'impression totale faite sur *BP*

soit d'autant moindre que l'impression totale faite sur *CH*, que *AB* est moindre que *CD*.

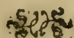
Mais si l'on suppose que le plan *BCF* est une cycloïde ordinaire qui rencontre l'horizontale *AE* en *V*, & dont *F* soit le sommet, la verticale *EF* le diametre de son cercle generateur *EIF*, que *CIN* soit une ordonnée quelconque à cette cycloïde rencontrant le cercle en *I*, & l'axe *EF* en *N*; & que l'on ait mené la corde *EI*, que *VOT* soit une autre cycloïde toute égale à la premiere rencontrant son axe *FE* prolongé en *T*, & dont la verticale *VRQ* égale à *EF*. soit aussi le diametre de son cercle generateur *VSQ* égale à *EIF*; & qu'enfin ayant pris l'arc *VS* sur le second cercle égal à l'arc *IE* du premier, on mene la perpendiculaire *RSO* sur *VQ* en *R* rencontrant en *O* la cycloïde *VOT*, & que l'on prolonge indéfiniment la perpendiculaire *CG* à la Courbe *VCF*, laquelle sera tangente à la seconde cycloïde *VOT*, comme en *o*, (ce que M. Hughens a démontré le premier dans son *Horologium ocillatorium*), & parallele à *IE*. Mais les arcs *VS*, *EI*, ayant été faits égaux, les cordes *VS* & *EI* seront paralleles, à cause des cercles égaux *VSQ*, *EIF*; donc aussi *Co*, *VS*, seront paralleles. Donc *O* & *o* ne seront qu'un même point. Or *CO* est toûjours égale à l'arc *VO*, & celui-ci toûjours double de la corde *VS*, selon le même auteur ci-dessus. Donc *CO* est toûjours double de *VS* ou de *EI*. Or, selon le même Auteur à la fin du même Livre, on a toûjours l'analogie (comme *CO* est au double de *CD* ou de *EN*); ainsi le poids *G* (consideré comme attaché un instant en *O* par un fil *GO*, & tournant à l'entour de *O* comme centre) a sa vertu centrifuge en *C*; ce qu'on trouve démontré dans le Journal des Sçavans du 23 May 1701, & dans notre second Journal. On aura donc aussi l'analogie (comme le double de *EI* est au double de *EN*, ou comme *EI* est à *EN*, ou encore comme *FE* est à *EI*); ainsi le poids *G* a sa vertu centrifuge en *C*. Donc *EF* marquant le poids *G*, les cordes *EI* perpendiculaires aux touchantes *CH* dans tous les points

C de la cycloïde, exprimeront ses vertus curvipetes dans tous ces mêmes points.

Menant encore les cordes *IF*, on aura continuellement les triangles *GCH*, *EIF*, rectangles en *C* & *I* semblables à cause de leurs côtez paralleles ; ce qui donnera encore l'analogie (comme *GH* est à *GC*, c'est-à-dire comme le poids *G* est à son effort relatif en *C* contre la partie *CH* de la Courbe), ainsi *EF* est à *EI*. Donc *EF* exprimant encore le poids *G*, les cordes *EI* marqueront aussi ses efforts relatifs sur toutes les parties de cette Courbe *BCF*, lesquels efforts dérivent immédiatement de son poids ; d'où il est évident que quand un corps tombe le long d'une cycloïde, sa vertu curvipete & sa pesanteur relative sont égales pour tous les points de cette Courbe. Donc *EF* exprimant le poids *G*, le double de *EI* marquera tout son effort contre la partie *CH*.

Enfin si l'on mene encore la perpendiculaire *Bn* sur l'axe *EF*, rencontrant le cercle *EIF* en *i*, avec la corde *Ei*, on aura donc tout l'effort de *G* sur *BP* marqué par le double de sa corde *Ei*. Donc tout l'effort sur *BP* sera à tout l'effort sur *CH*, comme *Ei* à *EI*, c'est-à-dire, comme la racine du rectangle *nEF* à la racine du rectangle *NEF*, ou tout d'un coup comme la racine de *nE* à la racine de *NE*, ou plutôt comme la racine de *AB* à celle de *DC*, c'est-à-dire, comme la vitesse en *B* est à la vitesse en *C*. Donc enfin tout l'effort de *G* sur *BP* sera d'autant plus petit, que sur *CH* du côté de la vertu curvipete & de sa pesanteur relative ensemble, que le séjour sur *BP* sera plus grand que sur *CH* ; ce qui étoit proposé.

A l'égard de la methode par laquelle nous sommes parvenus à cette découverte ; qui est celle du calcul intégral, comme elle est maintenant dans les mains de tout le monde, nous avons negligé de la donner.



OBSERVATIONS SUR LE NOSTOCH.

Qui prouvent que c'est veritablement une Plante.

PAR M. GEOFFROY le jeune.

1708. 6. Juin.

LE Nostoch de Paracelse qu'il nomme aussi quelquefois *Cærefolium*, & que d'autres nomme *Cæli flos*, *Cælifolium*, *flos terræ*, paroît être une espece de gelée, quelquefois claire, quelquefois verdâtre, tremblante lorsquelle est fraîche, qu'on trouve souvent après les pluïes dans les prez & dans les terres seches, arides & sabloneuses. Cette matiere ne paroît ordinairement que depuis l'Equinoxe du Printemps jusqu'à celui de l'Automne. Il faut la ramasser avant le lever du Soleil ; car la chaleur de ses rayons la desseche, de maniere qu'il n'en reste que des membranes de couleur brune.

On est en doute sur son origine : Quelques-uns veulent qu'elle tombe du Ciel comme une rosée, & que ce soit l'excrement de quelques étoiles. D'autres la regardent comme une production de la terre, ou comme une sorte de Plante.

M. Magnol. dans son *Botanicum Monspeliense* l'a nommée *Muscus fugax membranaceus pinguis*. M. Tournefort dans son Traité des Plantes des environs de Paris la nomme *Nostoch Ciniflonum*. Je crois qu'ils sont les seuls Botanistes qui l'ayent mis au rang des Plantes.

J'ai crû qu'il seroit bon de la faire voir à la Compagnie dans ses differens âges, afin de l'assurer que cette matiere est produite de la terre ; qu'elle y tient même par une ou plusieurs racines fort déliées. L'embrion de cette Plante ne paroît d'abord que comme un petit tubercule charnu, molasse, garni de petites inégalitez, comme celles qu'on remarque sur les fraises. Sa couleur est verte-

brune, elle s'éclaircit à mesure que la membrane s'étend, & enfin cette membrane paroît tout-à-fait dévelopée sur la Terre, qu'elle laisse quelquefois moulée de ses creux.

Losque cette Plante est venuë en cet état, elle s'y conserve tant que le tems est humide, & ne se fane que lorsque le vent & le Soleil viennent à dessecher la terre, & à la priver par consequent de sa nourriture.

Dans son état naturel je l'ai trouvé ordinairement pliée en deux dans sa longueur, & il m'a parû que ses deux bouts venant ensuite à se rejoindre formoient un paquet membraneux.

M. Duclos apporta à l'Academie en 1667, une eau claire & insipide distillée du Nostoch qui blanchissoit la solution du Sublimé corrosif.

En 1678 M. Bourdelin en fit une analyse plus exacte, & il en tira outre beaucoup de flegme, une assez grande quantité de Sel volatil concret ou dissous dans la liqueur, & de l'huile fétide.

L'analyse que j'en ai faite s'accorde fort bien avec celle de ces Messieurs, puisque j'en ai tiré d'abord une liqueur fort claire, sans goût, qui a blanchi la solution du Sublimé corrosif, & verdi le Syrop violat.

Les autres liqueurs que j'en ai retirées n'ont fait que confirmer ce que j'avois déja remarqué dans la premiere.

Enfin j'en ai retiré un beau Sel volatil concret bien cristallisé aux parois du récipient, un esprit volatil urineux, & une huile fétide. Le *Caput mortuum* étant calciné & lessivé, m'a fourni très-peu de Sel fixe, encore étoit-il chargé de terre. Il a jauni legerement la solution du Sublimé corrosif. Il a alteré le Syrop violat, & l'a rendu de couleur verdâtre.

Si on laisse fermenter cette Plante sur elle-même dans un vaisseau fermé, elle se pourrit & se résout en liqueur assez puante, qui au bout de 20 jours est de couleur rouge, & dix autres jours après de couleur bleuë.

J'ai observé que ces deux sortes de liqueurs, même après un tems assez considerable, étoient l'une acide & l'autre

alcaline. La liqueur rouge n'a fait aucun effet sur la solution du Sublimé corrosif, & a rougi tant soit peu le Syrop violat. La liqueur bleuë a blanchi la solution du Sublimé, & a verdi le Syrop violat.

On attribuë au Nostoch de grandes vertus. Les Païsans en Allemagne s'en servent pour faire croître les cheveux. on le croit excellent pour les cancers & les fistules. Un Medecin Suisse le réduisoit en poudre, & en donnoit deux ou trois grains pour calmer les douleurs interieures, & il s'en servoit exterieurement pour les ulceres.

Il entre dans le *Sperniolum compositum Cnœffelii pro principe Van Eggenberg*, dont on peut voir la description dans les Ephemerides d'Allemagne année 1676, parmi les secrets de Cnœffelius.

Les Chimistes s'imaginent que le Nostoch contient l'Esprit universel. Ils en tirent un esprit doux, auquel ils attribuënt de grandes vertus, & qu'ils croïent être le dissolvant radical de l'or.

On en distille l'eau à la seule chaleur du Soleil, ou à un feu très lent, sans quoi elle monte très-vîte. Cette eau passe pour être un dissolvant fort doux. On dit qu'elle calme admirablement les douleurs, & qu'elle guérit les ulceres quelque rebelles qu'ils puissent être.



EXPLICATION PHYSIQUE.

De la direction verticale & naturelle des tiges des Plantes & des branches des arbres, & de leurs racines.

PAR M. DE LA HIRE.

DAns tous les Embrions des graines des vegetaux il y a deux parties, dont l'une contient les racines, & l'autre les branches ; au moins celles qui peuvent former une seule pousse, qui dure ordinairement trois mois ou six mois. 1708. 13. Juin.

Mais il faut supposer que ces deux parties sont disposées naturellement à transmettre le suc nourrissier vers les extremitez de ces parties, depuis l'endroit où la plantule est attachée à son *placenta*, qui est ce qu'on peut appeller le nombril de la Plante ; & ses parties sont des tuyaux par où le suc nourrissier peut couler, en lui donnant un libre passage d'un côté & d'autre.

Or il est certain que le suc nourrissier étant une liqueur, descendra verticalement ou perpendiculairement vers le centre de la terre par son propre poids, & donnera cette même direction à toutes les parties de la racine ; mais une partie de ce suc nourrissier qui ne peut s'élever qu'étant réduit en vapeur, tendra à s'élever perpendiculairement en haut, suivant la direction naturelle des vapeurs qui s'élevent par la pesanteur des parties de l'air ou de l'atmosphere où elles sont répanduës ; & par consequent ces parties du suc nourrissier donneront la même direction à toutes les branches qu'elles formeront, ou qu'elles augmenteront en les développant.

Il n'est pas nécessaire de rechercher d'autre mécanique de cet effet de la nature, l'experience la confirme assez dans toutes les rencontres, & je n'en ai point trouvé

qui fût plus convaincante que ce qui se passe chez les Brasseurs. Ils font tremper de l'orge pendant quelque tems dans de grandes cuves, & ensuite ils la transportent dans des caves où ils l'étendent sur l'aire de 2 ou trois doigts d'épaisseur, où elle germe fort promptement; & comme ces caves n'ont pour toute ouverture, quand la porte est fermée, qu'un soupirail vers le haut de la voute ou du plancher & dans l'un des côtez, on observe que la premiere feüille du germe qui devient fort longue, tend de tous les endroits de la cave vers le soupirail qui est ouvert. & c'est aussi vers cette ouverture que tend l'eau ou l'humidité réduite en vapeur, laquelle avoit imbibé le grain. Cependant si cet orge avoit germé dans un lieu tout decouvert & à l'abri du vent, son germe ou sa premiere feüille se seroit élevée perpendiculairement en haut suivant la direction de la vapeur nourrissiere. Pour toutes les racines elles tendent perpendiculairement en bas suivant la pente de l'eau.

Je ne parle pas des accidens particuliers qui arrivent aux plantes & aux arbres, & qui peuvent détourner cette direction naturelle, comme celle de la pesanteur des feüilles & des branches qui les font pendre embas, & des vents ou de quelque obstacle qui leur font prendre par force une figure differente de celle qu'ils auroient & qu'ils ont ordinairement.

On remarque aussi dans plusieurs Plantes & dans quelques Arbrisseaux que l'extremité de leur tige ou branche est recourbée vers la terre en poussant; mais ce n'est encore qu'un cas particulier & une précaution de la nature, qui fait que ces extremitez qui sont trop tendres, ou pour percer la terre, ou pour résister à la rencontre des pierres contre lesquelles elles croissent, presentent d'abord en haut la courbure de la tige qui se fait passage bien plus facilement que quelques feüilles très-délicates; mais cela n'empêche pas que la tige en croissant ne s'éleve toûjours directement en haut à mesure que l'extremité se dévelope.

Il

Il devroit sembler par cette explication que toutes les Plantes & les arbres devroient avoir une figure pyramidale fort pointuë, & les racines une autre toute opposée, cependant il y a quantité d'arbres qui s'étendent beaucoup en largeur, & plusieurs racines qui tracent & qui ne piquent pas : mais je rapporte cet effet à la disposition naturelle de la Plante ou de l'Arbre. Car je suis persuadé que chaque branche qui sort d'une autre à son extremité ou de l'aiselle d'une feüille, est une nouvelle Plante semblable & de même espece que celle où elle est, laquelle est produite par une *œuf* qui y est attaché, & dont le germe à une certaine disposition ou à suivre la direction de la branche, ou à s'en écarter beaucoup; mais si elle s'en écarte d'abord, elle sera bien-tôt obligée de reprendre la direction perpendiculaire & verticale de la vapeur nourriciere, ce qui ne laissera pas de donner à toute la Plante ou à l'Arbre une figure fort large & étenduë.

Ce systeme de l'accroissement des Arbres & des Plantes par des generations toûjours nouvelles, lequel a été avancé par de très-sçavans Philosophes, paroît bien confirmé dans les greffes en *écusson*, qui ne contiennent qu'un œuf de la Plante ou de l'Arbre. Et lorsque le germe de cet œuf est attaché à une tige, il n'y a que la branche qui pousse en dehors; car pour la racine elle se confond avec la branche en poussant entre son bois & son écorce, ce qu'on remarque assez distinctement dans quelques Arbres en les coupant. Mais au contraire le même œuf qui auroit formé une branche s'il eût été attaché à une branche, formera une tige de racine s'il se trouve appliqué à la racine; car il n'y aura que la partie du germe qui doit produire la racine qui puisse croître, l'autre partie qui doit produire la branche êtant étouffée par la terre qui la couvre, ou ne pouvant pas percer l'écorce de la racine, au moins dans les Plantes & dans les Arbres qui ne poussent pas de bouture.

On doit aussi remarquer que ces germes ou embrions n'ont pas besoin de placenta dans les branches ou dans

les racines comme dans les graines, ou que le placenta qui se trouve naturellement dans leur œuf; ne leur sert de rien ou de peu de chose, puisqu'ils trouvent au lieu où ils sont placez, un suc tout digeré & préparé pour les faire croître; ce qui n'arrive pas aux graines qui en ont besoin d'un pour digerer l'humidité de la terre qui doit leur servir d'aliment; aussi dans cet état la nature leur en a-t-elle donné un qui est fort considerable.

Ce qu'on rapporte de certains Arbres qui croissent dans l'Amerique meridionale, peut servir encore à confirmer ce systême. on dit que ces Arbres jettent des branches comme de grands filets qui tendent vers la terre jusqu'à ce qu'ils y soient arrivez, & qu'alors il jettent des racines & forment de nouveaux Arbres de la même espece de celui qui les a produits, ensorte qu'un seul Arbre produit une forest sans le secours des graines. Mais on pourroit dire plutôt que ces filets qui sortent du premier arbre ne sont pas des branches qui tendent vers la terre, mais seulement des racines qui sortent des branches, & qui par leur direction doivent toûjours tendre embas; & qu'enfin ayant rencontré la terre elles s'y attachent & y croissent, & que la partie qui est hors de terre pousse des branches, comme nous venons de l'expliquer.

Il sera enfin très-facile à expliquer, par ce systême, pourquoi un Arbre qu'on a étêté, pousse une nouvelle tête composée d'une grandes quantité de branches. Car si l'on suppose qu'il y a une infinité de petits œufs de la nature de l'Arbre, lesquels sont dispersez de tous côtez entre l'écorce & le bois, & qui ne peuvent pousser ni éclore que lorsqu'ils auront une quantité suffisante de nourriture; il sera facile à juger que le suc qui couloit avec rapidité verr les extremitez des branches avant que l'Arbre fût coupé, étant contraint de s'arrêter à l'endroit de la taille & d'y séjourner, & peut-être de s'y fermenter, fera éclore & pousser avec assez de vigueur, tous les petits germes qui y étoient répandus, pour se faire jour au travers de l'écorce qui est épaisse & fort dure en cet endroit.

Comme on imprimoit ce Memoire on m'a fait une objection, qui est, comment il se peut faire qu'une graine qui est mise en terre ensorte que sa radicule qui est tournée vers le haut & sa petite tige vers le bas, changent l'une & l'autre de direction en se dévelopant pour prendre la naturelle. Voici comme je l'explique par mon hypothêse. La liqueur qui entre dans la racine à la sortie du *placenta*, la fait croître; & come cette liqueur est pesante elle entraîne embas la pointe de la racine à mesure qu'elle se dévelope, car cette racine est attachée fixe à son autre extremité qui est le *nombril* de la Plante, & par ce moyen cette radicule se courbe peu à peu jusqu'à ce que la pointe soit tournée tout-à-fait vers le bas, ce qui est encore aidé par l'eau dont la terre est imbibée qui l'emporte aussi en descendant. Ce sera tout le contraire pour la petite tige qui est nourrie par la vapeur qui s'éleve toûjours en haut, tant celle qui est dans la tige que celle qui sort continuellement de la terre.

OBSERVATIONS

Du retour de la Tache ancienne de Jupiter.

PAR M. MARALDI.

ON voit depuis plus de deux mois avec de grandes Lunette une Tache dans Jupiter qui se distingue aisément des autres parties de son disque. Elle est obscure à peu près comme les bandes de Jupiter, & se voit située dans l'espace clair qui est entre les deux bandes meridionales, étant presque adherente à la bande meridionale du côté du centre de Jupiter, dont elle est éloignée environ la troisiéme partie du demi-diametre de cet astre. 1708. 16. Juin.

Nous commençames de la voir avec M. Cassini le fils le 6 jour d'Avril dans l'Emisphere oriental de Jupiter, éloignée à peu près le quart de son diametre du milieu où

elle arriva à 8^{h} $52'$ environ une heure après la premiere observation.

Elle continua sa course vers l'Occident par un mouvement inégal plus vîte vers le milieu, & plus lent à mesure qu'elle s'en éloignoit, & qu'elle approchoit de la circonference. Au milieu de Jupiter où la Tache est exposée directement à notre vûë, elle parut ronde & occupoit plusieurs dégrez de la circonference de Jupiter. Elle paroissoit plus petite & plus étroite à mesure qu'elle s'éloignoit du milieu, & que son mouvement apparent diminuoit.

Ces apparences font assez connoître qu'elle est très-proche ou adherente à la surface de Jupiter, & qu'elle est bien differente de ces Taches que nous observâmes dans la même Planette l'année derniere, & des ombres que les Satellites jettent sur son disque.

Ces ombres, ainsi que M. Cassini a expliqué au long dans ses Lettres Astronomiques, parcourent en temps égaux des parties sensiblement égales du parallele qu'elles semblent décrire dans Jupiter, & elles paroissent également grandes tant au milieu que vers la circonference; ce que nous avons eu le plaisir de verifier par des observations faites le 25 Avril & le 7 Juin, lorsqu'en méme tems on voyoit dans Jupiter l'ombre du troisiéme Satellite & la Tache. Cette ombre qui est plus grande que celle des trois autres Satellites, parut beaucoup plus noire dans ces deux Observations que la Tache. Elle parcourut aussi en tems égaux des parties égales d'un parallele plus éloigné vers le Septentrion du centre de Jupiter, que le parallele de la Tache ne l'est vers le midy à l'égard du même centre; de sorte qu'entre l'ombre & la Tache il y avoit une difference de latitude qui étoit plus de deux tiers du diametre de cette Planette.

Nous ne vîmes pas plutôt cette Tache, que sa figure, sa grandeur & sa situation à l'égard de la bande meridionale nous la fit prendre pour celle qui depuis 43 ans est revenuë plusieurs fois au même endroit de Jupiter.

M. Caſſini commença de l'obſerver l'an 1665, & elle lui ſervit à découvrir la révolution autour de ſon axe en $9^h\ 56'$. Il continua de la voir juſqu'à la ſortie de Jupiter des rayons du Soleil l'an 1667, de ſorte qu'après avoir été viſible environ deux années elle diſparut entierement. Depuis l'an 1667 il ne la put voir qu'au commencement de l'année 1672 qu'elle parut nouvellement au même endroit de la bande, & au milieu de Jupiter aux jours & aux heures qui étoient marquées par la Table fondée ſur les Obſervations des années précédentes. On continua de la voir preſque trois années de ſuite, & elle ceſſa de paroître vers la fin de l'année 1674 lorſque Jupiter entra dans les rayons du Soleil. Elle reſta enſuite cachée juſqu'à l'an 1677 qu'elle parut de nouveau au même endroit ; & ayant paru quelque tems, elle diſparut pour la troiſiéme fois. Après avoir été inviſible pendant 8 années, elle ſe fit voir le mois de Mars de l'année 1685, & M. Caſſini continua de l'obſerver preſque l'eſpace de trois ans, c'eſt-à-dire, juſqu'au commencement d'Octobre de l'an 1687. Elle reſta enſuite 3 ans inviſible, & ne parut qu'en 1690 ; mais elle s'effaça bien-tôt, peut-être à cauſe des grands changemens qui arriverent dans Jupiter en 1690 & 1691, dont M. Caſſini a donné la relation. La Tache parut de nouveau en 1692 & au commencement de 1693 ; mais vers la fin de la même année la bande meridionale, à laquelle la Tache eſt preſque adherente s'étant en partie effacée la Tache diſparut entierement. Elle revint encore avec la même bande au commencement de l'année 1694, & on l'obſerva juſqu'à ce que Jupiter étoit proche d'entrer dans les rayons du Soleil. Depuis 1694 elle a été inviſible l'eſpace de quatorze ans, n'ayant paru que cette année 1708, quoique toutes les fois qu'on obſervoit Jupiter on ait été attentif à regarder ſi elle retournoit.

Dans la plûpart de ces retours la Tache s'eſt trouvée au milieu de Jupiter aux jours & aux heures qui étoient marquées par la Table fondée ſur les Obſervations de

plusieurs années. Elle en a paru aussi quelquefois éloignée d'environ deux heures, comme il est arrivé dans la premiere observation que nous en fimes le 6 d'Avril de cette année, dans laquelle le calcul fondé sur les mêmes hypothêses & sur l'ancienne Epoque de 1665 anticipa l'Observation de deux heures & quelques minutes. On pourra examiner si cette difference ne vient point de quelque petite erreur qu'il est difficile d'eviter dans chaque révolution, & qui se multipliant dans un grand nombre d'années peut monter à plusieurs heures. Nous avons calculé qu'un quart de seconde dans chaque révolution, dont il est extrêmement difficile de s'assurer, peut monter à plus de deux heures & demi dans l'intervale de 43 années échuës depuis l'Epoque de 1665 que nous avons prise, jusqu'à l'Observation de cette année 1708.

On peut aussi attribuer cette difference à quelque petit mouvement d'Orient en Occident dans les parties qui forment cette Tache, ou à la situation un peu differente où elle peut s'être formée, ou enfin à un concours de toutes ces differentes causes ensemble.

Quoique les intervales qu'on a observé jusqu'à present entre une apparition de la Tache & l'autre soient fort irréguliers, il y a pourtant de ses retours qui ont paru lorsque Jupiter étoit vers le même endroit de son orbite. Elle fut visible en 1665 & 1677, lorsque dans l'une & dans l'autre apparition, Jupiter allant à son Aphelie, en étoit éloigné de près de deux signes; mais elle n'a point paru aux deux autres passages de Jupiter par le même endroit qui sont arrivez depuis. Elle a paru aussi aux années 1672 & 1708, lorsque dans ces deux tems Jupiter étoit à peu de degrez de distance de son Aphelie; elle a été invisible lorsque cet Astre a passé par le même endroit de son orbite en 1684 & 1696, ce qui fait voir que ces retours ne sont point attachez à certaines distances de Jupiter au Soleil, comme il arrive à differens changemens qui se font sur la terre par la variation des saisons.

L'apparition de cette Tache a plutôt un grand raport

avec la bande meridionale de Jupiter qui lui eſt proche. Les bandes, comme l'on ſçait, changent ſouvent de ſituation & de grandeur ; quelquefois on en voit juſqu'à cinq, & quelquefois il n'y en a qu'une. Le plus ſouvent on en voit trois ſituées à l'égard du centre apparent, une du côté du Septentrion, & deux du côté du Midy. La bande plus meridionale paroît quelquefois un peu interrompuë, & cette interruption augmente juſqu'à ce que la bande s'efface entierement & reſte inviſible pendant quelques années. Juſqu'à preſent on n'a poinr vû la Tache, quand la bande adherante ne paroiſſoit point, & cette bande a toûjours paru lorſque la Tache a été viſible, quoique la Tache n'ait par parû toutes les fois que la bande ſe voyoit. On a vû quelquefois que la Tache s'eſt effacée dans le tems qu'il eſt arrivé quelque changement à la bande, ce qui fait croire que la Tache a une grande dépendance de la bande, dont elle pourroit être quelque effuſion, ainſi que M. Caſſini l'a indiqué autrefois.

De quelque maniere que cela ſe faſſe, il faut ſuppoſer qu'elle s'eſt formé pluſieurs fois au même endroit de Jupiter déterminé non-ſeulement en latitude du Septentrion au Midy, comme l'on voit en la comparant avec les bandes & avec le centre, mais auſſi en longitude d'Orient en Occident ; puiſque, comme nous avons déja dit, elle eſt revenuë pluſieurs fois au milieu de Jupiter aux jours & heures marquées par la Table qui repreſente les obſervations faites pluſieurs années auparavant, comme il doit arriver ſi elle ſe forme dans le même endroit de la ſurface de Jupiter.

Il y a donc dans cette Planette des lieux propres, où ſe forment des Taches, comme il y en a auſſi dans le Soleil, ainſi que M. Caſſini l'a prouvé par le retour de pluſieurs Taches qui ſe ſont trouvées au même endroit du parallele du Soleil dans des intervalles de tems meſurez par un nombre entier de révolutions du Soleil autour de ſon axe. *Voyez le XII. Journal des Sçavans du 23 Aouſt* 1688 *page* 198.

Cette Tache & differentes autres qui ont paru depuis plus de 40 ans dans Jupiter sont comprises dans un espace d'une largeur déterminée, qui à l'égard de son équinoxial s'étend beaucoup davantage vers l'Emisphere meridional que vers le septentrional, & il a paru un nombre de Taches beaucoup plus grandes dans la partie meridionale que dans la partie septentrionale. La même chose est arrivée aussi aux Taches du Soleil qu'on a observées depuis 50 ans.

Parmi les differentes Taches qu'on a vû dans Jupiter, il n'y en a point qui ait duré plus long-tems que celle qui parut en 1685, & qui fut observée par M. Cassini l'espace presque de trois ans, sans s'être perduë que dans le tems qu'on ne pouvoit point observer Jupiter lorsqu'il étoit dans les rayons du Soleil; de sorte qu'on peut supposer qu'elle a fait plus de 2500 révolutions sans s'être effacée. Une si longue durée marque qu'il y a quelque lieu propre à conserver & à tenir jointes les parties qui composent la Tache. Dans le Soleil on n'a point vû depuis 40 ans de Taches qui ayent duré plus de trois de ses révolutions. Les autres Taches qui ont paru en differens tems dans les parties moins meridionales de Jupiter n'ont duré que quelque mois, s'étant ensuite effacées quoiqu'elles fussent assez grandes.

Ayant comparé ensemble divers retours de cette nouvelle Tache observée au milieu de Jupiter depuis plus de deux mois, après avoir tenu compte des inégalitez ausquelles ces retours sont sujets, à cause de la premiere & de la seconde inégalité de Jupiter & de l'équation du tems, nous avons trouvé sa révolution de $9^h\ 55'\ 48''$, de quatre secondes plus courte que la moyenne déterminée par la comparaison des Observations éloignées d'un grand intervalle.

L'an 1672 lorsque Jupiter étoit à pareille distance de son Aphelie à laquelle il se trouve cette année, les révolutions de la Tache furent trouvées plus courtes de 2 secondes que les moyennes. Puisque donc à la même distan-

ce

ce de Jupiter au Soleil les révolutions de la Tache sont tantôt plus longues tantôt plus courtes de quelques secondes, il sera difficile de déterminer si ces petites inégalitez peuvent avoir raport aux inégalitez que quelques Coperniciens attribuent aux révolutions de la terre autour de son axe, à cause de ses differentes distances au Soleil.

DE LA CATARACTE ET DU GLAUCOMA.

PAR M. MERY.

LE 23 Aoust 1707 je donnai à l'Academie les Reflexions que j'avois faites sur le Systême de M[rs] Anthoine & Brisseau, qui prétendent qu'il n'y a point de Cataracte membraneuse, que toutes ne sont autre chose que des cristalins obscurcis, & que ce corps étant abattu les malades recouvrent la vûë. 1708. 27. Juin.

Pour refuter ce Systême je me servis de trois observations, dans lesquelles je ne pouvois croire alors m'être trompé.

J'avois vû tirer hors du globe de l'œil d'un homme de Sedan un cristalin plâtreux, & ce malade n'avoit point recouvert la vûë après l'opération. *I. Observation.*

Appuyé du sentiment des plus fameux Oculistes & Opticiens de Paris, qui croyoient dans ce tems-là qu'on ne pouvoit voir sans cristallin, je tirai de cette premiere Observation ces consequences; que le cristalin étant absolument necessaire à la vision, c'étoit toûjours une Cataracte membraneuse qu'on abattoit toutes les fois que les malades recouvroient la vûë, & que puisqu'on ne pouvoit la leur rendre en déplaçant le cristalin, il étoit absolument inutile de l'abattre. L'experience m'a appris depuis peu que ces deux consequences sont fausses, & que

M[rs] Brisseau & Anthoine ont raison de soûtenir qu'on peut voir sans le secours du cristalin, quoique moins bien qu'auparavant.

II. Observation. Mais M. Littre ayant montré à l'Academie une Cataracte membraneuse adherante à l'iris, & bouchant entierement le trou de la prunelle, il est évident que cette seconde Observation ruine absolument le Systême de ces Messieurs, qui croïent le Glaucoma & la Cataracte ne sont point deux maladies essentiellement differentes, la troisiéme Observation que j'ai rapportée pour vraïe, parce que je l'ai cruë telle alors, s'est trouvée fausse par la suite.

III. Observation. J'ai dit qu'un Prêtre m'étant venu consulter pour un ophtalmie, j'avois remarqué dans son œil affligé de cette maladie, entre l'iris & la cornée transparente, une Cataracte membraneuse de trois lignes de diametre ou environ, exactement ronde, mais platte en apparence, & de couleur blanche; que cette Cataracte lui avoit été abattuë autrefois, & n'avoit reparu & passé par le trou de la prunelle que deux ans après l'opération. Voilà en abregé ce que porte mon Memoire. Voici ce que j'ai vû depuis.

Ce même Prêtre étant venu une seconde fois me demander mon avis, je lui conseillai, pour se délivrer de son inflammation; de se faire tirer hors de l'œil sa Cataracte par une incision faite à la cornée transparente, & je l'assurai qu'il recouvreroit la vûë, comme il avoit fait la premiere fois. Il m'a crû, & s'est adressé à M. Petit Maître Chirurgien de Paris & fameux Anatomiste le 17 d'Avril dernier pour lui faire cette operation. J'y assistai avec Frere Charles de S. Yves Chirurgien & Apotiquaire de S. Lazare, qui dans ce seul Printemps a abattu cinquante-sept Cataractes. Voici comme M. Petit s'y prit pour l'ôter.

Il traversa d'abord la cornée transparente avec une éguille renée au-dessous de la prunelle, conduisant ensuite une lancette dans sa renure; il coupa la cornée depuis

le trou de l'entrée de l'éguille jusqu'au trou de sa sortie, & tira enfin avec une petite curette d'argent cette prétenduë Cataracte par l'incision, ce qu'il fit avec beaucoup d'adresse. Mais à peine fut-elle dans la main de cet habile Operateur, que nous reconnûmes tous trois que c'étoit veritablement le cristallin devenu glaucomatique; qu'ainsi nous nous étions trompez, en jugeant avec tous ceux qui par curiosité ou par quelqu'autre motif avoient vû ce Prêtre, que c'êtoit une Cataracte membraneuse. D'où je tire cette consequence, qu'il est fort difficile de distinguer le Glaucoma d'avec la Cataracte pendant la vie des malades, sans tirer ces deux corps hors de l'œil; sans cela point de démonstration, il faut attendre après leur mort pour ne s'y pas méprendre. Alors la dissection de l'œil nous met hors d'état d'en porter un faux jugement.

Ce qui en a imposé à tous ceux qui ont vû cette prétenduë Cataracte, c'est que le Glaucoma de ce Prêtre vû dans l'humeur acqueuse entre l'iris & la cornée transparente, situation où il semble qu'on ne pouvoit pas le méconnoître, paroissoit effectivement d'une figure ronde, mais platte, blanc en couleur, opaque & d'environ trois lignes de diametre, & que vû dans l'air hors de l'œil, nous remarquâmes que sa figure étoit veritablement lenticulaire, sa couleur verte tirant sur le jaune & un peu transparente, & qu'il n'avoit qu'une ligne & demie de diametre ou environ. Après cela qui peut n'y être pas trompé?

Ce Prêtre est aujourd'hui bien guéri, il discerne les objets, & il voit assez bien pour se conduire.

Un habile Oculiste Anglois, qui avoit été consulté sur cette maladie, crut que l'opération que j'avois conseillée ne réussiroit pas; il assura que nous avions pris pour un Glaucoma ce qui n'étoit qu'une Cataracte membraneuse, & il s'engagea de nous en donner en presence de l'Academie des démonstrations Physiques & Mathematiques. On accepta la proposition, le jour fut marqué: mais ses

grandes occupations ne lui permirent pas de nous en donner les démonſtrations qu'il nous avoit fait eſperer. Ce Prêtre ſur qui l'on avoit fait l'operation ſe rendit à l'Academie, comme ce celebre Oculiſte l'avoit ſouhaité ; on examina ſon œil, & l'on reconnut qu'avec des Lunettes fort convexes il diſtinguoit & liſoit de gros caracteres. M. Petit fit voir ce qu'on avoit tiré de l'œil de ce Prêtre, & tout le monde reconnut que c'étoit un criſtallin diminué par la maladie, & fort deſſeché depuis l'operation.

Après avoir ſatisfait à tout ce que pouvoit ſouhaiter de nous la compagnie pour s'aſſurer d'une verité de fait, qu'elle n'avoit cherché à connoître que pour le bien de ceux qui perdent la vûë par la Cataracte ou le Glaucoma ; je preſentai à l'Academie le même jour le globe de l'œil d'un homme mort à l'Hôtel-Dieu le 22 de ce mois ; mais à qui j'avois fait abattre ſur la fin de May dernier une Cataracte que je crus membraneuſe auſſi-bien que M. Tibault qui en fit l'operation.

Ce qui nous confirma l'un & l'autre dans ce ſentiment, c'eſt qu'outre l'apparence de membrane blanche & opaque qu'elle avoit, le malade diſtingua immédiatement après qu'elle fut abattuë tous les objets aſſez nettement, & qu'il a continué de les voir toûjours de mieux en mieux juſqu'à la mort, qui lui eſt arrivée un mois après par un accident qui n'avoit nul rapport à ſa Cataracte, & étoit indépendant de l'operation qui lui avoit été faite.

Je n'ai été détrompé que dans le moment même que j'ai ouvert l'œil de cet homme en préſence de l'Academie aſſemblée. Au lieu d'une Cataracte membraneuſe que je m'attendois de lui faire voir, je fus fort étonné de ne trouver qu'un criſtalin glaucomatique roux en couleur à lui montrer. Il avoit été rangé avec l'éguille dans la partie inferieure du corps vitré, & conſervoit encore une partie de ſa tranſparence.

Ces deux Glaucoma que M^{rs} les Academiciens ont vûs dans un même jour, ayant été pris pour des Cataractes membraneuſes, donnent lieu de croire, malgré la préſom-

ption de cet Oculiste dont je viens de parler, qu'il est très-difficile, pour ne pas dire impossible, de distinguer ces deux maladies l'une de l'autre, que c'est le plus souvent le cristalin, qu'on abat quand on croit n'abattre qu'une Cataracte, ce qui n'empêche pas qu'il n'y ait de veritables Cataractes membraneuses, & m'obligent enfin d'avoüer pour le bien public, & pour rendre justice à Mrs Brisseau & Anthoine qu'on peut sans risque abattre le cristalin glaucomatique, puisqu'on est convaincu à present qu'après l'operation, soit de la Cataracte, soit du Glaucoma, on recouvre la vûë dans l'une aussi-bien que dans l'autre, quoique moins parfaitement, pourvû qu'il n'y ait point d'obstruction dans le nerf optique, ou quelque alteration dans le corps vitré.

Je laisse à ceux qui sçavant plus d'Optique que moy à rendre raison pourquoi un cristalin glaucomatique paroît dans l'humeur aqueuse, soit qu'il soit placé devant ou derriere l'iris sous des caracteres differens de ceux qu'on y remarque quand il est exposé à l'air. Cette recherche me paroît curieuse, & merite bien qu'ils y pensent serieusement.

REMARQUES.

SUR LA CATARACTE.

ET LE GLAUCOMA.

Par M. de la Hire le fils.

Nous avons déja rapporté quelques experiences, & nous avons donné quelques Memoires au sujet de la Cataracte, & des differentes opinions qu'on a de la Cataracte & du Glaucoma. Mais pour éviter ici toute équivoque, nous appellerons de ces deux noms les mêmes maladies que les Anciens leur ont attribuées; c'est-à- 1708. 27. Juin.

dire par le mot de Cataracte on entend une pellicule ou membrane qui se forme dans l'humeur aqueuse, & qui empêche les rayons de la lumiere de penetrer dans le fond de l'œil, & par le mot de Glaucoma on entend le cristalin devenu opaque.

On avoit toûjours crû que ceux qui avoient un Glaucoma ne pouvoient en nulle façon recouvrer la vûë quoique par l'operation on abatît le cristalin, & qu'on rendit à l'œil sa netteté apparente, & c'est le sentiment de la plûpart des operateurs : mais les experiences que nous avons faites en dernier lieu, & que nous avons communiqué à l'Academie, ont convaincu que l'humeur vitrée ayant sensiblement la même refraction que l'humeur aqueuse, ce qui paroît avoir été connu de M. Descartes par la maniere dont il parle dans son Traité de Dioptrique, les rayons de la lumiere pouvoient penetrer au travers de ses deux seules humeurs jusqu'au fond de l'œil sans y être détournez par leur inégalité, comme ils feroient au travers d'une bouteille remplie d'une même liqueur ; & qu'il ne faudroit alors à ces sortes d'yeux qui n'auroient point de cristalin que suppléer par dehors avec un verre convexe, à la refraction des rayons que fait le cristalin au-dedans de l'œil, pourvû que d'ailleurs il n'y eût aucun défaut aux autres parties de l'œil qui sont necessaires à la vision.

C'est aussi ce que quelques experiences très-certaines font connoître, & l'on ne sçauroit douter qu'un œil sans cristalin ne puisse bien voir les objets avec un verre lenticulaire : mais quoique ceci paroisse favoriser le sentiment de quelques Oculistes qui ont prétendu qu'il n'y avoit point de Cataracte, & qu'il n'y avoit seulement que le Glaucoma & l'humeur vitrée devenuë opaque ; cependant on n'en peut pas douter, puisque M. Littre de cette Academie nous y a apporté l'œil d'un homme où il y avoit une membrane attachée à l'ouverture de la prunelle, & qui la couvroit entierement.

Tous les indices qu'on peut avoir de la difference de

la Cataracte & du Glaucoma peuvent quelquefois tromper, excepté les couleurs qu'on remarque au corps opaque qui eſt dans l'œil, qui ſont ceux du Glaucoma : car ſi par la plus grande denſité qui paroîtroit vers le milieu de la prunelle on vouloit juger que ce fût le criſtalin qui fût épaiſſi, on pourroit ſe tromper, parce qu'il pourroit arriver que ce ſeroit une Cataracte plus épaiſſe vis-à-vis l'ouverture de la prunelle que dans le reſte de ſon étenduë; ou ſi par la grandeur apparente du corps opaque qui paroît exceder celle du criſtalin, on jugeoit que ce fût une membrane, on pourroit encore tomber dans l'erreur à cauſe de la refraction que les rayons qui viennent du bord du criſtalin ſouffrent en ſortant de la cornée dans l'air, qui feroit paroître le criſtalin plus grand qu'il n'eſt en effet.

Il réſulte de ces Remarques que les Oculiſtes ne ſont peut être pas tout-à-fait certains de quelques operations qu'ils font, à moins qu'ils ne ſoient fort habiles; mais ils travaillent juſqu'à ce qu'ils ayent abaiſſé avec l'éguille le corps opaque qu'ils voyent dans l'humeur aqueuſe par l'ouverture de la prunelle, & s'il arrive qu'auſſi-tôt après l'operation le malade voye confuſément, ce ne ſera pas une marque que ce ſoit une Cataracte qu'on lui aura abatuë puiſqu'il verroit de cette façon ſi le criſtalin avoit été abattu; mais s'il ne voit point du tout, l'œil paroiſſant net, il faudra qu'il ſoit arrivé à l'œil quelque maladie comme une goute ſerenne, puiſqu'il doit toûjours voir, ſoit que le criſtalin ou la Cataracte ayent été abatuës.

Il pourroit encore arriver que la Cataracte ſe trouvant fort proche du criſtalin, on abatteroit l'un & l'autre tout enſemble; quoique l'œil ne fût affecté que d'une Cataracte; ce qui paroît aſſez vrai-ſemblable ſi on fait attention à la difficulté qu'il y a de détacher une membrane fortement adherente dans toute ſa circonference & proche du criſtalin ſans l'offenſer, & même ſans le détacher d'avec le ligament ciliaire, comme nous l'avons remarqué dans

un autre Memoire ; & il pourroit encore arriver qu'en faiſant l'operation pour abattre une Cataracte dans un œil dont toutes les parties ſeroient bien ſaines, on détachât en partie le criſtalin, & que la Cataracte étant tout à-fait abaiſſée, mais le criſtalin en partie detaché & poſé de biais ; le malade ne verroit point, quoiqu'il dût voir, à cauſe de l'obliquité du criſtalin qui détourneroit les rayons inégalement, & c'eſt ce qu'on ne peut appercevoir par dehors, à cauſe de la tranſparence des trois humeurs de l'œil.

C'eſt dans ces occaſions où il eſt ſi difficile d'abattre une Cataracte avec une éguille droite à l'ordinaire ſans toucher au criſtallin, que l'uſage d'une aiguille courbe vers ſon extremité pourroit être bon pour éviter cet accident, en prenant la precaution en operant de tourner la partie concave du côté du criſtalin, comme nous l'avions déja remarqué.

Enfin nous ne faiſons pas de doute qu'on ne puiſſe toûjours connoître après l'operation ſi l'on a abattu une membrane ou le criſtalin; car ſi le malade voit les objets diſtinctement comme il devroit les voir s'il n'avoit point eu de Cataracte, c'eſt-à-dire, après que l'humeur aqueuſe s'eſt retablie, ce qui arrive en peu de jours, ſans qu'il ait beſoin de Lunettes ou ſeulement de celles qui conviennent à ſon âge & à la conformation de ſes yeux qui change quelquefois conſiderablement pendant l'eſpace de quelques années, ce ſera une marque aſſurée qu'on ne lui aura abattu qu'une membrane ou une Cataracte, laquelle n'a apporté & ne doit apporter aucun changement à toutes les parties de l'œil pour avoir été ſeulement detourné de devant l'ouverture de la prunelle ; mais s'il ne peut pas voir diſtinctement les objets ſans ſe ſervir de Lunettes fort convexes, il eſt certain qu'on lui a abattu le criſtalin, ſoit qu'il fût neceſſaire ou non ; car le criſtalin n'étant plus au-devant de l'ouverture de la prunelle, il eſt obligé de le reparer par un criſtalin exterieur qui eſt un verre lenticulaire aſſez épais dans le milieu. Cependant

la

la force de ce verre doit être bien moindre que celle du cristalin ; car les refractions des rayons lumineux sur le cristalin dans les humeurs de l'œil ne sont pas si grandes que celles qui se font sur le verre avant que d'entrer dans l'œil & le cristalin est un corps bien moins dur que le verre.

Il semble qu'on pourroit encore ajoûter à ce qu'on vient de dire une Reflexion sur l'usage du cristalin dans l'œil qui n'y est d'une aussi grande consequence, quoiqu'il ne le paroisse pas, comme on le va voir, que parce qu'il faut que la réünion des rayons qui ont passé au travers des humeurs de l'œil se fasse précisément sur la retine afin que la vision soit parfaite ; car si on suppose que l'œil soit spherique, qu'il ait un pouce de diametre, qu'il soit de verre fort mince, & qu'il soit rempli d'une liqueur homogene comme de l'eau ; il est certain par les regles d'Optique que les rayons qui viendront comme paralleles entr'eux & qui auront passé au travers, iront se rassembler hors de l'œil à six lignes tout au plus : mais la cornée est d'une convexité plus petite que celle de l'œil ; donc les rayons qui auront passé au travers iront se rassembler à moins de six lignes, & cette difference peut bien aller à une ligne, l'effet du cristalin ne sera donc que de faire réünir les rayons à quatre lignes plus court, ce qui est peu de chose, c'est pourquoi on ne laisse pas d'entrevoir quand il est abattu ; mais comme l'effet du cristalin n'est pas bien considerable, aussi y peut-on remedier aisément avec un verre convexe.

On pourra peut-être conclure de ce qui vient d'être expliqué ci-dessus, que les Oculistes abattent quelquefois le cristalin quoiqu'il ne soit pas necessaire, & ce qui pourroit confirmer dans ce sentiment, seroit l'usage qu'on voit faire des Lunettes fortes à ceux à qui on a fait l'operation, n'y ayant pas d'ailleurs de raison, loin de cela même, qui puisse faire croire qu'il y a plus de Glaucomas que de Cataractes.

Mais quoiqu'on ne puisse reconnoître certainement ce

qu'on a abattu qu'après l'operation & quand le malade voit, ce qui ne lui sert plus à rien puisqu'il voit, la maniere d'en être assuré ne laissera pas d'être de quelque utilité aux Oculistes, puisqu'ils sçauront par son moyen s'ils ont bien jugé de la maladie avant que de faire l'operation, ce qui leur servira à se perfectionner dans leur art pour travailler dans la suite avec plus de certitude, & peut-être avec plus de précaution.

DIFFERENTES MANIERES

De déterminer la Courbe que décriroit un corps de pesanteur constante, jetté suivant quelque direction que ce fût dans un milieu dont les résistances seroient en raison des vitesses de ce corps.

PAR M. VARIGNON.

1708. 18. Juillet. LE Probl. 1. des Mem. de 1707. p. 391. &c. touchant les mouvemens primitivement uniformes faits dans des milieux qui leur résistassent en raison de leurs vitesses; & les Probl. 1. 2. 3. du Mem. du 7. Mars dernier, p. 113. &c touchant les mouvemens variez de chute ou d'ascension d'un corps de pesanteur constante dans ces milieux, nous serviront à résoudre la question presente, & à démontrer l'accord des Solutions qu'on en va voir, avec celles de M. Newton, de M. Leibnitz, & de M. Hughens qui n'a donné qu'une simple construction de la Courbe cherchée, laquelle construction sera aussi démontrée suivant la promesse que j'en ai faite à la fin de la Démonstration que j'ai donné dans le Mem. du 13. Juin dernier; pag. 218. de tout ce qu'il a avancé de plus sans démonstration sur ce sujet. Ces trois Auteurs sont les seuls que je sçache avoir résolu le Problême en question: le voici résolu en differentes manieres toutes differentes des leurs.

PROBLEME.

Soit un corps de pesanteur constante jetté de A *vers* F *suivant telle direction oblique* AF *qu'on voudra, & d'une force ou vitesse aussi quelconque, dans un milieu qui lui résiste à chaque instant en raison de ses vitesses actuelles : On demande la Courbe qu'il décrira dans ce milieu.* Fig. I. II.

SOLUTION.

Soit prise *AF* pour la vitesse de projection de ce corps au point *A* vers *F*, & *FS* sur *FC* perpendiculaire à *AF*, telle que *AF* soit à *FS* comme cette vitesse de projection est à la terminale de ce même corps, c'est à-dire, à la plus grande qu'il pût acquerir en vertu de sa pesanteur en tombant dans le milieu supposé, le Corol. 9. du Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 123. faisant voir qu'il n'y en peut jamais acquerir qu'une finie, même pendant un tems infini. Ensuite après avoir fait *AC* parallele à *FC*, soit par *A* une logarithmique *ARC* qui ait *FC* pour asymptote, & *AS* pour tangente en ce point *A*. Soient ces trois lignes rencontrées en *R*, *V*, *q*, par la droite *TV* parallele à *AF*, & qui rencontre aussi *AC* en *T*.

Cela fait, je dis que si de chaque point *R* de la logarithmique *ARC*, on mene *RG* perpendiculaire en *G* sur *AF*, en rencontrant la touchante *ASC* en *a*, & que du point *G* on fasse une verticale *GL*=*Ra* correspondante ; la ligne *ALO*, qui passera par tous les points *L* ainsi trouvez, sera la Courbe de projection qu'on demande,

Démonst. Aprês avoir pris *FB*=*FS* sur *AF* prolongée, soit encore du point *B* sur l'asymptote *FC*, un autre arc logarithmique *BUC* touché en *B* par la droite *BSC*, & qui rencontre *TV* prolongée en *U* ; laquelle *TV* soit aussi rencontrée en *P* par la droite *BC* parallele à *FC*, & en *Q* par la tangente *BSC*. Si presentement on prend de l'origine *A* sur *AC* les abscisses *AT* pour les tems écoulez depuis le premier instant de la projection ; la Solut. du Probl. 1. des Mem. de 1707. p. 391. touchant

les mouvemens primitivement uniformes faits dans le milieu supposé, donnera *RV* ou *GF* pour les vitesses qui à la fin de ces tems, ou à chacun de leurs derniers instans, doivent ici rester de la vitesse *AF* de projection, laquelle vitesse dans un milieu sans résistance ni action auroit été uniforme : de sorte que les aires *ARVF* exprimeront ici les sommes correspondantes de ces vitesses restantes malgré les résistances supposées.

La Sol. du Prob. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, p. 118. & 119. touchant les mouvemens primitivement variez en raison des tems, & faits dans le milieu supposé, c'est-à-dire, primitivement variez à la maniere de Galilée par la pesanteur constante du corps en question, donne pareillement *PU* pour les vitesses acquises à la fin des tems *AT*, ou à chacun de leurs derniers instans, en vertu de cette pesanteur malgré les résistances supposées; de sorte que les aires *BUP* exprimeront de même ici les sommes correspondantes de ces vitesses à chacun de ces derniers instans.

Donc la somme des vitesses instantanées restantes de celle de projection à chaque dernier instant de chaque tems *AT*, doit être ici à la somme des instantanées acquises au dernier instant aussi de ce même tems *AT* en vertu de la pesanteur du mobile malgré les résistances supposées : : *ARVF*. *BUP*.

Mais suivant le Lem 2. des Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. ces sommes de vitesses sont comme les espaces qu'elles font parcourir. Donc l'espace parcouru suivant *AT* pendant le tems *AT* en vertu de la premiere de ces sommes de vitesses de projection retardée par les résistances du milieu supposé, sera ici au vertical parcouru de haut en bas pendant le même tems *AT* en vertu de la seconde de ces mêmes sommes ou de la pesanteur affoiblie par les mêmes résistances : : *ARVF*. *BUP*.

Or les arcs logarithmiques *ARC*, *BUC*, ayant (*hyp.*) leurs soûtangentes $=FS=BF$, le Corol. 2. du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 391. & 392. dans lequel *AF* prise $=$: $=FS$, peut être prise de telle grandeur qu'on vou-

dra, donne $ARVF = FS \times AG$; & les Corol. 4. & 5. du Prob. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 120. & 121. donne auſſi $BUP = FS \times \overline{BP - PU} = FS \times \overline{PQ - PU}$ $= FS \times UQ$. Donc l'eſpace parcouru ſuivant AF pendant le tems AT en vertu de la projection & malgré les réſiſtances ſuppoſées, ſera ici au vertical parcouru en même tems de haut en bas en vertu de la peſanteur conſtante du mobile & malgré les mêmes réſiſtances : : $FS \times AG . FS \times UQ$: : $AG . UQ$.

Mais l'abſciſſe FV commune au deux arcs logarithmiques AR, BU, rendant $RV . UV$: : $AF . BF$: : $qV . QV$. ou (*alternando*) $RV . qV$: : $UV . QV$. ou bien auſſi (*dividendo* dans la Fig. 1. & *componendo* dans la Fig. 2.) $Rq . qV$: : $UQ . QV$. ou bien encore (*alternando*) $Rq . UQ$: : $qV . QV$: : $AF . BF$. (à cauſe de $BF = FS$) : : $AF . FS$: : $Rq . Ra$. c'eſt-à-dire, $Rq . UQ$: : $Rq . Ra$. l'on aura par-tout ici $Ra = UQ$. Donc l'eſpace parcouru ſuivant AF pendant le tems AT en vertu de la projection & malgré les réſiſtances ſuppoſées, ſera ici au vertical parcouru en même tems de haut en bas en vertu de la peſanteur conſtante du mobile & malgré les mêmes réſiſtances : : $AG . Ra$. (la conſtruction exigeant $CL = Ra$) : : $AG . GL$.

Par conſequent en prenant AG ou le côté oppoſé EL du parallelogramme EG pour le premier de ces eſpaces, l'on aura auſſi GL pour le ſecond ; & ces eſpaces étant (ſuivant les Corollaires qu'on vient de citer) comme les réſiſtances totales faites des inſtantaneés qui pendant le tems AT ſe ſont ſucceſſivement oppoſées aux viteſſes de projection & de peſanteur du mobile ; les differentielles ML, NL, de ces eſpaces ſeront auſſi comme les réſiſtances inſtantanées qui s'y ſont oppoſées à la fin de ce même tems. Donc ces dernieres viteſſes par leur concours feront décrire au mobile la diagonale HL du petit parallelogramme MN pendant le dernier inſtant du tems AT, & d'une viteſſe qui ſera à celles-là comme cette diagonale eſt aux côtez correſpondans du parallelogramme MN, ce rapport étant le même dans la preſente hypothêſe des

résistances en raison des vitesses, qu'il seroit dans un milieu sans résistance ou dans le vuide par le concours de ces dernieres vitesses. Donc aussi le corps jetté de *A* vers *F* suivant *AF*, sera en *L* à la fin du tems *AT*. Par conséquent la ligne *ALO*, qui passera par tous les points *L* trouvez comme ci-dessus, en prenant par tout les verticales $GL = Ra$ correspondantes, sera la Courbe que le corps jetté doit ici décrire malgré les résistances supposées. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Il suit de là que cette Courbe *ALO* de projection aura pour asymptote la verticale *FO*; puisque *AG* ne peut devenir égale à *AF* qu'après un tems infini *AT* ou *FV* qui rend alors *Ra* ou (*hyp.*) *GL* infinie.

COROLLAIRE II.

Puisque la vitesse suivant *HL* du mobile à la fin du tems *AT*, seroit ici à la restante alors de celle de projection suivant *AF* : : *HL*. *HN*. Et à l'acquise suivant *GL* à la fin du même tems *AT* en vertu de la pesanteur de ce mobile malgré les résistances supposées : : *HL*. *NL*. si l'on imagine au point *L* une tangente *LZ* de la Courbe *ALO*, en concevant son élément *HL* prolongé jusqu'à son asymptote *FO* en *Z*, & qu'on prolonge aussi son ordonnée *EL* jusqu'à la rencontre en *D* de cette asymptote; la vitesse suivant *LZ* du mobile en *L* à la fin du tems *AT*, contre ce qu'il y pourroit rencontrer, sera de même à la restante alors de celle de projection : : *LZ*. *LD*. Et à l'acquise aussi pour lors en vertu de sa pesanteur malgré les résistances supposées : : *LZ*. *DZ*.

COROLLAIRE III.

Pour trouver presentement l'équation de la Courbe *ALO* de projection, soit *BF* ou $FS = a$, *AF* ou $TV = b$, *AE* ou *GL* ou *Ra* ou $UQ = x$, *EL* ou *AG* ou $TR = y$, *AT* ou *BP* ou $PQ = t$, $PU = v$, *RV* ou $GF = u$, &

par conſequent $v=t-x$, $u=b-y$ $dv=dt-dx$, & $du=-dy$.

Suivant ces noms l'on aura $\frac{dt}{a}=\frac{dv}{a-v}=\frac{dt-dx}{a-v}$ pour l'équation de la logarithmique BUC, laquelle équation donne $adt-udt=adt-adx$, ou $vdt=adx$; & par conſequent $\frac{dt}{a}=\frac{dx}{v}$. L'on aura auſſi $\frac{dt}{a}=\frac{-du}{u}=\frac{dy}{b-y}$ pour celle de ARC. Donc $\frac{dx}{v}=\frac{dy}{b-y}$. Mais BUC & ARC étant (*Conſtr.*) des arcs d'une même logarithmique, & ayant leurs ordonnées BF, UV, en même diſtance (FV) entr'elles que AF, RV; l'on aura ici $BF(a).UV(a-v)::AF(b).RV(b-y)$. c'eſt-à-dire, $ab-ay=ab-bv$, d'où reſulte $v=\frac{ay}{b}$. Donc $\frac{bdx}{ay}=\frac{dy}{b-y}$, ou $dx=\frac{aydy}{bb-by}$, qui ne ſuppoſe que les logarithmes, ainſi que M. Leibnitz l'a dit dans la pag. 43. du mois de Janvier des Actes de Leipſik de 1689. ſera l'équation cherchée de la Courbe ALO de projection. Par conſequent auſſi $b-y\times\frac{dx}{dy}=\frac{ay}{b}$ ſera l'expreſſion generale de ſes ſoûtangentes ſur ſon aſymptote FO.

COROLLAIRE IV.

Donc les triangles ſemblables LMH, LDZ, donnant $ML(dy).MH(dx)::LD(b-y).DZ=b-y\times\frac{dx}{dy}$. l'on aura par-tout ici la ſoûtangente $DZ=\frac{ay}{b}$(*Corol.* 3)$=v$. D'où l'on voit que cette ſoûtangente doit être par-tout quatriéme proportionnelle aux grandeurs AF, BF, AG, ou égale à PU (v) correſpondante : de ſorte que les ſoûtangentes DZ ſeront par-tout ici entr'elles comme les viteſſes verticales (PU) acquiſes de haut en bas par la peſanteur : c'eſt-à-dire, comme les Ga correſpondantes; puiſque la Solution donnant $PQ=PB=RG$, & $UQ=Ra$, doit pareillement donner $Ga=PU$; outre que Ga eſt auſſi quatriéme proportionelle aux trois grandeurs AF, BF, ou (*hyp.*) FS, AG.

COROLLAIRE V.

Donc aussi *TV* en *AF*, rendant alors *PU*, *UQ*, *Ra* ou (*hyp*,) *Ga*, *GL*, *TR*, *AG*, *EL*, toutes nulles, rendra pareillement alors *DZ* nulle; & confondant ainsi la tangente *LZ* avec *LD* alors confonduë avec *AF*, fera voir que la droite *AF* de projection est tangente en *A* de la Courbe *ALO* décrite par le concours de la force de projection & de la pesanteur du corps jetté, malgré les résistances du milieu supposé.

COROLLAIRE VI.

Le cas de $y = b$, ou de $b - y$ (*LD*) $= o$, qui rend *AT* ou *FV* infinie, rendant par-là $PU = BF$, ou $Ga = FS$, & consequemment (*Corol.* 4.) $DZ = BF$; cette soûtangente *DZ* sera pour lors infinie par rapport à *LD*, & confonduë avec la tangente *LZ*. D'où l'on voit encore que la droite *FO* sera une asymptote de la Courbe *ALO*, ainsi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 1.

COROLLAIRE VII.

FIG. I. Si après avoir fait *AK* perpendiculaire en *K* sur *FO* dans la Fig. 1. des projections obliques de bas en haut, on appelle *FK*, *c*; le cas de la tangente *LZ* perpendiculaire aussi en *Z* sur *FO*, donnera *AF* (*b*). *FK* (*c*) :: *LD* ($b - y$). $DZ = \frac{bc - cy}{b}$. Ainsi ayant déja (*Corol.* 4.) $DZ = \frac{ay}{b}$, l'on aura ici $ay = bc - cy$, ou $y = \frac{bc}{a+c}$: c'est-à-dire, que si l'on prend *AG* (y) $= \frac{bc}{a+c}$, la verticale *GL* rencontrera la Courbe *ALO* en son sommet; de sorte que *L* sera pour lors le plus élevé de tous ses points au-dessus de l'horisontale *AK*.

COROLLAIRE VIII.

De plus si l'on prolonge la verticale *GL* jusqu'à la rencontre de *AK* en *X*, l'on aura *AF* (b). *FK* (c) :: *AG* (y). $GX = \frac{cy}{b}$ (*Corol.* 7.) $= \frac{cc}{a+c}$. Ainsi $LX = \frac{cc}{a+c} - x$ sera la plus grande hauteur où le corps jetté suivant *AF*, puisse

puisse monter au-dessus de l'horizontale AK. Mais suivant les noms assignez dans le Corol. 3. l'on a aussi $x(GL)=Ra=UQ=PQ-PU=t-v$ (*Corol.* 3.) $=t-\frac{ay}{b}$ (*Corol.* 7.) $=t-\frac{ac}{a+c}$. Donc en substituant cette valeur de x dans la précédente de $LX=\frac{ce}{a+c}-x$, l'on aura ici $LX=\frac{cc+ac}{a+c}-t=c-t=FK-FV$ pour la plus grande hauteur du jet au-dessus de l'horizontale AK qui passe par le point A de projection, en prenant RV $(b-y)==\frac{ab}{a+b}$, à cause que le Corol. 7. donne ici $y=\frac{bc}{a+c}$.

COROLLAIRE IX.

Pour trouver presentement le point l, dans lequel l'horizontale AK est coupée par la Courbe de projection ALO, ou par le corps jetté en retombant de sa plus grande élevation LX au-dessus de cette horizontale AK; soit repris L pour un point quelconque de cette Courbe ALO au-dessus de cette même horizontale AK: le reste demeurant comme ci-dessus, l'on aura AF (b). FK (c) :: AG (y). $GX=\frac{cy}{b}$. Donc $LX=\frac{cy}{b}-x$ (*Corol.* 3.) $=\frac{cy}{b}+v-t$ (*Corol.* 3.) $=\frac{cy}{b}+\frac{ay}{b}-t$. De sorte que le cas de $LX=o$ en l, donne $t=\frac{ay+cy}{b}$, ou $y.\ t :: b.\ a+c$. Or en prenant FY (sur FC) $=a+c=BF+FK$ (*hyp.*) $=FS+FK$; c'est-à-dire $SY=FK$; & en tirant la droite AY qui rencontre la logarithmique ARC en r, d'où tombe rg perpendiculaire en g sur AF, en rencontrant AS en e; l'on aura aussi Ag (y). gr (t) :: AF (b). FY $(a+c)$. Donc la verticale gl tombera précisément au point l dans lequel l'horizontale AK est rencontrée par le corps jetté en retombant vers elle, ou par l'arc LO de la Courbe de projection qu'il décrit malgré les résistances supposées. De sorte que (*Solut.*) gl sera égale à re, & que Al sera ici la plus grande portée horizontale du jet, comme

(*Corol.* 8.) XL en eſt la plus grande hauteur, & (*Corol.* 1. & 6.) AK la plus grande diſtance de AO où ce jet puiſſe jamais atteindre, même pendant un tems infini.

COROLLAIRE X.

Il ſuit encore du Corol. 3. que la ligne logarithmique ne ſert pas ſeulement à trouver comme ci-deſſus, & comme on le verra encore dans la ſuite, la Courbe des jets de cette hypothêſe-ci; mais auſſi quelle eſt cette Courbe elle-même dans le cas où la viteſſe verticale du corps jetté, réſultante d'une projection oblique de haut en bas, ſeroit égale à ſa viteſſe terminale, ainſi que M. Hughens l'a dit à la fin de ſon *diſcours de la cauſe de la peſanteur*, *pag.* 173.

FIG. II. Pour le voir dans la Figure 2. outre les noms précédens du Corol. 3. ſoit $AK = e$ perpendiculaire ſur OF prolongée, $FK = c$, $XK = s$, & $XL = m$ ſur LG prolongée juſqu'en AK en X.

L'on aura ici $AF\ (b) . AG\ (y) :: AK\ (e) . AX\ (e - s)$. Ce qui donne $y = \frac{be - bs}{e}$, $b - y = b - \frac{be + bs}{e} = \frac{bs}{e}$, $dy = \frac{-bds}{e}$; & par conſequent $ydy = \frac{-bbeds + bbsds}{ee}$, $aydy = \frac{abbsds - abbeds}{ee}$, $bb - by = \frac{bbs}{e}$. Donc $\frac{aydy}{bb - by} = \frac{asds - aeds}{es}$.

L'on aura de plus $AF\ (b) . AG\ (y) :: FK\ (c) . XG = \frac{cy}{b}$. De ſorte que la conſtruction donnant $GL = x$, l'on aura ici $\frac{cy}{b} + x = XL = m$, & $\frac{cdy}{b} + dx = dm$, ou $dx = dm - \frac{cdy}{b}$ (à cauſe de $dy = \frac{-bds}{e}$) $= dm + \frac{cds}{e}$.

Mais le Corol. 3. donne $dx = \frac{aydy}{bb - by}$. Donc $dm + \frac{cds}{e} = \frac{asds - aeds}{es}$, ou $dm = \frac{asds - csds - aeds}{es}$ ſera encore une autre équation de la Courbe ALO de projection oblique faite de haut en bas: laquelle équation ſe changeant en $dm = \frac{-ads}{s}$ lorſque $c\ (KF) = a\ (BF)$, c'eſt-à-dire, lorſque la viteſſe verticale (KF) réſultante de celle (AF) de pro-

jection suivant AF, sera égale à la vitesse terminale (BF ou FS) du corps ainsi jetté ; la Courbe ALO de projection, qu'il décrira pour lors, sera une logarithmique, ainsi que M. Hughens l'a dit, laquelle aura FO pour asymptote, & ses soûtangentes $= a = FS = FB$ (*hyp.*) $= KF$, qui sont (*Sol.*) celles des deux précédens arcs logarithmiques ARC, BUC : Par consequent elle & eux ne doivent être que des arcs differens & differemment placez d'une même logarithmique, dont la soûtangente $= a$, exprimant par tout la vitesse verticale du corps jetté obliquement de haut en bas dans ce cas-ci, fait voir que cette vitesse y est par-tout uniforme ; & qu'ainsi la pesanteur y est par-tout égale à la résistance que lui fait le milieu supposé.

Autrement. Cela se peut encore démontrer d'une autre maniere, & sans calcul. Car puisque (*hyp.*) la vitesse verticale KF résultante de celle AF de projection oblique de haut en bas, est égale ici à la terminale BF ou FS du corps ainsi jetté, ces deux vitesses égales trouveront ici la même résistance de la part du milieu qu'on suppose y résister en raison des vitesses. Mais la vitesse terminale de ce corps étant (*Corol. 9. du Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 123.*) la plus grande qu'il pût acquerir dans ce milieu en vertu de sa seule pesanteur, la résistance que lui feroit ce milieu, seroit égale à cette pesanteur, ainsi qu'on le voit dans les nomb. 1. & 4. de la Remarque 2. p. 126. & 127. du Mem. qu'on vient de citer, & qu'il suit aussi de ce que la pesanteur de ce corps ne pourroit s'accelerer davantage dans ce milieu. Donc la résistance qu'y trouveroit la vitesse verticale résultante de la projection ici supposée, seroit égale à la pesanteur du corps jetté ; par conséquent cette pesanteur & cette résistance ainsi en équilibre, se détruisant l'une l'autre, cette vitesse verticale résultante de celle de projection dans ce cas-ci, y doit demeurer uniforme, & toûjours égale à la terminale du corps jetté, comme si ce corps n'avoit aucune pesanteur, ni le milieu aucune résistance. Ainsi le mouvement de ce corps étant ici composé de cette vitesse verti-

cale *KF*, & de l'horizontale *AK* résultante aussi de celle *AF* de projection, & qui d'uniforme qu'elle auroit été dans un milieu sans résistance ni action, est ici retardée par la résistance du milieu supposé ; ce mouvement du corps jetté suivant *AF*, doit être ici composé d'une vitesse horizontale primitivement uniforme, retardée par les résistances supposées, & d'une verticale de haut en bas toûjours uniforme malgré ces résistances. Donc suivant le nomb. 3. du Schol. du Probl. 1. des Mem de 1707. pag. 397. la ligne *ALO*, que ce corps doit décrire en vertu de ce concours de vitesses, doit être ici une logarithmique dont l'asymptote soit *KO*, & la soûtangente $= KF = BF = FS = a$.

COROLLAIRE XI.

De ce que suivant le précédent Corol. 10. la résistance que le milieu supposé fait à la vitesse terminale du corps qui y tombe, seroit égale à la pesanteur de ce corps ; & conséquemment moindre ou plus grande que cette pesanteur, si la vitesse de ce corps étoit moindre ou plus grande que cette terminale ; il suit évidemment qu'un corps jetté verticalement de haut en bas malgré les résistances de ce milieu, s'accelerera jusqu'à sa vitesse terminale, si celle de projection est moindre quelle ; qu'il descendra d'une vitesse uniforme toûjours égale à sa terminale, si celle de projection est égale à cette terminale ; & qu'enfin il sera retardé jusqu'à ce qu'il soit réduit à cettte vitesse terminale, si celle de projection est plus grande qu'elle. Tout cela s'accorde avec les Coroll. 4. & 5. du Probl. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 130. & 131. Et le premier de ces deux Corollaires fait voir aussi que quelle que soit la verticale de projection de haut en bas, il ne lui faudra pas moins qu'un tems infini pour devenir égale à la terminale du corps ainsi jetté, soit en s'accelerant si elle est moindre que cette vitesse terminale, ou en se retardant si elle est plus grande.

COROLLAIRE XII.

Puiſque AF eſt toûjours plus grande que KF (*hyp.*) $= BF = FS$, il eſt encore manifeſte ſuivant le Corol. 10. qu'afin que ALO ſoit ici une logarithmique, il faut que la viteſſe AF de projection y ſoit toûjours plus grande que la viteſſe terminale du corps jetté.

COROLLAIRE XIII.

Si l'on ſuppoſe les coordonnées orthogonales $XL = m$, $XK = s$, $AK = e$, &c. dans la Fig. 1. comme dans la Fig. 2. un raiſonnement ſemblable à celui de la premiere partie du Corol. 10. donnera encore de même $dm = \frac{-asds - csds + aeds}{es}$ pour une nouvelle équation de la Courbe des projections obliques de bas en haut. Ce qui réſulte auſſi de l'équation $dm = \frac{asds - csds - aeds}{es}$ trouvée dans cette premiere partie du Corol. 10. parce que FK (c), XL (m), de poſitives qu'elles y étoient, deviennent ici négatives. Ainſi (*Corol.* 10) l'on aura $dm = \frac{\mp asds - csds \mp aeds}{es} = \frac{\mp ads - cds}{e} + \frac{ads}{s}$ pour l'équation générale (en coordonnées m, s orthogonales) des Courbes décrites par des corps de peſanteurs conſtantes, jettez ſuivant quelques directions que ce ſoient, & de telles forces qu'on voudra, dans le milieu ſuppoſé, & qu'on voit encore ne ſuppoſer que les logarithmes, ainſi que celle du Corollaire 3. Les ſignes ſuperieurs ſont pour le cas des projections obliques de bas en haut; & les inferieures, pour le cas des projections obliques de haut en bas. Quant aux projections horizontales qui ont FK (c) $= 0$, cette équation s'y réduira à $dm = \frac{asds - aeds}{es} = \frac{ads}{e} - \frac{ads}{s}$: m (XL), & conſequemment auſſi dm devenant négative dans le premier des deux autres cas.

FIG. I.

COROLLAIRE XIV.

La précédente équation $dm = \frac{-asds - csds + aeds}{es}$, ou $\frac{dm}{ds} = \frac{-as - cs + ae}{es}$ de la Courbe ALO des projections obliques

de bas en haut dans la Fig. 1. ayant $dm = o$, & par conséquent aussi $-as - cs + ac = o$ au sommet de cette Courbe, c'est-à-dire, au plus élevé de tous ses points au-dessus l'horizontale *AK*; l'on aura $s = \frac{ae}{a+c}$ en ce point. Ce qui s'accorde avec le Corol. 7. qui a aussi donné $y = \frac{bc}{a+c}$ en ce même point; puisqu'ayant ici *AK* (e.) *AF* (b) : : *AX* ($e - s$). *AG* (y) $= \frac{bc - bs}{e}$. L'on y aura pareillement $\frac{be - bs}{e} = \frac{bc}{a+c}$, d'où résulte encore $s = \frac{ae}{a+c}$.

COROLLAIRE XV.

FIG. I. II. De ce que (*Solut.*) $GR = AT$, $Ra = UQ$, & (*Car.* 4.) $Ga = PU$, il suit encore de la Solution précédente, & des Probl. 1. & 3. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 136. que par-tout ici, c'est-à-dire, dans toutes les projections obliques de bas en haut, ou de haut en bas, les *GR* exprimeront les tems écoulez depuis le premier instant de chaque projection; leurs parties *Ga*, les vitesses acquises à la fin de ces tems en vertu de la pesanteur constante du mobile malgré les résistances supposées; leurs restes *Ra*, les espaces verticaux parcourus de haut en bas en vertu de ces vitesses; les *GF*, les vitesses restantes de celle *AF* de projection à la fin de ces tems *GR*; & les *AG*, les espaces parcourus de *A* vers *F* suivant *AF* en vertu de ces vitesses pendant ces tems & malgré les résistances du milieu supposé. De sorte que le seul arc logarithmique *ARC* suffira pour déterminer tout cela, comme il a suffi seul (*Solut.*) pour construire la Courbe *ALO* de projection.

COROLLAIRE. XVI.

Les *Ga* (*Corol.* 15.) de mêmes que les *PU* (*Solut.*) exprimant ici les vitesses verticales causées à la fin des tems *AT* ou *GR*, par la pesanteur constante du corps jetté suivant quelque direction *AF* que ce soit, malgré les résis-

ſtances du milieu ſuppoſé ; il eſt preſentement aiſé de trouver tout ce que ce corps doit en avoir de la part tant de ſa peſanteur, que de ce qui lui en réſulte de la viteſſe *GF* reſtante (*Solut.*) de celle *AF* de ſa projection. Pour cela il ſuffit de conſiderer que puiſque (*Solut.*) à la fin du tems *AT* il ne lui reſte plus que *GF* de cette viteſſe *AF* de projection, il n'y a qu'à la décompoſer en l'horizontale $G\mu$, & en la verticale $F\mu$, après avoir fait $G\mu$ perpendiculaire en μ ſur *FO*, pour voir que $G\mu$ & $F\mu$ ſeront tout ce qui lui reſtera pour lors des viteſſes horizontale *AK*, & verticale *FK*, réſultantes de celle *AF* de projection ; & conſéquemment que tout ce que ce corps en aura pour lors de verticale, tant de cette part que de celle de ſa peſanteur, ſera (*Fig.* 1.) comme $Ga - F\mu$ dans les projections obliques de bas en haut, & (*Fig.* 2.) comme $Ga + F\mu$ dans les obliques de haut en bas.

COROLLAIRE XVII.

Fig. I.

D'où l'on voit que dans les projections obliques de bas en haut, le ſommet de la Courbe *ALO* de projection, c'eſt-à-dire, le plus élevé de tous ſes points *L* au-deſſus de l'horizontale *AK*, ſera celui où cette Courbe ſera rencontrée par la verticale *GX* qui partira d'un point *G* lequel donne $Ga = F\mu$, ou $Ga - F\mu = 0$; puiſque la viteſſe *Ga* de peſanteur également alors la viteſſe verticale $F\mu$ reſtante de celle de projection, le mobile ceſſera-là de monter au-deſſus de *AK*, & commencera à ſe raprocher d'elle par la ſuperiorité qu'aura après cela la premiere de ces viteſſes verticales ſur l'autre.

COROLLAIRE XVIII.

Fig. II.

Pour dans les projections obliques de haut en bas, le mobile ayant toûjours (*Corol.* 16.) $Ga + F\mu$ pour viteſſe verticale en ce ſens, il eſt manifeſte que $F\mu$ ſe trouvant nulle lorſque *Ga* ſera en *FS*, c'eſt-à-dire, lorſque la viteſſe *AF* de projection ſera entierement éteinte, & que le corps jetté de cette viteſſe & ſuivant cette direction de *A*

vers *F*, arrivera en *FO* apres (*Corol.* 1) un tems infini; il ne lui restera plus alors que *FS* ou (*hyp.*) *FE* de vitesse verticale, égale (*Solut.*) à sa terminale; & qu'ainsi le total $Ga + F\mu$ de ce qu'il en avoit, ira toûjours en s'accelerant ou en se retardant jusqu'à ce qu'il soit égal à cette terminale, selon que la verticale *KF* résultante de celle *AF* de projection, sera moindre ou plus grande que cette même terminale *FS* ou (*hyp.*) *BF*: Au contraire ce total $Ga + F\mu$ de vitesse verticale de haut en bas, demeurera toûjours le même & uniforme pendant toute la durée du mouvement, si $KF = FS = BF$; puisqu'en ce cas l'on aura partout $Ga. FS :: AG. AF :: XG. KF$ (*hyp.*) $:: F\mu. FS.$ c'est-à-dire, $Ga = K\mu$; & par conséquent $Ga + F\mu = F\mu + F\mu = KF$ (*hyp.*) $= FS = BF$. Tout cela s'accorde parfai tementavec le Corol. 11.

Il est ici à remarquer pour la suite que si dans les Fig. 1. 2. *on fait* Ub *parallele à* RG, *& qui rencontre en* b *la tangente* BSC *de l'arc logarithmique* BUC, *l'on y aura par-tout* Ra = Ub *correspondante*; *puisque* (Solut.) Ra = UQ *correspondante*, *&* FS = BF *qui doit aussi donner* Ub = UQ.

AUTRE SOLUTION.

FIG. III. IV. Soit encore la droite *AF* quelconque prise pour la vitesse de projection du corps jetté de *A* vers *F* suivant cette direction. Soit encore aussi *BF* telle que *AF* soit à *BF* comme cette vitesse de projection est à la vitesse terminale de ce mobile, c'est-à-dire, à la plus grande qu'il pût acquerir en vertu de sa pesanteur constante en tombant dans le milieu supposé. Mais au lieu des arcs logarithmiques précédens, soit presentemens une hyperbole équilaterre quelconque *CRT* entre les asymptotes orthogonales *AF*, *FC*, & qui soit rencontrée en *T*, *D*, par les ordonnées *TF*, *BD*, paralleles à *FC*, Soit de plus de l'origine *F* vers *F* sur *AF*, une abscisse quelconque *AG*, avec l'ordonnée *GR* parallele à *FC*, & qui rencontre l'hyperbole en *R*. Soit enfin *TE* parallele à *AF*, & qui rencontre *GR*, *FC*, en *P*, *E*.

Cela

Cela fait, je dis que si de chaque point G de la droite AF, pris depuis A jusqu'en F, on mene une verticale $GL = \frac{TPR}{BD}$ correspondante ; la ligne ALO, qui passera par tous les points L ainsi trouvez, sera encore la Courbe de projection qu'on demande.

Démonstr. De l'origine B vers F sur BF, soit $BU.AG :: BF.AF.$ avec l'ordonnée US parallele à FC, & qui rencontre l'hyperbole en S, après avoir été rencontrée en Q par la droite DV parallele à AF, & qui rencontre aussi FC en V. Soit de plus GF la vitesse restante de celle AF de projection après un tems quelconque appellé t; & BU l'acquise après un tems aussi quelconque θ en vertu de la pesanteur du mobile malgré les résistances supposées.

Si l'on appelle encore BF, a; AF, b; & de plus BD, m; GF, u; BU, v; GR, r; & US, s; l'hyperbole CRT donnera $u = \frac{am}{r}$, & $a - v = \frac{am}{s}$, d'où résulte $v = \frac{as - am}{s}$. Donc,

1°. Le Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 391. donnant $\frac{dt}{a} = \frac{-tu}{u}$, l'on aura ici $\frac{dt}{a} = \frac{-rdu}{am}$, ou $dt = \frac{-rdu}{m}$, & $udt = -adu$; dont les intégrales sont $t = -\int\frac{rdu}{m} = \frac{TAGR}{BD}$, & $\int udt = ab - au = BF \times AG$.

2°. Le Prob. 1. du 7. Mars dernier p. 118. & 119. donnant ici $\frac{d\theta}{a} = \frac{du}{a-u}$, l'on y aura pareillement $\frac{d\theta}{a} = \frac{sdu}{am}$, ou $d\theta = \frac{sdv}{m}$, & $vd\theta = \frac{asdv - amdv}{m}$; dont les intégrales sont $\theta = \int\frac{sdu}{m} = \frac{DBVS}{BD}$, & $\int vd\theta = \frac{a}{m} \times \int sdv - \frac{a}{m} \times mv = \frac{a}{m} \times DBUS - \frac{a}{m} \times DBUQ = \frac{a}{m} \times DQS = \frac{BF \times DQS}{BD}$.

Donc (*nomb.* 1. & 2.) $t.\theta :: \frac{TAGR}{BD}.\frac{DBVS}{BD} :: TAGR.DBUS.$

Et $\int udt.\int ud\theta :: BF \times AG.\frac{BF \times DQS}{BD} :: AG.\frac{DQS}{BD}$.

Or puisque (*hyp.*) $BU.AG :: BF.AF :: AT.BD.$ l'on aura non-seulement $BU \times BD = AG \times AT$, ou $BDQU = ATPG$; mais encore $DBUS = TAGR$: & par conse-

quent $DQS = TPR$. Donc auſſi $t.\theta :: TAGR\ TAGR$. c'eſt-à-dire, $t=\theta$; & $\int udt.\int ud\theta :: AG.\frac{TPR}{BD}$ (*Conſtruc.*) :: $AG.\ GL$.

Mais ſuivant le Lem. 2. des Mem. de 1707. pag. 226. & 386. les eſpaces ici parcourus pendant les tems t, θ, c'eſt-à-dire ici, pendant le même $TAGR$, ſont entr'eux comme les ſommes $\int udt$, $\int ud\theta$, des viteſſes u, v, en vertu deſquelles ils ont été parcourus. Donc les eſpaces ici parcourus pendant ce tems $TAGR$ (le premier en vertu de la force projectrice, & le ſecond en vertu de la peſanteur du mobile) ſont auſſi entr'eux :: $AG.\ GL$. Par conſequent en prenant AG pour le parcouru ſuivant AF en vertu de la projection pendant ce tems $TAGR$ malgré les réſiſtances ſuppoſées, l'on aura auſſi GL pour le vertical parcouru en même tems de haut en bas en vertu de la peſanteur du mobile malgré les mêmes réſiſtances du milieu ſuppoſé. Donc (comme dans la Solut. 1.) le corps ici jetté de A vers F ſuivant AF, ſera en L à la fin de ce tems $TAGR$ par le concours de la force de projection & de ſa peſanteur malgré les réſiſtances ſuppoſées ; & par-tout de même dans tous les points L trouvez comme ci-deſſus. Donc auſſi la ligne ALO, qui paſſera par tous ces points L, ſera la Courbe de projection qu'il falloit encore trouver ici.

Pour ne pas multiplier inutilement les Fig. on n'exprime point ici le cas où la projection oblique ſe feroit de haut en bas, comme l'on a fait dans la Solut. 1. *Fig.* 2. *Il n'y a qu'à concevoir ici la ligne de projection* AF *inclinée de haut en bas comme on la voit de bas en haut dans les Fig.* 3. *&* 4. *Et tout le reſte demeurant ici le même que dans ces deux Fig. la preſente Sol.* 2. *y conviendra encore avec cette ſeule difference qu'elle donnera pour lors toute la Courbe de projection* ALO *au-deſſous de l'horizontale* AK; *puiſque* AF *en ſera encore la tangente en* A. *Ce cas de projection oblique de haut en bas n'a été exprimé dans la Solut* 1. *Fig.* 2. *que pour y démontrer celui du Corol.* 10. *où la ligne de projection* ALO *eſt une veritable logarithmique : ſans cela cette Fig.* 2. *ſeroit auſſi inutile. La Fig. du cas de la viteſſe de projection égale à la termi-*

nale du corps jetté, seroit pareillement ici inutile, n'y ayant pour y satisfaire qu'à concevoir FB=FA, *ou* B *en* A *dans les Fig.* 3. *&* 4. *Enfin celles du cas des projections horizontales ne le seroient pas moins, n'y ayant non-plus qu'à concevoir* AF *horizontale en* AK, *ou* KF=0 *dans les Fig.* 1. 2. 3. 4. *pour y satisfaire.*

COROLLAIRE XIX.

Si l'on fait, dis-je, presentement *AK* perpendiculaire en *K* sur la verticale *FO*, & qui soit rencontrée en *X* par *GL* prolongée jusqu'à elle; si de plus on appelle *AG*, *y*; *FK*, *c*; & le reste comme ci-dessus: l'on aura $AF(b).AG(y)::FK(c).GX=\frac{cy}{b}$. Mais on vient de trouver (*Solut.* 2.) $GL=\frac{TPR}{BD}=\frac{DQS}{DB}=\int\frac{sdv-mdv}{m}$. Donc $XL=\frac{cy}{b}-\int\frac{sdv-mdv}{m}$ & par consequent la differentielle de *XL* sera $=\frac{cdy}{b}-\frac{sdv-mdv}{m}$: ce qui donne $\frac{cdy}{b}=\frac{sdv-mdv}{m}$, ou $\frac{s-m}{m}.\frac{c}{b}::dy.dv$. pour la plus grande des *XL*. Donc la construction éxigeant ici *AF*. *BF*:: *AG*. *BU*. ou $AF(b).BF(a)::GF(b-y).UF(a-v)$. D'où résulte $ab-bv=ab-ay$, ou $bv-ay$, qui donne pareillement $bdv=ady$, ou $b.a::dy.dv$. l'on aura ici $b.a::\frac{s-m}{m}.\frac{c}{b}$ ou $as-am=mc$; & conséquemment $s=\frac{am+cm}{a}$, c'est-à-dire, $US=\frac{BF+FK}{BF}\times BD$ pour le cas de la plus grande *XL*. D'où l'on voit que lorsque *US* sera de cette valeur, le point *L* sera le plus élevé de tous ceux de la Courbe *ALO* au-dessus de l'horizontale *AK*; & qu'ainsi *XL* sera pour lors la sublimité du jet.

L'on aura aussi ce point *L* le plus élevé de tous ceux de la Courbe *ALO* au-dessus de l'horizontale *AK*, lorsque $GR=\frac{BF+FK}{AF}\times BD$; puisque la construction donnant $BF.AF::UF.GF::GR.US=\frac{AF\times GR}{BF}$. doit aussi donner pour lors $\frac{AF\times GR}{BF}=\frac{BF+FK}{BF}\times BD$, ou $GR=\frac{BF+FK}{AF}\times BD$.

COROLLAIRE XX.

De ce que (*Corol.* 19.) $GX = \frac{cy}{b} = \frac{FK \times AG}{AF}$, & que (*Solut.* 2.) $GL = \frac{TPR}{BD}$; l'on aura aussi $XL(GX - GL) = \frac{FK \times AG}{AF} - \frac{TPR}{BD}$. D'où l'on voit que lorsque $\frac{TPR}{BD} = \frac{FK \times AG}{AF}$ c'est-à-dire, lorsque $TPR = \frac{FK \times AG}{AF} \times BD$ (l'hyperbole donnant $\frac{AT}{BF} = \frac{BD}{AF}$) $= \frac{FK \times AG \times AT}{BF} = \frac{FK}{BF} \times ATPG$, ou lorsque $TPR . ATPG :: FK . BF$. la Courbe ALO vient rencontrer, ou plûtôt rencontre en effet l'horizontale AK en l; & qu'ainsi Al est l'amplitude horizontale du jet fait ici suivant AF, comme (*Corol.* 19.) XL en est la sublimité lorsque $US = \frac{BF + FK}{BF} \times DB$, ou $GR = \frac{BF + FK}{AF} \times BD$.

COROLLAIRE XXI.

La précédente Solut. 2. nomb. 1. & 2. donnant $t = \frac{TAGR}{BD}$, $\int udt = BF \times AG$, $\theta = \frac{DBVS}{BD}$, & $\int vd\theta = \frac{BF \times DQS}{BD}$, fait voir

1°. Que les tems (t) à la fin desquels se trouveroient les vitesses GF (u) restantes de celle (AF) de projection, laquelle dans un milieu sans résistance ni action auroit été uniforme, seroient ici entr'eux comme les aires hyperboliques $TAGR$ correspondantes; ainsi qu'on l'a déja vû dans le corol. 8. du Prob. 1. des Mem. de 1707. p. 393. & 394.

2°. Que les espaces ($\int udt$) parcourus en vertu de ces vitesses restantes GF (u) pendant ces tems correspondans $TAGR$ (t), seroient aussi entr'eux comme les AG correspondantes, c'est-à-dire, comme les vitesses perduës de celle (AF) de projection pendant ces tems, ainsi qu'on l'a pareillement vû dans le même Corol. 8. du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 393. & 394.

3°. Que les tems (θ) à la fin desquels se trouveroient les vitesses acquises BU (v), c'est-à-dire, pendant lesquels le mobile les acquieroit en vertu de sa pesanteur malgré les résistances supposées, seroient de même entr'eux comme

es aires hyperboliques *DBUS* correſpondantes, ainſi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 12. du Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 124.

4°. Que les eſpaces ($\int ud\theta$) parcourus en vertu de ces viteſſes acquiſes *BU* (v) pendant ces tems correſpondans *DBUS* (θ), ſeroient pareillement entr'eux comme les trilignes hyperboliques *DQS* correſpondans, ainſi qu'on l'a auſſi vû dans le Corol. 13. du même Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 124. & 125.

De ce que AG *ne peut devenir égale à* AF *que lorſque le tems* TAGR *le ſeroit à l'infini* CTAFC, *il ſuit encore de la précédente Solut.* 2. *que le corps qui décrit la Courbe de projection* ALO, *ne ſçauroit arriver à la verticale* FO *qu'après un tems infini; & qu'ainſi cette verticale doit être ici une aſymptote de cette Courbe comme dans les Corol.* 1. *&* 6. *de la Solut.* 1. *Tous les autres Corollaires de cette Solut.* 1. *ſuivront pareillement de la précédente Solut* 2. *dont voici l'accord avec celle-là.*

IDENTITÉ

De la Courbe de projection ALO *de la précédente Solut.* 2. *avec celle de la Solut.* 1.

Pour trouver l'équation de cette Courbe *ALO* conſtruite comme dans la Solut. 2. ſoient encore ici les mêmes noms que dans cette Solut. 2. & de plus $y = AG$, & $x = GL$ (*conſtr.*) $= \frac{TPR}{BD} = \frac{TPR}{m}$, ou $mx = TPR$. Cela poſé, puiſqu'on vient de trouver (*Solut.* 2. *nom.* 2.) $\frac{a}{m} \times \int s\,dv - \frac{a}{m} \times mv = \frac{a}{m} \times DQS = \frac{a}{m} \times TPR$, l'on aura pareillement ici $mx = \int s\,dv - mv$ & (en differentiant) $mdx = s\,dv - mdv$. Mais le commencement de la démonſtration de la Solut. 2 donne $a - u = \frac{am}{s}$, ou $s = \frac{am}{a-u}$. Donc $mdx = \frac{am\,dv}{a-u} - mdu = \frac{am - am + mv}{a-v} \times dv = \frac{mv\,dv}{a-v}$, ou $dx = \frac{v\,dv}{a-v}$. Or ſuivant la conſtruction de cette ſeconde Solution, l'on

aura ici $AF(b). BF(a)::AG(y). BU(v) = \frac{ay}{b}$. D'où résulte $dv = \frac{ady}{b}$, $vdv = \frac{aaydy}{bb}$, $a - v = a - \frac{ay}{b} = \frac{ab - ay}{b}$; & par conséquent $\frac{vdv}{a-v} = \frac{aydy}{bb-by}$. Donc $dx = \frac{aydy}{bb-by}$ sera l'équation de la précédente Courbe *ALO* trouvée dans la Solut; 2. D'où l'on voit & du Corol. 3. que cette Courbe de projection est précisément la même que celle de la Solut. 1. & qu'ainsi ces deux Solutions se confirment mutuellement.

REMARQUE

Touchant la Parobole que le corps jetté ci-devant dans un milieu résistant en raison des vitesses ausquelles il s'oppose, auroit décrite si ce milieu eût été sans résistance.

FIG. V. I. Tout ce qu'on voit dans la Fig. 5. de ce qui se trouve dans les Fig. 1. 2. de la Solut. 1. demeurant ici le même que là, il s'agit de trouver la Parobole que le corps jetté ci-devant de *A* vers *F* suivant *AF*, auroit décrite dans un milieu sans résistance.

Soit prise (sur la droite *ATC*) $AH = FS$, ou soit menée *SH* parallele à *FA*; & après avoir tiré la droite * *HF*, soit par-tout *TM* parallele à cette droite *HF*; & du point *M*, où elle rencontre *AF*, soit la verticale $MF = \frac{AT \times AT}{2FS}$: Je dis que la Courbe *ANO*, qui passera par tous les points *N* ainsi trouvez, sera la Parabole cherchée, laquelle aura $\frac{2AF \times AF}{FS}$ pour son parametre en *A*.

* *C'est un hazard que* TV *passe ici par le point d'intersection des droites* AS, HF, *cela n'étant pas necessaire.*

Demonst. En prenant encore ici l'abscisse quelconque *AT* sur *AC*, pour le tems écoulé, & *AF* pour la vitesse de projection de *A* vers *F* suivant *AF*; il est manifeste que dans un milieu sans résistance l'on auroit $AT \times AF$ pour la somme des vitesses qui auroit eu le mobile dans tous les instants du tems *AT* en vertu de la force de projection, & $\frac{AT \times AT}{2}$ pour la somme de ce qu'il y en auroit encore eu de verticale pendant ce même tems en vertu de sa pesanteur supposée

constante. Donc suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. l'espace que ce corps auroit parcouru suivant *AF* en vertu de la premiere de ces sommes de vitesses pendant le tems *AT* dans un milieu sans résistance, est à ce qu'il y en auroit parcouru de vertical de haut en bas en vertu de la seconde pendant le même tems : : $AT \times AF . \frac{AT \times AT}{2}$: : $\frac{AT \times AF}{AH} . \frac{AT \times AT}{2AH}$ (à cause de $AH = FS$, & de $AH . AF$: : $AT . AM = \frac{AT \times AF}{AH}$) : : $AM . \frac{AT \times AT}{2AH}$: : $AM . \frac{AT \times AT}{2FS}$ (*constr.*) : : $AM . MN$. Par conséquent en prenant *AM* pour le premier de ces espaces, l'on aura aussi *MN* pour le second. Donc la ligne *ANO*, qui passera par tous les points *N* trouvez comme ci-dessus, sera la Parabole que le mobile jetté suivant *AF* auroit décrite dans un milieu sans résistance.

Pour trouver presentement le parametre en *A* de cette Parobole, soit ce parametre appellé *p*; la nature de la Parabole donnera $MN = \frac{AM \times AM}{p}$. Mais on vient de trouver $AM = \frac{AT \times AF}{AH}$ (à cause de $AH = FS$) $= \frac{AT \times AF}{FS}$. Donc $MN = \frac{\overline{AT \times AF}^2}{p \times \overline{FS}^2}$. Mais la Construction donne aussi $MN = \frac{AT \times AT}{2FS}$. Donc $\frac{AT \times AT}{2FS} = \frac{\overline{AT \times AF}^2}{p \times \overline{FS}^2}$, ou $\frac{1}{2} = \frac{AF \times AF}{p \times FS}$, d'où résulte $p = \frac{2AF \times AF}{FS}$ pour le parametre cherché en *A*; de sorte que $\frac{FS \times AM \times AM}{2AF \times AF} = MN$ sera l'équation de la Parabole *ANO* par rapport à son diametre en *A* : aussi en substituant ici à la place de *AM* sa valeur $\frac{AT \times AT}{FS}$ trouvée ci-dessus, en résultera-t-il $\frac{AT \times AT}{2FS} = MN$ conformément à la construction. *Ce qui est tout ce qu'il falloit ici trouver.*

II. La Solut. 2. donne encore la même chose, tout ce qu'on voit dans la Fig. 6. de ce qui se trouve dans les Fig. 3. 4. demeurant encore ici le même que là. En effet, si l'on prend presentement ici par-tout $AM = \frac{TAGR}{AT}$ sur *AE*, & Fig. VI.

la verticale $MN = \frac{AM \times AM \times BF}{2AF \times AF}$: Je dis que la Courbe ANO, qui passera par tous les points N ainsi trouvez, sera encore la Parabole que le corps jetté ci-devant de A vers F suivant AF, auroit décrite dans un milieu sans résistance ; & qu'elle aura $\frac{2AF \times AF}{BF}$ pour son parametre en A, lequel on va voir être le même que le précédent (*art.* 1. *Fig.* 5.) $\frac{2AF \times AF}{FS}$ déduit de la même projection supposée faite dans un milieu sans résistance.

Démonstr. En prenant (suivant le nomb. 1. de la Démonst. de la Solut. 2.) $\frac{TAGR}{BD}$ pour le tems écoulé, & encore AF pour la vitesse de projection en A suivant AF ; il est encore manifeste que dans un milieu sans résistance l'on auroit eu $\frac{TAGR \times AF}{BD}$ pour la somme des vitesses suivant AF, qui auroit eu le mobile dans tous les instants du tems $\frac{TAGR}{BD}$ en vertu de la force de projection, & $\frac{\overline{TAG}^2}{2 \times \overline{BD}^2}$ pour la somme de ce qu'il y en auroit eû de verticales pendant ce même tems en vertu de sa pesanteur constante. Donc suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, p. 117. l'espace que ce corps auroit parcouru suivant AF en vertu de la premiere de ces sommes de vitesses pendant le tems $\frac{TAGR}{BD}$ dans un milieu sans résistance, est à ce qu'il y en auroit parcouru de vertical de haut en bas en vertu de la seconde pendant le même tems : : $\frac{TAGR \times AF}{BD}$. $\frac{\overline{TAGR}^2}{2 \times \overline{BD}^2}$: : $TAGR$. $\frac{\overline{TAGR}^2}{2AF \times BD}$: : $\frac{TAGR}{AT}$. $\frac{\overline{TAGR}^2}{2AF \times AT \times BD}$ (l'hyperbole CRT donnant BF. AF : : AT. $BD = \frac{AF \times AT}{BF}$) : : $\frac{TAGR}{AT}$. $\frac{\overline{TAGR}^2 \times BF}{2 \times AF \times \overline{AT}^2}$ (la construction donnant $AM = \frac{TAGR}{AT}$) : : AM. $\frac{\overline{AM}^2 \times BF}{2 \times \overline{AF}^2}$ (*const.*) : : AM. MN. Par conséquent en prenant AM pour le premier de ces espaces, l'on aura aussi MN pour le second. Donc la ligne ANO ; qui

qui passera par tous les points *N* trouvez comme ci-dessus, sera encore la Parobole que le corps jetté de *A* vers *F* suivant *AF*, auroit ici décrite dans un milieu sans résistance

L'équation de cette Parabole étant (*conft.*) $MN = \frac{AM \times AM \times BF}{2AF \times AF}$, il est encore manifeste qu'elle aura $\frac{2AF \times AF}{BF}$ pour son parametre en *A*. Et comme il s'agit ici (*hyp.*) de la même vitesse *AF* de projection que dans l'art. 1. & de la même vitesse terminale du corps jetté suivant cette direction; le rapport de la premiere de ces deux especes de vitesses à la seconde, doit être la même ici que là. Mais (*Solut.* 1.) ce rapport est :: *AF. AS.* dans l'art. 1. Fig. 5. Et (*Solut.* 2.) :: *AF. BF.* dans le present art. 2. Fig. 6. Donc (*Fig.* 5. & 6.) *AF. FS* :: *AF. BF.* D'où résulte $FS = BF$; en supposant *AF* la même de part & d'autre; & par consequent aussi $\frac{2AF \times AF}{FS} = \frac{2AF \times AF}{BF}$: c'est-à-dire, que le parametre $\frac{2AF \times AF}{FS}$ au point *A* de la Parabole *ANO* trouvée dans l'art. 1. Fig. 5. est égal à celui $\frac{2AF \times AF}{BF}$ qu'on lui vient de trouver (*Fig.* 6.) en ce même point *A*; & qu'ainsi cette Parabole est la même de part & d'autre. *Ce qu'il falloit encore démontrer.* FIG. V. VI.

Ce qu'on voit démontré dans l'art. 2. de la Remarque précédente sur la Fig. 6. qui, ayant AF *inégale à* BF, *n'exprime que le cas où la vitesse de projection suivant* AF, *le seroit à la terminale du corps jetté, peut aisément s'appliquer au cas d'égalité entr'elles, en y concevant* A *en* B, *ou* B *en* A. *Pour dans la Fig. 5. il n'y a qu'à y concevoir* AF *à* FS *en raison de ces vitesses, sans y rien changer.*

Au reste nous n'avons consideré jusqu'ici la vitesse de projection que comme une vitesse simple; ce qui nous a dispensé d'avoir égard aux vitesses d'ascension dans les projections obliques de bas en haut, les restantes de celles de projection dans le milieu résistant nous ayant suffi avec les accelerées de descente pour en composer le mouvement qui doit faire tracer

au corps jetté suivant quelque direction que ce soit dans ce milieu résistant en raison des vitesses ausquelles il s'oppose, la Courbe de projection demandée. Mais Mrs Newton & Hughens l'ayant déterminée en ayant égard à cette vitesse d'ascension retardée par la pesanteur constante du mobile & par la résistance du milieu supposé, en considerant le mouvement de projection oblique comme composé d'un horizontal & d'un vertical; nous la déterminerons aussi de cette maniere pour faire voir l'accord de nos Solutions avec les leurs : ce sera pour un autre Memoire, celui-ci étant déja assez long.

EXPERIENCES ET REMARQUES

Sur la dilatation de l'air par l'eau boüillante.

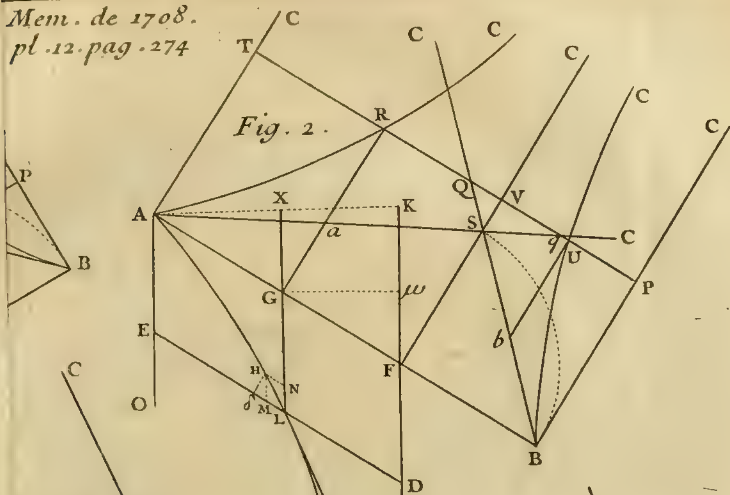
PAR M. DE LA HIRE.

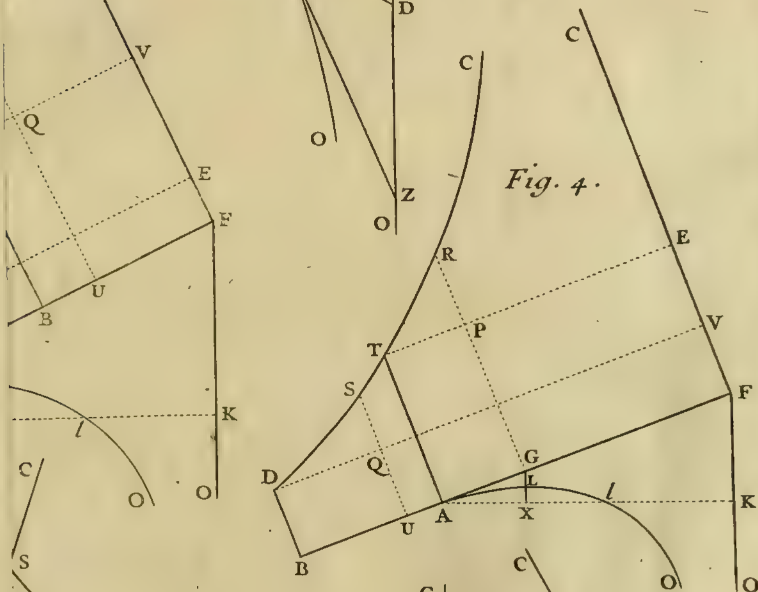
1708. 24. Juillet. IL y avoit déja long-tems que M. Amontons avoit reconnu par quelques experiences, que la chaleur de l'eau boüillante ne pouvoit dilater l'air que jusqu'à un certain terme, quelque fût le degré du feu qui fit boüillir l'eau, lorsqu'il proposa à l'Academie dans l'année 1702 la construction d'un Thermometre qui servît à connoître par toute la terre le rapport de la chaleur de l'air.

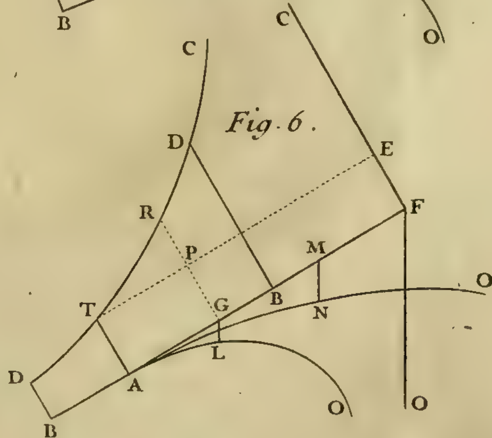
Il se servit pour faire son experience d'une machine fort ingenieuse, mais assez composée & difficile dans l'execution, par le moyen de laquelle il comprimoit l'air renfermé dans une phiole de verre, par 27 pouces de mercure au delà de sa compression exterieure par la charge de toute l'atmosphere. Cette phiole étoit jointe à un tuyau de verre recourbé, & il y avoit du mercure dans le tuyau à 27 pouces au-dessus de celui qui étoit dans la phiole. Sa machine servoit à mettre le mercure à cette hauteur.

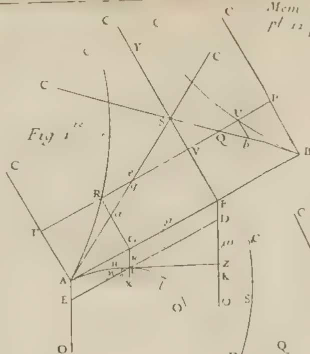
Il plongea ensuite cette phiole avec son tuyau recour-

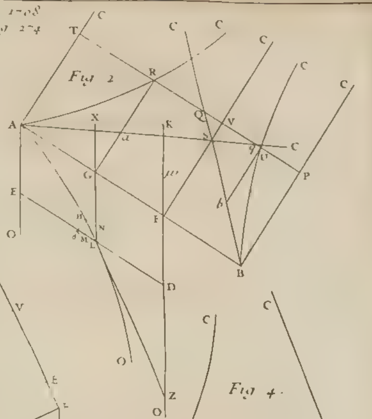
Mem. de 1708.
pl. 12. pag. 274

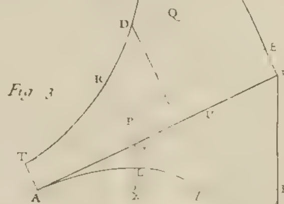


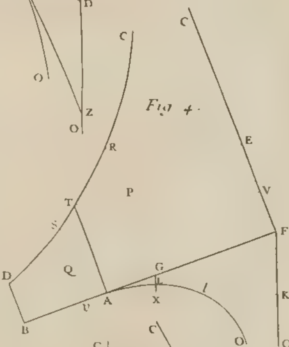


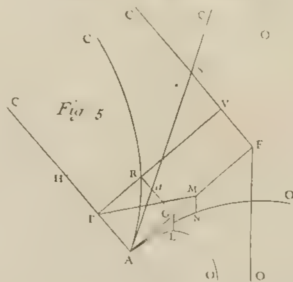


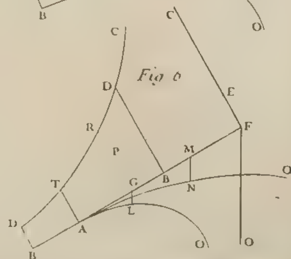












Berey sculp.

bé dans de l'eau froide qu'il mit sur le feu jusqu'à la faire boüillir fortement ; & cette experience s'étant faite en presence de l'Academie, l'on remarqua que l'eau étant boüillante, quoiqu'on augmentât le feu, le mercure qui étoit soûtenu dans le tuyau, ne s'y élevoit pas plus que lorsqu'elle avoit commencé à boüillir. Cette experience me parut fort curieuse ; mais je ne voyois pas pourquoy il l'avoit faite avec de l'air comprimé par 27 pouces de mercure au-delà de sa compression naturelle, pour en conclure ensuite que l'air tel qu'il est sur la terre sans une autre compression que celle de la charge de l'atmosphere, se dilatoit par l'eau boüillante environ du tiers de ce qu'il étoit auparavant ; car dans toutes ces conclusions il faut necessairement se servir de plusieurs suppositions de la nature de l'air, dont nous ne pouvons pas assurer que nous ayons une connoissance très-parfaite.

Je ne sçai si les premieres experiences que fit M. Amontons, ne l'avoient pas engagé insensiblement à chercher des moyens pour executer ce qu'il avoit pensé, sans faire attention qu'il l'auroit pû faire d'une autre maniere bien plus simple & par consequent plus juste. C'est ce qui m'a obligé depuis à faire les experiences suivantes de la dilatation de l'air & de la force qu'il a lorsqu'il est échauffé par l'eau-boüillante, pour soûtenir une certaine hauteur de mercure, sans avoir aucune charge étrangere ni aucune compression plus grande que celle qui lui vient de la pesanteur de toute l'atmosphere dans le tems & dans le lieu de l'experience.

J'ai pris un tuyau de verre *ABC* recourbé en *B*, & j'ai attaché à son extremité *C* une phiole ou bouteille *D* de deux pouces de diametre ; le tuyau étoit ouvert en *A*, & avoit $\frac{1}{4}$ de ligne de diametre interieur. C'étoit-là la bouteille & le tuyau dont M. Amontons s'étoit servi : mais comme il n'est pas possible de verser du mercure dans le tuyau sans comprimer l'air de la bouteille, j'ay attaché au-dessus de la bouteille un autre petit tuyau *EF* qui étoit très-délié, & qui s'ouvrant dans la bouteille FIG. I.

servoit à laisser sortir l'air, à mesure qu'on versoit du mercure par le tuyau *A*, ensorte qu'ayant mis du mercure dans le tuyau *ABC* environ à 2 lignes plus haut que l'entrée du tuyau dans la bouteille, j'ai scellé l'extremité *F* du petit tuyau *EF*, le mercure étant à même hauteur dans la bouteille & dans le tuyau *AB*; & par consequent l'air de la bouteille n'étant pas plus comprimé que l'air exterieur, ce que M. Amontons n'avoit pas pû faire en versant son mercure dans le tuyau, comme il l'avouë lui-même dans les Memoires de 1699, où il rapporte ses premieres experiences; & c'est sans doute pourquoi il l'avoit comprimé jusqu'à 27 pouces au-delà de la charge de l'atmosphere, pour lui donner une compression à peu près double de celle qu'il a ordinairement.

J'ai observé dans le même tems la hauteur du Barometre qui étoit de 27 pouc. 7 lig. $\frac{1}{2}$, & mon Thermometre étoit à 42 parties, lequel est toûjours à 48 au fond des Caves de l'Observatoire, ce que j'appelle l'état moyen de l'air entre le froid & le chaud, le tems étoit humide avec un vent Sud. C'étoit le 11 Decembre 1705. J'ai mis aussi-tôt la bouteille dans l'eau & l'eau sur le feu, ensorte qu'ayant fait boüillir l'eau à gros boüillons, le mercure s'est élevé dans le tuyau *AB* à 8 pouces 5 lignes au-dessus de celui qui étoit dans la bouteille Mais le tiers de 27 pouc. 7 lig. $\frac{1}{2}$ est 9 pouc. 2 lignes $\frac{1}{2}$; & par consequent l'air tel qu'il étoit alors ayant été dilaté par la chaleur de l'eau boüillante, n'a pas soûtenu une hauteur de mercure égale au tiers de la pesanteur de l'atmosphere, mais moins, puisqu'il s'en est fallu 9 lignes $\frac{1}{2}$.

J'ai réïteré cette operation le 16 Fevrier de l'année 1706 avec la même phiole dont je m'étois servi la premiere fois & où j'avois laissé le mercure, le petit tuyau étant toûjours scellé; mais alors le Thermometre n'étoit qu'à 38 parties; & par consequent l'air de la phiole étoit plus resserré que dans la premiere experience puisqu'il étoit plus froid, & de plus le Barometre étoit à 28 pouces 5 lignes, donc l'atmosphere pesoit 9 lignes $\frac{1}{2}$ de mer-

entre plus que la premiere fois. Par ces deux causes le mercure devoit être descendu dans le tuyau où je l'avois laissé en experience, aussi étoit-il plus bas que celui de la phiole de 1 pouce 6 lignes.

C'est pourquoi j'ouvris le bout du petit tuyau du dessus de la phiole pour donner la liberté à l'air exterieur d'agir sur le mercure de la phiole, & aussi-tôt le mercure du tuyau se mit à peu prês à même hauteur que celui du dedans de la phiole. Ensuite je scellai de nouveau le petit tuyau, & je mis la phiole dans l'eau que je fis boüillir. Mais je remarquai que le mercure ne s'éleva dans cette seconde experience que de 8 pouces seulement au-dessus du niveau de celui de la phiole, ce qui est 5 lignes moins que la premiere fois, & moins que le tiers de la pesanteur de l'atmosphere de 14 lignes $\frac{1}{2}$.

Cependant l'air étant plus froid & plus pesant, & par consequent y ayant une plus grande quantité de ses particules à ressort renfermées dans le même espace qui étoit la bouteille, il semble que la chaleur de l'eau boüillante, qui étoit la même dans les deux experiences, devoit pousser plus loin son effort & soûtenir une plus grande hauteur de mercure; mais ayant trouvé le contraire, il faut necessairement avoüer que nous ne connoissons pas la nature de l'air, ou bien nous pouvons dire que la charge de l'atmosphere qui agissoit sur le mercure du tuyau, avoit plus de force à repousser & presser l'air de la phiole, que l'eau boüillante n'en avoit pour faire monter le mercure, en étendant & déployant ces mêmes ressorts de l'air qui étoient enfermez dans la phiole.

Il est vrai que dans la supposition de M. Mariotte dont s'étoit servi M. Amontons pour en déduire la dilatation de l'air par l'eau boüillante à un tiers plus qu'il n'étoit dans son état naturel, & comme je l'ai démontré en supposant que les ressorts de l'air se compriment dans la raison réciproque des charges, nous devons trouver qu'il y aura toûjours même raison de la pesanteur de l'atmosphere à la pesanteur du mercure élevé dans le tuyau à

une certaine hauteur, que de la compreſſion de l'air par la peſanteur de l'atmoſphere, à l'effort que fait le mercur eélevé dans le tuyau pour comprimer la quantité d'air qui étoit d'abord renfermé dans la phiole, & cet effort eſt ce que nous appellons la dilatation des reſſorts de l'air par l'eau boüillante pour ſoûtenir un poids quoiqu'en effet ces reſſorts ne ſoient pas dilatez. Car la chaleur de l'eau boüillante agiſſant ſur l'air renfermé dans la phiole, n'en change pas ſenſiblement le volume pendant qu'elle oblige le mercure à monter dans le tuyau à une certaine hauteur qui lui fait équilibre ; c'eſt donc cette hauteur de mercure dans le tuyau qui fait toûjours équilibre avec l'effort de l'eau boüillante ſur l'air de la phiole : enſorte que l'air de la phiole doit être alors conſideré comme etant comprimé par la peſanteur de l'atmoſphere plus la hauteur du mercure dans le tuyau, lequel n'étoit auparavant comprimé que par la ſeule peſanteur de l'atmoſphere. Et comme les volumes de l'air de la phiole doivent être en raiſon réciproque des charges ; ce ſera la même choſe que ſi nous avions introduit dans la phiole, dans laquelle le mercure ne change pas ſenſiblement de hauteur, une quantité d'air comprimé par les deux cauſes de la peſanteur de l'atmoſphere & du mercure du tuyau, laquelle eût même raiſon à la quantité d'air naturel qui étoit dans la phiole, & qui y ſeroit auſſi comprimé par ces deux mêmes cauſes, que la peſanteur de la hauteur du mercure dans le tuyau auroit à la peſanteur de l'atmoſphere ſur une même baſe. Par exemple,

Si la peſanteur de l'atmoſphere étoit meſurée par 27 pouces de hauteur de mercure, & la hauteur du mercure dans le tuyau de 9 pouces, & que la capacité de la phiole fût de 4 pouces, laquélle eſt d'abord pleine d'air comprimé par la peſanteur de l'atmoſphere avant que le mercure fût élevé dans le tuyau ; lorſque le mercure ſe ſera élevé dans le tuyau à 9 pouces, la phiole demeurant toûjours pleine d'air, il faudroit que cet air y fût comprimé par rapport à ce qu'il étoit auparavant dans la raiſon réci-

proque des charges qui eſt de 27 à 36, ou de 3 à 4. Ainſi ce ſeroit la même choſe que ſi l'on avoit introduit dans la phiole un pouce de cet air comprimé, & ce pouce d'air comprimé ſeroit la meſure de l'effort par rapport aux 3 pouces où l'air de toute la phiole ſeroit réduit, lequel feroit équilibre avec les 9 pouces de hauteur de mercure dans le tuyau. D'où il ſuit que cette quantité ſuppoſée d'air introduit dans la phiole, qui eſt la meſure de l'effort de l'eau boüillante ſur l'air de la phiole, puiſque c'eſt l'eau boüillante qui fait cet effort, aura toûjours même raiſon à la quantité d'air naturellement comprimé dans la phiole, que la hauteur du mercure dans le tuyau, à la hauteur du mercure qui fait équilibre avec la peſanteur de toute l'atmoſphere.

Si nous examinons donc nos deux experiences par cette regle, nous aurons dans la premiere l'effort de l'eau boüillante par rapport à la peſanteur de l'atmoſphere comme 8 pouces 5 lignes à 27 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$, ce qui eſt comme 10 à 33 à très-peu près : mais dans la ſeconde on l'a comme 8 pouces à 28 pouces 5 lignes, ce qui eſt comme 10 à 35 $\frac{1}{2}$ à très-peu près. D'où l'on voit que ce rapport eſt aſſez éloigné du tiers de la peſanteur de l'atmoſphere, & beaucoup plus éloigné dans la ſeconde que dans la premiere. M. Amontons ne dit pas auſſi le tiers, car il ne l'avoit jugé que par induction, mais à peu près le tiers.

Tout le raiſonnement que nous avons fait de la dilatation de l'air par l'eau boüillante, eſt fondé ſur les deux connoiſſances que nous avons de la nature de l'air ; ſçavoir que c'eſt un corps fluide, & que ſes parties ſont capables de reſſort ; car pour ſa peſanteur elle ne doit pas être conſiderée dans ſes experiences, l'air ayant trop peu de hauteur dans la phiole où il eſt renfermé. Ainſi il eſt évident que les proprietez des corps fluides ou liquides & des corps à reſſort, conviendront à l'air tout enſemble dans ces experiences.

C'eſt pourquoi le mercure ne doit s'élever qu'à une certaine hauteur dans le tuyau, où il ait aſſez de force

pour bander les ressorts de l'air pour lui faire équilibre ; & cette hauteur sera la même au-dessus de la superficie du mercure qui touche l'air comprimé, soit qu'il y en ait beaucoup d'air ou beaucoup de ressorts, ou qu'il y en ait peu : car les ressorts se soûtiennent tous les uns les autres, & enfin ils sont soûtenus par les parois du vase qui les renferme.

FIG. III. Cela paroît d'autant plus vrai-semblable que si l'on prend une de ces phioles avec son tuyau *ABDE*, & qu'on y verse du mercure par le tuyau *ED* jusqu'à ce que le mercure soit élevé en *E* dans le tuyau *DE* qui est ouvert, & seulement en *F* dans le tuyau *DB* qui tient à la phiole *AB* & au-dessous de *B*, il est certain que l'air de la phiole & de la partie *BF* du tuyau *BD* sera plus comprimé que l'air exterieur, puisqu'il est chargé d'une hauteur de mercure *EF* ; & alors si l'on vient à retrancher toute la phiole, ou à fermer sa communication en *B* avec le tuyau *BD*, on jugera que le mercure ne laissera pas de rester dans son même état en *F*, & qu'il ne montera ni ne descendra pas dans le tuyau *BD*, quoique l'air comprimé en *BF* n'ait plus de communication avec celui de la phiole qui est aussi comprimé de même. Il semble donc que dans ces experiences il seroit indifferent que la phiole fût petite ou grande par rapport à la grosseur du tuyau.

Cependant comme on sçait que les ressorts n'ont pas une compression ni une extension infinie, & que l'une & l'autre doit avoir des bornes ; il s'ensuit qu'à la rigueur elles ne doivent pas suivre les raisons des charges qui compriment les ressorts, même pour un petit changement de charge : c'est-pourquoi il y a lieu de soupçonner que cette seule cause peut faire des varietez dans les experiences de la compression & de la dilation de l'air. Et comme il peut y avoir encore dans le fluide de l'air composé de particules à ressort, quelque proprieté particuliere qui ne nous est pas connuë, & qui empêche ce corps d'agir de la même maniere que les autres corps liquides, j'ai fait pour tâcher d'en découvrir quelque cho-

se, l'experience suivante qui est en quelque façon semblable aux premieres, mais fort differente dans la proportion du tuyau à la quantité d'air renfermé qui doit être dilaté par l'eau boüillante.

J'ai pris un tuyau de verre *ABC* coudé en siphon, dont la branche *AB* avoit 15 pouces de longueur, l'autre *BC* n'en avoit que 8, & son extremité étoit tirée en tuyau capillaire *CF*. Le diametre interieur de ce siphon avoit 3 lignes. J'ai mis ensuite du mercure dans le siphon renversé, & le mercure s'élevant également dans les deux branches du siphon, je n'ai laissé dans la plus courte branche *BC* que 3 pouces de hauteur d'air depuis *D* jusqu'en *C*. Alors j'ai scellé l'extremité *F* du tuyau capillaire, & aussi-tôt j'ai mis le tuyau dans l'eau, & l'eau étant sur le feu je l'ai fait boüillir. J'ai observé ensuite que le mercure ne s'est élevé dans la longue branche *AB* que de 1 pouce 8 lignes $\frac{1}{2}$ au-dessus du niveau de celui où il étoit d'abord dans la courte branche *BC*; mais le mercure descendoit autant dans la courte branche qu'il montoit dans la grande qui étoit ouverte par le haut; donc le mercure étoit élevé dans la longue branche de 3 pouces 5 lig. au-dessus de celui qui étoit dans la plus courte, quand l'eau boüillante eut dilaté l'air qui y étoit renfermé. Mon Barometre étoit alors à 28 pouc. 3 lig. & mon Thermometre marquoit 36 parties $\frac{1}{2}$. Fig. II.

On voit que cette experience où les 3 pouc. de hauteur d'air renfermé dans le tuyau *BC* representent une très-petite phiole par rapport au gros tuyau *AB* où le mercure s'élevoit, ne donne rien qui approche des deux premieres que j'ai faites. Mais comme l'air dilaté par la force de l'eau boüillante, occupoit un plus grand espace que celui qu'il avoit auparavant, ce qui n'étoit pas dans les premieres experiences, il ne doit pas soûtenir une aussi grande hauteur de mercure qu'il en soûtenoit. Et si l'on cherche par les regles de la compression de l'air suivant la raison réciproque des charges, la quantité de mercure qu'il auroit fallu ajoûter dans le long tuyau

AB pour réduire l'air échauffé ou dilaté par l'eau boüillante, à son premier volume de 3 pouces, on trouvera qu'il faudroit qu'il y en eût eu plus de 21 pouces : car on feroit comme 3 pouces d'air renfermé dans le tuyau, est à 31. pouc. 8. lig. qui est la pesanteur de l'atmosphere plus le double de la dilatation de l'air dans le tuyau fermé ; ainsi 4 pouc. 8 lig. $\frac{1}{2}$ qui est tout l'air qui s'est dilaté dans le tuyau fermé, est à la hauteur de 49 pouc. 8 lig. $\frac{1}{2}$ dont il faut ôter la pesanteur de l'atmosphere de 28 pouc. 3 lig. plus la descente du mercure dans le tuyau fermé de 1 p. 8 lig. $\frac{1}{2}$, & il restera 19 pouc. 9 lig. de hauteur de mercure dans le tuyau ouvert au-dessus de celui de l'autre tuyau qui devroit réduire l'air du tuyau fermé, & lequel est dilaté par la force de l'eau boüillante, à 3 pouc. qui étoit son premier volume ; cependant il ne devroit y avoir que 9 pouces $\frac{1}{2}$ environ qui est le tiers de la pesanteur de l'atmosphere. Je connois donc par-là que la quantité d'air renfermé contre lequel la chaleur de l'eau boüillante fait effort peut apporter de grandes varietez dans ces experiences, & il s'ensuivroit qu'une petite quantité d'air dilaté par l'eau boüillante feroit plus d'effort qu'une plus grande.

J'ai fait aussi une autre experience au sujet de ce que M. Nuguet a publié dans les Memoires de Trevoux au mois d'Octobre 1705. Il dit qu'ayant remarqué dans les Memoires de l'Academie que M. Amontons avoit avancé, que l'air se dilatoit du tiers de son volume naturel par la chaleur de l'eau boüillante, il avoit fait trois experiences differentes pour s'en assurer.

Par la premiere M. Nuguet trouve que l'air naturellement comprimé comme il l'est sur la terre, se dilatoit par la chaleur de l'eau boüillante, ensorte que l'espace qu'il occupoit alors étoit à son espace naturel, comme 2 à 1, ou comme 4 à 2, & non-pas comme 4 à 3 suivant M. Amontons ; & il remarque fort judicieusement que dans son experience cet air n'étoit pas encore autant dilaté qu'il le pouvoit être, à cause qu'une partie de cet air di-

laté étoit environné d'eau froide ; mais il ne dit pas qu'il y avoit encore une autre cause qui l'empêchoit de se dilater autant qu'il auroit dû ; & c'est la pesanteur de l'eau froide qui étoit élevée au-dessus du trou qu'il avoit fait au fond de la phiole qui trempoit dans cette eau.

M. Nuguet fit sa seconde experience d'une maniere differente de la premiere, & il trouva que l'air dilaté étoit à l'air naturel comme 16 à 1 : mais comme il ne fait pas encore attention à la hauteur de l'eau du chaudron qui comprimoit l'air dilaté par le trou qui étoit au bas de la phiole, il auroit dû trouver une plus grande dilatation de l'air.

La troisiéme experience de M. Nuguet lui donna encore le rapport de l'air dilaté à l'air naturel comme 16 à 1: mais je ne sçai comment il l'a pû faire suivant ce qu'il dit; car aussi-tôt que l'eau froide entre dans la phiole qui est plongé dans l'eau boüillante, la phiole doit se casser.

Je remarque sur ces trois experiences que la premiere est extrêmement écartée des deux autres, ce qui n'auroit pas dû arriver par la seule cause qu'il y rapporte.

C'est la derniere de M. Nuguet que j'ai faite dans toutes les circonstances qu'il marque, & j'ai trouvé que le volume de l'air naturel dilaté par la chaleur de l'eau boüillante, étoit à celui de l'air naturel comme 5 à 2 à peu près, ou comme $2\frac{1}{2}$ à 1, ce qui est très-éloigné de 16 à 1 comme il l'a trouvé, mais ce qui approche un peu de la premiere de ses experiences.

Les grandes differences de ces experiences font voir qu'il doit y avoir des circonstances ausquelles on ne fait pas d'attention, qui peuvent faire de très-grands effets dans la nature de l'air, & c'est ce qui nous doit toûjours empêcher de tirer une consequence generale de quelques observations particulieres, & de condamner celles qu'on a tirées des observations dans le même cas. Voici ce qui me vient alors en pensée pour rendre raison de la grande difference entre l'observation de M. Nuguet & la mienne.

M. Nuguet avoit pris une petite phiole qui ne contenoit que 2 onces 7 gros ½ d'eau, & celle dont je m'étois servi en contenoit 25 onces. Et comme on ne juge pas si bien d'une experience en petit qu'en grand, il pouvoit y avoir par cette cause quelque difference entre nous, mais elle ne pouvoit pas aller bien loin. Je remarquai aussi par la description de l'operation de M. Nuguet, qu'il avoit d'abord empli d'eau la phiole dont il se servoit pour en connoître le volume, & qu'ensuite l'ayant vuidée il l'avoit mise dans l'eau boüillante pour en faire dilater l'air : mais je jugeai que le peu d'eau qui pouvoit y être restée, s'élevant alors en particules qui se mettent en très-grand mouvement par la chaleur, auroient pû étendre non-seulement les ressorts de l'air, mais encore en occupant un très grand volume ils auroient entraîné & poussé en sortant hors de la phiole presque tout l'air qui y étoit contenu, comme nous voyons qu'il arrive aux Eolipiles qui soufflent avec tant de violence pendant un tems considerable & tant qu'il y a de l'eau dans la boule, ensorte qu'il ne seroit resté dans la bouteille de M. Nuguet que très-peu d'air naturel, au lieu que la bouteille dont je m'étois servi étoit fort seche quand je la mis dans l'eau, c'est pourquoi la chaleur a dû seulement agir sur le corps de l'air pour le dilater. Mais comme le corps de l'air est toûjours rempli de particules d'eau plus ou moins, si cet effet avoit lieu dans ces experiences, on devroit toûjours trouver de trés-grandes differences dans celles qui seroient faites comme les deux premieres que j'ai rapportées, & qui ont été faites en differens tems où l'air a pû être plus chargé d'eau dans l'un que dans l'autre, ce qui n'est pas arrivé à celles de M. Amontons qui ont été faites dans le même tems & avec trois bouteilles differentes; & c'est en quelque façon ce qui pourroit me persuader que l'humidité de l'air étant échauffée par l'eau boüillante, pourroit causer des differences très-considerables pour la dilatation de l'air, quoiqu'il ne puisse pas sortir de la phiole où il est renfermé & retenu par le mercure.

Mais enfin comme je ſuis perſuadé que nos raiſonnemens ſont ſouvent fort éloignez de la veritez ſur les matieres de Phyſique, j'ai crû que je devois recommencer l'experience que j'avois faite de la dilatation de l'air par l'eau boüillante dans une phiole ou bouteille ; & auſſi-tôt après en faire une autre avec la même phiole où il y auroit un peu d'eau, pour détruire ou pour confirmer ce qui m'étoit venu en penſée, pour rendre raiſon des grandes differences qui ſe ſont trouvées entre nos experiences.

C'eſt pourquoi le 18 Juillet de cette année 1708 au matin, mon Barometre étant à 28 pouces, & mon Thermometre à 55 parties, lequel eſt à 48 au fond des Carrierés de l'Obſervatoire, & le vent étant Oüeſt aſſez humide & avec une petite pluïe, j'ai pris une phiole de verre toute neuve & autant ſeche que la conſtitution de l'air le pouvoit permettre, & d'abord l'ayant peſée je l'ai trouvée de 6 gros $\frac{1}{2}$. Enſuite je l'ai bien bouchée avec un tampon de liege au travers duquel j'ai introduit l'une des branches d'un petit ſiphon de verre que j'ai bien maſtiqué au bouchon de la phiole avec de la cire d'Eſpagne ; pour l'autre branche du ſiphon elle étoit dehors.

J'ai mis cette phiole dans l'eau froide d'un chaudron où elle étoit entierement plongée en l'y aſſujettiſſant, & le bouchon de liege & le ſiphon trempoient auſſi dans l'eau. J'ai pris la précaution de n'enfoncer que très-peu au-deſſous de la ſuperficie de l'eau l'ouverture de la phiole ni le ſiphon, de peur que la peſanteur de l'eau ne la fit entrer dans la phiole en comprimant l'air qui y étoit enfermé, ce qui d'ailleurs ne pouvoit pas ſe faire aiſément à cauſe que le bouchon de liege étoit fort juſte, & que le tuyau du ſiphon étoit fort délié.

Le chaudron ayant été mis ſur un bon feu, j'ai remarqué que preſqu'auſſi-tôt il commençoit à ſortir du bout du ſiphon de petites bulles d'air, ce qui fait connoître que l'air de la phiole commençoit à ſe dilater & ſortoit par le bout du ſiphon, étant échauffé par l'eau du chau-

dron ; mais l'eau s'échauffant de plus en plus, les bulles d'air ſortoient du ſiphon avec précipitation, ce qui a continué juſqu'à ce que l'eau ait boüilli à gros boüillons, & il ſortoit toûjours des bulles d'air, mais bien moins que dans le commencement.

L'eau ayant boüilli pendant quelque tems, j'ai ôté le chaudron de deſſus le feu, en tenant toûjours fort ſoigneuſement le bout de la phiole & le ſiphon plongez dans l'eau, afin que l'eau du chaudron & l'air de la phiole venant à ſe refroidir, il ne pût s'introdruire aucune partie d'air dans la phiole, ni par le ſiphon, ni par quelques petites ouvertures qui auroient pû ſe rencontrer au bouchon. Et pour abreger un peu l'operation je faiſois ôter un peu d'eau chaude du chaudron, & auſſi-tôt j'y en faiſois remettre autant de froide, ce que j'ai continué tant que l'eau ait été entierement refroidie.

Alors j'ai retiré la phiole hors de l'eau, & j'ai trouvé qu'il y étoit entré beaucoup d'eau, à meſure que l'eau du charbon & l'air de la phiole ſe refroidiſſoient. Et pour marque que l'air qui reſtoit dans la phiole étoit de même condenſation que l'air exterieur, c'eſt qu'il reſtoit un peu d'eau dans la partie du tuyau du ſiphon qui traverſoit le bouchon, & que cette eau y étoit ſuſpenduë & contre-balancée entre l'air de la phiole & l'air exterieur.

J'ai auſſi-tôt ôté le bouchon & le ſiphon, & ayant bien eſſuyé la phiole par l'exterieur, j'ai trouvé qu'elle peſoit avec l'eau qui y étoit 4 onces 2 gros. Mais l'ayant empli d'eau juſqu'à la même hauteur où étoit le deſſous du bouchon, ce qui étoit égal au volume de l'air qui y avoit été renfermé quand je l'avois miſe dans l'eau, j'ai trouvé qu'elle peſoit alors 5 onces 2 gros. Ainſi l'air qui étoit reſté dans la phiole équipolloit à une once d'eau ; & des 5 onces 2 gros de peſanteur de l'eau de toute la phiole & de la phiole, en ayant ôté le poids de la phiole de 6 gros ½ tel que je l'avois trouvé d'abord, il reſte 35 gros ½ qui équipolloit à tout l'air de la phiole quand je l'ai miſe dans l'eau.

D'où je conclus que tout l'air de la phiole naturellement comprimé par la pesanteur de l'atmosphere, étoit à celui qui en restoit après sa dilatation par l'eau boüillante comme $35\frac{1}{2}$ à 8; ce qui est un peu moins que $4\frac{1}{2}$ à 1; mais cette dilatation de l'air est beaucoup plus grande que celle que j'avois trouvée auparavant, car elle n'étoit que comme $2\frac{1}{2}$ à 1.

Et comme l'air étoit assez humide dans cette derniere experience, j'aurois pû croire que ma pensée des particules d'eau répanduë dans l'air, auroient pû causer une plus grande dilatation apparente de l'air que lorsque l'air étoit plus sec. C'est-pourquoi pour en être mieux convaincu je fis aussi-tôt ma derniere experience comme je l'avois résolu d'abord.

Je vuidai l'eau de la phiole, & l'ayant seulement bien secoüée pour en ôter l'eau & sans la faire secher, je la pesai comme j'avois fait d'abord, & je la trouvai de 6 gros $\frac{1}{2}$ & 11 grains; il y étoit donc resté 11 grains d'eau qui étoit attachée à ses parois interieurs. Dans cet état j'y appliquai le bouchon avec le siphon, & je recommençai l'experience comme je venois de la faire sans y obmettre la moindre circonstance; & je trouvai enfin que la phiole s'étoit presque toute remplie d'eau, & que le rapport de toute la capacité de la phiole étoit à la partie restante que l'eau n'occupoit pas, comme $35\frac{1}{2}$ à 1, ce que je connus par le poids, comme j'avois fait la premiere fois. C'est pourquoi je ne fais plus de doute que le peu d'eau de plus ou de moins qui sera répandu dans l'air ne puisse apporter de grandes varietez dans ces experiences, puisque 11 grains d'eau seulement dans celle-ci a pû faire un effet aussi considerable que celui que j'ai trouvé, lequel a été huit fois plus grand que dans la précédente experience.

Mais enfin quand on ne voudroit pas recevoir cette explication physique, on ne pourroit pas revoquer en doute les experiences qui nous donnent des rapports si differens les uns des autres de la dilatation de l'air par l'eau boüillante, & par consequent on peut conclure qu'on ne

pourra point avoir par ce moyen une mesure exacte & constante de chaleur par toute la terre, quand même on se serviroit de phioles & de tubes comme celui dont nous nous sommes servis d'abord, & qui n'est que peu different de ceux de M. Amontons, ce qui ne se pourroit pas faire aisément sans transporter ces phioles aux lieux où l'on voudroit faire l'experience.

Mais s'il faut transporter des phioles & des tuyaux de verre, ne seroit-il pas aussi facile & plus sûr de transporter des Thermometre à esprit de vin bien faits & tous reglez sur les mêmes degrez de chaleur par l'experience, sans avoir égard à des divisions égales qu'on y marque ordinairement, & qui ne peuvent servir de rien pour faire une comparaison exacte, puisqu'on ne peut pas sçavoir si l'interieur des petits tuyaux est égale dans toute sa longueur, ni le rapport de la bouteille au tuyau? Il n'y auroit pour cet effet qu'à faire plusieurs de ses Termometres à peu près semblables, & les plonger tous ensuite dans de l'eau glacée, & les y ayant laissez quelque tems, marquer sur tous la hauteur de la liqueur dans les tuyaux, & ainsi des autres divisions du tuyau en échauffant peu à peu l'eau où tous les Thermometres tremperoient; mais il faudroit y marquer aussi une hauteur qu'on pourroit appeller le degré moyen de chaleur ou de froid, comme celle où l'esprit de vin monte dans ces tuyaux au fond des Carrieres de l'Observatoire, & où il y demeure dans toutes les saisons de l'année. On connoîtroit aussi par-là si les Carrieres ou Cavernes très-profondes des autres païs, où la temperature de l'air exterieur ne peut pas penetrer, donneroient le même degré de chaleur que dans les nôtres, & si les differentes natures du terrein y apporteroient quelque varieté.



METHODE

Pour décrire de grands arcs de Sections Coniques, sans avoir leur centre ni la grandeur d'aucun diametre.

PAR M. DE LA HIRE.

IL y a souvent dans la pratique de la Geometrie des rencontres où l'on a besoin de décrire en grands des arcs ou portions de Sections Coniques, & dont les centres sont si éloignez par rapport aux arcs de ces Courbes, qu'on ne peut pas les avoir sur la surface, ni la grandeur d'aucun de leurs diametres; on en donne seulement deux touchantes en deux de leurs points, avec la direction à volonté d'un seul diametre par l'un de ces points touchants, & il faut déterminer la nature de la Courbe & la décrire. 1708. 4. Aoust.

Ceux qui sçavent les proprietez des Sections Coniques, peuvent trouver facilement des methodes pour avoir plusieurs points de ces Courbes; mais pour avoir ces points bien déterminez, en voici une generale & très-simple où il n'est pas moins necessaire de sçavoir la nature de la Courbe ou Section.

Soit les deux touchantes *B A*, *B F* de la Courbe lesquelles se rencontrent en *B*, & qui la touchent aux points *A* & *F* avec la partie *FC* d'un diametre qui passe par le point *F*.

Ayant mené *AF* on la divisera en deux également en *D*, & *BDC* sera aussi partie d'un diametre, & c'est sur ce diametre *BDC* que nous cherchons un point de la Courbe *H*.

Du point *D* on menera *D E* parallele à *F C* laquelle rencontrera *FB* en *E*, & l'on divisera *BE* en deux également en *P*. Par le point *E* ayant élevé *EG* perpendiculaire

à *FB*, du point *P* pour centre & pour rayon *PF* on décrira un arc de cercle qui coupe *EG* en *G*. Ensuite on tirera *FM* parallele à *BDC*, & l'on prendra *FL* égale à *EG* ou à sa moitié ou à quelqu'autre partie, & *LM* égale à *FB* ou à sa moitié ou à une partie semblable à celle de *EG* qu'on a prise auparavant, & l'on menera *MB* prolongée jusqu'à *FA* en *N*; & enfin on tirera *NL* qui coupera *BD* au point *H*, qui est un de ceux de la Courbe.

Maintenant par le point *H* on tirera *QHO* parallele à *FA* laquelle touchera aussi la Courbe au point *H* qu'on vient de trouver; & sur les deux touchantes *QF*, *QH* ou *OA*, *OH* on fera la même operation que sur *BF*, *BA* pour avoir encore d'autres points de la Courbe, & l'on continuëra de même pour en avoir autant qu'on voudra.

Cette operation est fondée sur une proprieté des diametres des Sections Coniques, qui est que si *C* est le centre, les lignes *CD*, *CH*, *CB* doivent être en proportion continuë, & puisque *FC*, *BD* doivent se rencontrer au centre *C*; *DE* étant parallele à *FC*, & *EG* ou *FI* étant

moyenne proportionnelle entre *FE*, *FB* par la conſtruction, il s'enſuit que *IH* ſera auſſi parallele à *FC*. Mais à cauſe des trois lignes *CD*, *CH*, *CB* en proportion continuë ou des trois *FE*, *FI*, *FB*, on a auſſi *CD*, *CH*, comme *HD* à *HB*, ou comme *FE* à *FI*, ce qui eſt comme *FL* à *LM* par la conſtruction; donc à cauſe des paralleles *FM*, *BD* on a *DH* à *HB* comme *FL* à *LM*, ou comme *CD* à *CH* ou *CH* à *CB*; donc le point *H* eſt ſur la ſection.

Si *BD* ſe trouve parallele à *FC*, la ſection ſera une Parobole, & alors le point *E* tombera au point *B*, & par conſequent *FI* ſera auſſi *FB*, & c'eſt ce qui montre que dans ce cas il faut ſeulement diviſer *BD* en deux également en *H* pour avoir le point *H* de la Parabole, ce qui ſe trouveroit auſſi par la conſtruction précédente, car *FL* & *LM* ſeroient égales & par conſequent *DH* & *HB* le ſeroient auſſi.

Cette Figure convient à une Ellipſe, puiſque les diametres *FC*, *BD* coucourent au-deſſous des touchantes; mais s'ils ſe rencontroient au-deſſus ce ſeroit un hyperbole, & la conſtruction du Problême ſeroit toûjours la même.



REFLEXIONS

Sur les Observations de la variation de l'Aiman, faites sur le Vaisseau le Maurepas dans le voyage de la Mer du Sud, avec quelques Remarques de M. de la Verune Commandant de ce Vaisseau, sur la Navigation des Côtes de l'Amerique & de la Terre de Feu.

PAR M. CASSINI le fils.

1708. 21. Juillet.

MOnsieur l'Abbé Bignon nous a remis depuis peu des Observations de la variation de l'Aiman, faites sur le Vaisseau le Maurepas dans son voyage de la Mer du Sud en 1706, 1707 & 1708.

M. Clairambaut qui a envoyé ces Observations à M. le Comte de Pontchartrain, y a joint quelques Remarques sur la Navigation de la Côte Orientale de l'Amerique Meridionale & de la Terre de Feu, faites par M. de la Verune Commandant de ce Vaisseau, lesquelles jointes à une Carte particuliere de ces païs-là qu'il a dessein d'envoyer, pourront servir à corriger & perfectionner plusieurs Cartes marines, dans lesquelles il dit qu'on a mal placé diverses Isles qui sont aux environs du Cap de Horn.

Il remarque premierement que les Côtes depuis le Cap de S. Antoine, qui est à l'embouchure de la riviere de la Plata jusqu'au détroit de Magellan sont marquées plus d'un air de vent plus Orientales qu'elles ne sont effectivement.

Il a trouvé aussi que la distance du Détroit de Magellan au détroit du Maire, aussi-bien que leur situation, est très-mal marquée dans les Cartes ordinaires.

Ces deux Détroits, suivant son estime, sont éloignez

l'un de l'autre d'environ 55 à 56 lieuës, & celui du Maire est situé au Nord-Oüest cinq degrez Nord du Détroit de Magellan.

Il y a apparence que le sieur de la Verune n'a pas vû la Carte des variations de M. Halley imprimée en 1700, & celle du Détroit de Magellan de M. de Lisle de 1703, où ces deux Détroits ont entr'eux à peu près la même distance & situation que celle qu'il a déterminé par son estime.

Il remarque aussi que la Terre de Feu n'est pas à beaucoup près si étenduë qu'on le croïoit, ni si Meridionale; & il assure que le Cap de Horn, auquel les Cartes ordinaires donnent une latitude Meridionale de $57^d\ 40'$, n'en a que $54^d\ 40'$ l'ayant passé par cette latitude.

Il ajoûte que les Isles de Barnavelt, que les Cartes mettent aussi à la même hauteur que le Cap de Horn, ont $56^d\ 35'$ de latitude, étant situées à l'Oüest Nord-Oüest de ce Cap, d'où elles sont éloignées de 25 à 26 lieuës.

Il s'accorde encore en ceci à la Carte de M. de Lisle qui donne environ 56^d de latitude au Cap de Horn, & $56^d\ 30'$ aux Isles de Barnavelt, qu'il place à l'Oüest Nord-Oüest de ce Cap.

Dans la Carte de M. Halley la latitude du Cap de Horn est marquée de $57^d\ 20'$, à peu près de même que celle des Isles de Barnavelt, qui sont placées à l'Oüest de ce Cap.

M. de la Verune remarque aussi que les Isles de Barnavelt sont les Terres les plus Meridionales, & qu'on ne doit pas craindre de passer entre ces Isles & le Cap de Horn. Il a passé à son retour de la Mer du Sud sans les voir; mais il les a vûës en allant, & s'est assuré de leur situation. La distance du Détroit le Maire au Cap de Horn, qui est à l'Est Nord-Est de ce Détroit, est d'environ 80 lieuës. Cette distance s'accorde à celle qui est marquée dans la Carte de M. Halley; mais elle excede de beaucoup celle qui est marquée dans la Carte de M. de Lisle, qui place de même que lui le Cap de Horn, à l'Est Nord-

Eſt du Détroit du Maire à la diſtance d'environ cinquante lieuës.

Lorſqu'on a doublé le Cap de Horn la navigation n'eſt plus difficile : toutes les Cartes ſont bonnes pour le Chilly & pour le Perou, où toutes les Côtes ſont ſaines, & où l'on n'a pas de mauvais tems à craindre.

M. de la Verune fait encore pluſieurs remarques curieuſes & utiles ſur la navigation de ces Mers ; il enſeigne les tems favorables pour paſſer le Cap de Horn, & comme il faut s'y prendre tant en allant qu'en revenant. Il place l'Iſle de l'Hermite à 24 ou 25 lieuës de ce Cap vers l'Eſt par la même latitude, & il lui donne 18 à 20 lieuës d'étenduë. Il détermine auſſi la ſituation des Iſles de Sebalt, dont la pointe la plus Orientale eſt ſituée au Nord Nord-Eſt du Détroit du Maire à la diſtance d'environ 55 lieuës, & qu'il juge former une eſpece d'Archipel, Il les vit en revenant fort diſtinctement, & trouva leur ſituation bien differente de celle qu'on leur croïoit Il leur donne une étenduë de 55 à 60 lieuës, & avertit qu'on eſt obligé pour les éviter de ranger la Terre de Feu, ou de faire un grand tour lorſque le vent ne le permet pas, ce qui arrive aſſez ſouvent. Enfin il remarque que les Terres du Breſil ſon marquées plus Orientales qu'elles ne ſont effectivement, ce qui fait que tous les vaiſſeaux qui ſont partis du Détroit de Magellan ou du Maire, ont trouvé à l'atterage du Breſil 200 lieuës ou environ d'erreur.

Pour ce qui regarde les variations de l'Aiman qui ont été obſervées dans ce voyage, l'on a eu ſoin de marquer les longitudes ſuivant le premier Meridien Hollandois de Pieter Goos qui paſſe par le Pic de Teneriffe, ce qui nous a donné la commodité de comparer les Obſervations de la variation de l'Aiman avec celles qui ſont marquées dans la Carte de M. Halley.

Comme ces Obſervations ſont en grand nombre, nous nous contenterons d'en donner le réſultat, & de marquer ſeulement celles qui ont été faites à la vûë ou près de

quelques Isles ou Côtes, & dont la comparaison se peut faire avec plus de précision.

Le 27 Decembre 1706 à 345d 44′ de longitude & 20d 44′ de latitude Meridionale près de l'Isle de l'Ascension, la variation fut observée de 7d 30′ Nord-Est. Elle est marquée à cet endroit dans la Carte des variations d'un peu plus de 7d Nord-Est,

Le 26 Decembre 1707 à 297d 12′ de longitude & 56d 6′ de latitude Meridionale près de l'Isle de l'Hermite, la variation fut observée de 20d 0′ Nord-Est. Elle est marquée dans la Carte des variations de 20d 30′ Nord-Est.

Le 31 Decembre à 310d 30′ de longitude & 52d 19′ de latitude Meridionale près des Isles de Sebalt, la variation fut observée de 23d 0′ Nord-Est. Elle est marquée dans la Carte des variations de 21d 30′ Nord-Est.

Dans les autres endroits de sa route, tant en allant qu'en revenant, depuis le Cap de Horn jusques près de la ligne Equinoxiale, les variations observées s'accordent la plûpart à un degré près de celles qui sont marquées dans la Carte de M. Halley.

A l'égard des variations de la Mer du Sud, comme M. Halley ne les a pas representé dans sa Carte faute d'en avoir des relations, j'ai essaïé par le moyen des Observations qui ont été faites le long de la Côte Occidentale de l'Amerique, de tracer des lignes qui marquassent les degrez de variation. Je me suis servi pour cela principalement de quelques Observations faites près des Côtes, que je rapporte ici suivant l'ordre des latitudes.

Le 31 Aoust 1707 à 300d 10′ de longitude & 13d 6′ de latitude Meridionale près de la pointe Canette & celle de S. Galland, la variation fut observée de 7d Nord-Est.

Le 15 Octobre 1707 à 296d 27′ de longitude & 14d 1′ de latitude Meridionale près de Pisco, la variation fut observée de 7d Nord-Est.

Le 14 May 1707 à 297d 30′ de longitude & 31d 49′ de latitude Meridionale près de Valpareze, la variation fut observé de 8d Nord-Est.

Le 9 Octobre 1707 à 299^d 25′ de longitude & 36^d 30 de latitude Meridionale près de la Conception, la variation fut observée de 10^d Nord-Est.

Ces Observations font voir que la variation de l'Aiman augmente le long de la Côte Occidentale de l'Amerique à mesure que la latitude Meridionale augmente; ce qui est confirmé par diverses autres Observations faites à peu de distance de cette Côte.

Car à la hauteur de 44^d 49′, la variation fut observée de 12^d Nord-Est.

A la hauteur de 48^d 58′, la variation fut observée de 13^d Nord-Est.

A la hauteur de 53^d 37′, la variation fut observée de 15^d Nord-Est.

A la hauteur de 56^d 42′, on la trouva de 17^d Nord-Est.

Dans les autres endroits de la route du Vaisseau, où il paroît par la longitude qui y est marquée qu'il étoit éloigné des Côtes de plusieurs degrez, la variation est marquée differente sous les mêmes paralleles; ce qui sert à déterminer en quelque maniere la direction des lignes qui marquent les variations, que l'on espere pouvoir rectifier par les Observations que l'on recevra dans la suite. Car outre qu'il y a plusieurs de ces Observations qu'il est difficile de concilier ensemble, il faudroit qu'on eût plusieurs faites à diverses distances des Côtes pour pouvoir esperer de déterminer avec quelque précision la direction de ces lignes.

J'ajoûterai ici quelques Observations des variations de l'Aiman, qui sont rapportées dans le voïage de M. Dampier autour du monde.

Aux Isles de Sebalt, qu'il appelle de Sible de Ward, qu'il dit être trois Isles situées à 51^d 25′ de latitude Meridionale, il trouva le 28 Janvier 1683 la variation de l'Aiman de 23^d 10′ Nord-Est. J'ai rapporté cy-dessus que la variation avoit été observée le 31 Decembre 1707 près de ces Isles de 23^d 0′; de sorte qu'on peut supposer qu'en près de

de 25 années il n'y a pas eu de difference sensible ; ce qui paroîtroit confirmer ce qui est marqué dans ce dernier Mem. des variations, que depuis cent années jusqu'à present les variations n'ont aucunement changé au Cap de Horn.

A 47^d 10' de latitude dans la Mer du Sud, M. Dampier trouva 15 degrez ½ de variation Nord-Est, & à la latitude 36 degrez huit degrez de variation Nord-Est.

Il paroît par ces deux dernieres Observations que dans la Mer du Sud près de la Côte Occidentale de l'Amerique, la variation va en augmentant à mesure qu'on s'éloigne de la ligne Equinoxiale ; de même qu'il résulte des Observations que j'ai rapportées cy-dessus, quoiqu'il y ait quelques degrez de difference entre les Observations faites à peu près sous le même parallele, ce qui peut venir en partie de la difficulté qu'il y a de faire ces sortes d'Observations avec une grande précision.

OBSERVATION

Du passage de la Lune par les Etoiles Meridionales des Pleïades le matin du 10 *Aoust* 1708.

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

LE matin du 10 Aoust nous nous préparâmes à observer le passage de la Lune par les Etoiles des Pleïades, qui étoit marqué dans la Connoissance des Tems. Il n'y avoit que quelques-unes de ces Etoiles qui sont les plus Meridionales qui devoient être cachées ; mais comme ces Etoiles ne sont pas la plûpart fort claires, & que la Lune étoit le plus souvent couvertes de nuages, nous ne pûmes pas observer l'Eclipse de celles qui sont plus Occidentales, & qui furent cachées les premieres par la Lune. On vit seulement à $1^h\ 8'\ 45''$ que son bord éclairé étoit éloigné d'une Etoile marquée *e* dans la figure de l'ouverture de la Lunette de 18 pieds. La Lune se couvrit ensuite. 1708. 14. Aoust.

A $1^h\ 20'\ 30''$ une autre Etoile marquée dans la figure

par la lettre *o*, étoit ſortie de la partie obſcure de la Lune : elle étoit éloignée de la corne inferieure autant que la tache d'Ariſtarchus eſt éloignée de Grimaldi. La Lune s'eſt enſuite couverte.

A 1^h 44′ 5″, la Lune s'étant découverte, on voyoit la claire des plus orientales des Pleïades appellée Atlas proche de la corne ſeptentrionale. Elle avoit déja paſſé la ligne tirée par les cornes de la Lune, & paroiſſoit être éloignée de ſon bord Superieur de 1′ 30″.

A 2^h 4′ 5″ nous vîmes une petite Etoile *i* qui étoit ſortie du bord obſcur de la Lune.

Comme nous ne pouvions pas diſtinguer avec aſſez d'évidence ce bord, pour pouvoir marquer la ſortie préciſe des deux petites Etoiles qui devoient encore en ſortir, nous prîmes le parti de comparer les cornes & le bord de la Lune avec la belle Etoile appellée Atlas par le moyen des fils perpendiculaires & obliques qui ſont au foyer de la Lunette ; d'où nous avons tiré les differences d'aſcenſions droites & des declinaiſons entre cette Etoile & la Lune, ayant fait les réductions qui ſont néceſſaires pour le parallele & pour le mouvement de la Lune dans la détermination de la déclinaiſon.

A 2^h 23′ La difference d'aſcenſion droite entre Atlas & la corne ſeptentrionale 21′ 48″. Entre l'Etoile & la corne meridionale 30 25. Difference de déclinaiſon entre Atlas & la corne Septentrionale 8 0. Entre la même Etoile & la corne meridion. 24 0.

A 2^h 32′ La difference d'aſcenſion droite entre la même Etoile & la corne ſeptent. 24 33. La corne meridionale 52 50. Difference de declinaiſon entre l'Etoile & la corne ſeptentrionale 9 10. La corne meridionale 13 50.

A 2^h 33′ 38″ On vit une petite Etoile qui étoit ſortie de la Lune.

A 2^h 50′ Difference d'aſcenſion droite entre l'Etoile Atlas & la corne ſeptent. 35 34. Et la corne meridionale 44 20. Difference de declinaiſon entre l'Etoile & la corne ſeptentrionale 13 50. Et la corne meridionale 18 0.

A 2^h 56′ 30″ La plus occidentale des petites Etoiles des Pleïades ſortoit de la Lune.

Voici la ſituation des principales Etoiles des Pleïades pour l'année 1697.

	Aſc. droite.	*Declinaiſ. B.*	*Longitude.*	*Latitude B.*
Celeno.	51 43 25	23 18 12 ♉	25 12 35	4 19 54
Electra.	51 44 41	23 7 42	25 11 10	4 9 34
Taigeta.	51 49 11	23 29 12	25 20 40	4 29 10
Maja.	51 59 0	23 23 40	25 27 50	4 21 40
Aſterope.	51 59 45	23 35 0	25 31 20	4 32 25
Merope.	52 7 0	22 56 20	25 28 30	3 53 27
Alcione.	52 24 3	23 8 12	25 46 27	4 1 3
Atlas.	52 49 21	23 5 42	26 8 30	3 53 30
Pleione.	52 50 9	23 10 42	26 10 50	3 57 30

Nous donnons dans la Figure ci-jointe la deſcription de toutes les Etoiles qui compoſent la conſtellation des Pleïades. La ſituation des plus claires a été déterminée en obſervant leur paſſage au meridien, & leur hauteur meridienne. La ſituation des autres a été déterminée en obſervant leur difference d'aſcenſion droite & de declinaiſon à l'égard des plus claires. L'Epoque de leur mouvement marquée dans la figure eſt pour l'année 1708.

Le diametre de la Lune réſulte de la plûpart des Obſervations précédentes de - - - 32′ 0″

OBSERVATION

Du paſſage de la Lune par les Pleïades, le 10 Aouſt 1708. au matin à l'Obſervatoire.

PAR M. DE LA HIRE.

ON peut voir dans les Memoires de l'Academie de l'année 1693 au mois de Mars, une Obſervation que nous fimes du paſſage de la Lune par les Etoiles des Pleïades comme celle que nous rapportons ici, avec la figure exacte & la poſition des principales Etoiles de cet- 1708. 14. Aouſt.

te petite constellation que nous en donnâmes dans ce tems-là. La Lune étoit alors nouvelle, & ce fut le soir; & dans celle-cy la Lune étoit en décours, & c'étoit le matin. En 1693 nous ne pûmes observer la position de la Lune que par rapport à une seule Etoile de cette constellation, & cette Etoile est appellée par le P. Riccioli *Pater Atlas*, & elle est marquée *h* dans ma figure, car le tems & l'heure ne permirent pas d'en observer davantage; & cette fois le tems n'a pas non-plus été favorable pour en faire d'autres, & nous n'avons pû observer ainsi que la position de la Lune à l'égard de la même Etoile.

Le Ciel étoit tout couvert de petits nuages pommelez qui ne donnoient pas le tems d'observer exactement la position de cette Etoile avec la Lune, à cause qu'elle paroissoit & disparoissoit continuellement. Et comme la corne Septentrionale de la Lune parut fort proche de l'Etoile, & à peu près dans la même latitude vers $1^h\ 45'$, nous ne pouvons pas assurer qu'elle l'ait cachée; & si elle l'a cachée, ce n'a pû être que pendant fort peu de tems.

Le Ciel s'étant ensuite éclairci, & la Lune s'éloignant toûjours de l'Etoile qui est la derniere des plus grandes de cette constellation par rapport au mouvement de la Lune, nous observâmes avec le Micrometre à $2^h\ 18'$ la distance de l'Etoile à la ligne qui passoit par les cornes de la Lune, laquelle nous trouvâmes de $17'\ 49''$. Ensuite à $2^h\ 55'$ nous fimes encore une semblable Observation, & nous trouvâmes cette distance de $38'\ 15''$. Par la proportion de ces deux distances nous concluons que l'Etoile a été dans la ligne des cornes, ou jointe à la corne Septentrionale à $1^h\ 46'$.

Dans l'Observation de 1693 la corne Meridionale de la Lune n'étoit éloignée de cette même Etoile que de $6'\ 20''$. On peut voir aussi dans la figure le chemin que la Lune faisoit alors, & qui étoit presque parallele à l'Ecliptique, en le comparant à un cercle de latitude éloigné de 4° vers le Septentrion, lequel est tracé sur la figure: mais dans celle-ci la latitude Septentrionale de la Lune

croiſſoit ; c'eſt pourquoi la ligne menée par l'Etoile perpendiculairement à la ligne des cornes, coupoit cette même ligne plus vers le centre de la Lune à proportion que l'Etoile étoit plus éloignée de la Lune.

Le diametre de la Lune étoit dans le tems de l'Obſervation de 1693 de 30, & dans celle-ci il étoit de 32′ 10″.

On pourra tirer de cette Obſervation quelque connoiſſance qui pourra ſervir à rectifier le mouvement de la Lune, comme auſſi de celle de 1693, & de plus en les comparant enſemble & avec la même Etoile dont on connoît parfaitement la longitude & la latitude.

Quand on fit imprimer en 1693 dans les Memoires de l'Academie mon Obſervation du paſſage de la Lune par les Pleïades, je ne pûs pas obſerver alors la longitude & la latitude des Etoiles de cette conſtellation, & ce ne fut qu'au mois de Septembre ſuivant où je les déterminai par leur paſſage par le meridien, & par leur hauteur meridienne que je comparai avec celles d'Aldebaram, qui n'en eſt pas beaucoup éloignée. Ces Obſervations n'ont point été imprimées, & voici ce que je trouvai.

L'Etoile marquée *a* dans la figure, & qui eſt la plus claire de toutes, étoit en longitude au 25° 43′ 40″ ♉, & ſa latitude Boreale de 4° 1′ 1″.

L'Etoile *b* étoit au 25° 8′ 50″ ♉, & ſa latitude Boreale de 4° 8′ 51″.

L'Etoile *c* étoit au 25° 17′ 50″ ♉, & ſa latitude Boreale de 4° 26′ 56″.

L'Etoile *d* étoit au 25° 26′ 13″ ♉, & ſa latitude Boreale de 3° 55′ 24″.

L'Etoile *e* étoit au 25° 24′ 58″ ♉, & ſa latitude Boreale de 4° 20′ 43″.

L'Etoile *h* étoit au 26° 5′ 23″ ♉, & ſa latitude Boreale de 3° 53′ 0″.

On pourra voir dans l'Obſervation de l'année 1693 les diſtances de ces Etoiles entr'elles, & les noms que le P. Riccioli leur a donnez.

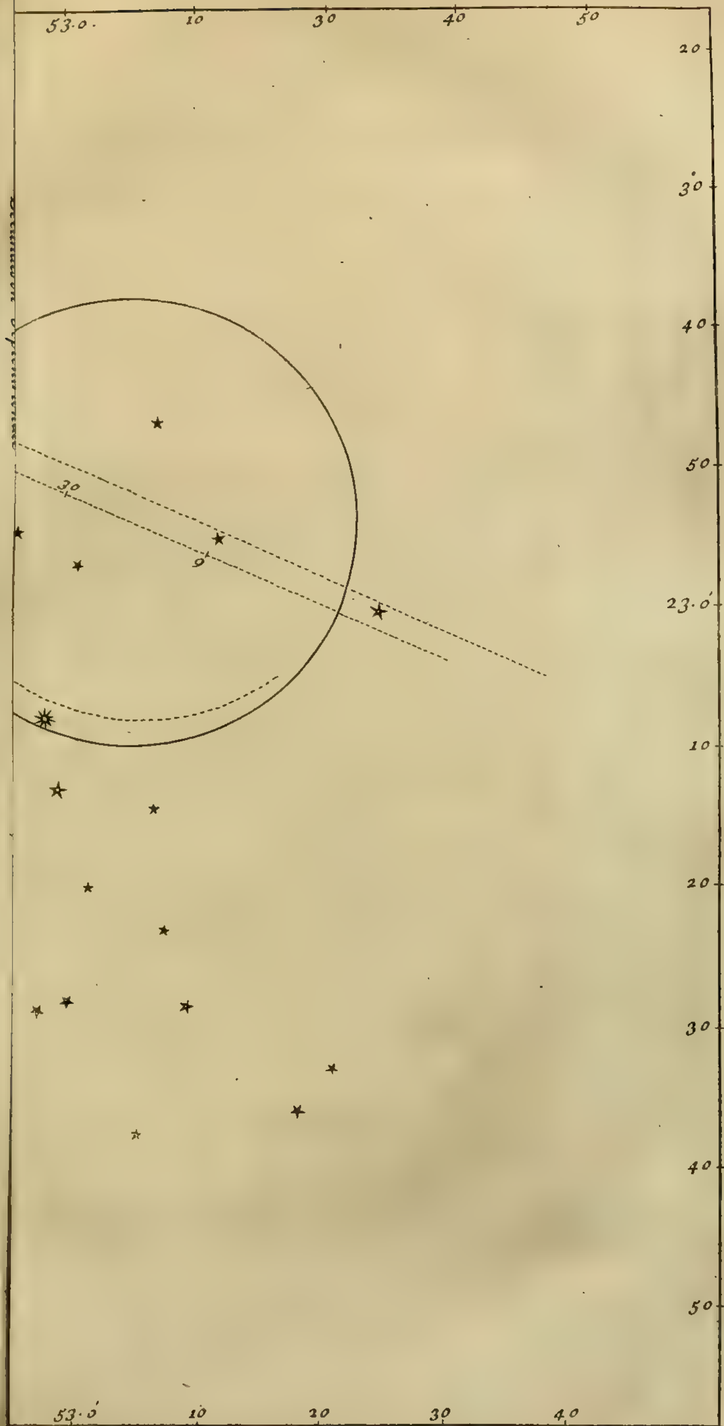
ACCORD DES SOLUTIONS.

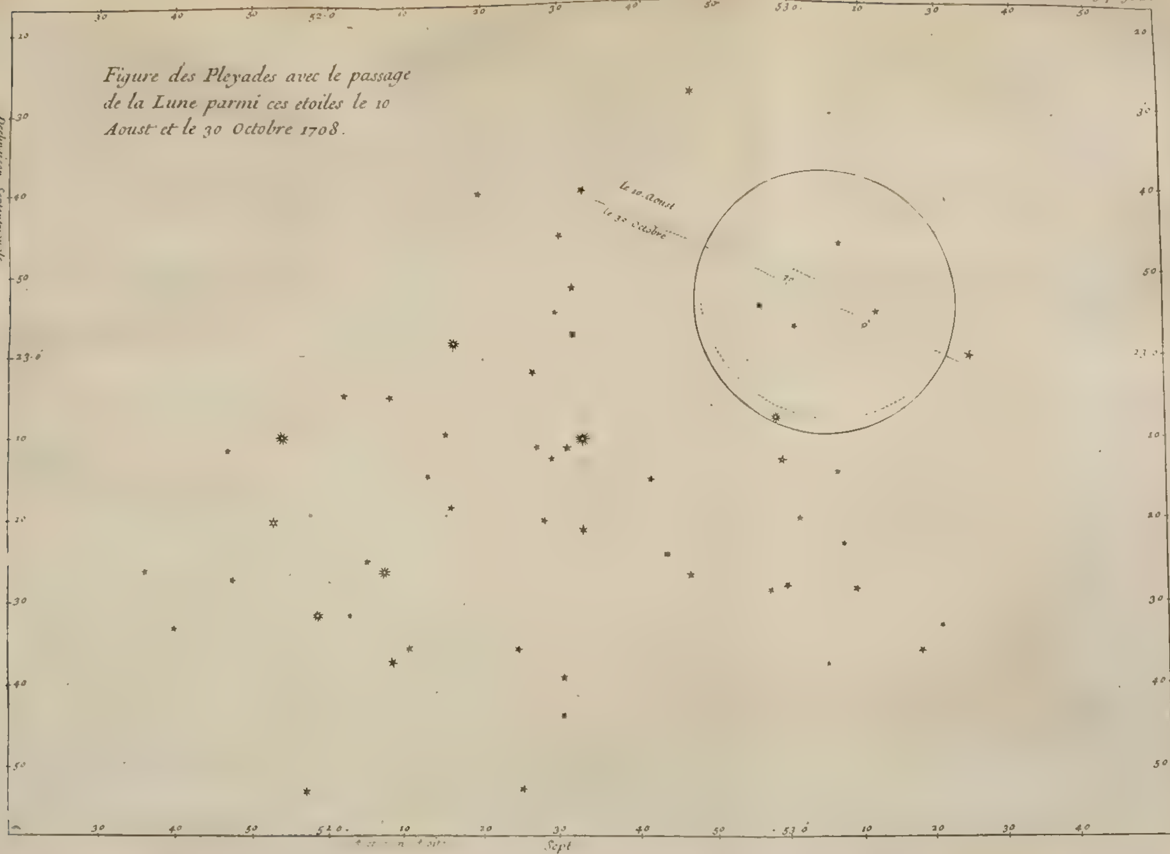
Du Mémoire du 18. Juillet dernier, pag. 250. &c. avec celles de M. Newton, & de M. Hughens, touchant la ligne que décriroit un corps de pesanteur constante jetté suivant quelque direction que ce fût dans un milieu dont les résistances seroient en raison des vitesses de ce corps.

PAR M. VARIGNON.

1708. 22. Aoust

LE 18. Juillet dernier je donnai deux Solutions d'un Problême où il s'agissoit de trouver la Courbe que décriroit un corps de pesanteur constante jetté à volonté dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps; & le mouvement de projection oblique consideré comme simple, m'ayant suffit pour cela, au lieu que M. Newton & M. Hughens l'ont consideré comme composé d'un horizontal & d'un vertical, je promis de résoudre aussi ce Problême en décomposant ainsi le mouvement de projection, & de faire voir l'accord de mes Solutions avec celles de ces deux grands Geometres. Mais ce que j'ai trouvé sur tout cela étant trop long pour être ici, je croy qu'il suffira quant à present de faire voir l'accord des deux Solutions précédentes avec les leurs, & consequemment aussi des leurs entr'elles, en démontrant que la Courbe de projection que j'ai trouvée (*pag.* 251. *&c.*) sans décomposer le mouvement du jet, comme ils ont fait, en un horizontal & un vertical, est précisément la même que la leur: en voici l'Identité en me servant de leurs figures.

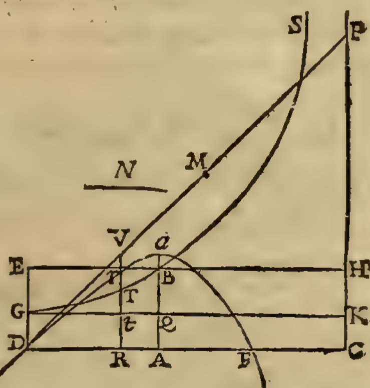

53.0.
10
30
40
50
20
30
40
50
23.0
10
20
30
40
50
53.0
10
20
30
40
30
9


Midy
Mem. de l'Acad. 1708. Pl 13. p. 302.
Figure des Pleyades avec le passage
de la Lune parmi ces etoiles le 10
Aoust et le 30 Octobre 1708.
Declinaison Septentrionale
le 10 Aoust
le 30 Octobre
Sept

IDENTITE' I.

De la Courbe de projection trouvée par M. Newton dans l'hypothêse des résistances du milieu en raison des vitesses du corps mû, avec celle qui a été trouvée dans les Solutions des pag. 251. & 264. de ces Mémoires-ci.

I. Voici la construction que M. Newton donne de cette Courbe dans le Liv. 2. Sect. 1. Prop. 4. pag. 241. de ses Princip. Math. de la Phil. Nat. Si d'un point quelconque *D* on jette un corps de pesanteur constante suivant la ligne droite *DP*, dont la longueur *DP* exprime la vitesse de projection au commencement du mouvement, & que du point *P* on fasse la verticale *PC* qui rencontre en *C* l'horizontale *DC*; soit cette horizontale divisée en *A*, ensorte que *DA* soit à *AC* comme la résistance initiale du milieu au mouvement de bas en haut, est à la pesanteur du corps jetté; c'est-à-dire, suivant la Remarque 2. sur le Prob. 3. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 153. comme la vitesse initiale de bas en haut est à la plus grande (appellée *terminale*) que le mobile pût acquerir en vertu de sa pesanteur en tombant dans le milieu supposé. Puis après avoir fait une hyperbole quelconque *GTBS* entre les asymptotes orthogonales *CD*, *CP*, laquelle rencontre en *G*, *B*, les verticales *DG*, *AB*; soit achevé le parallelogramme *DGKC* dont le côté *GK* coupe *AB* en *Q*. Soit enfin la ligne *N*. *QB* : : *DC*. *CP*. Et après avoir fait la verticale *RV* d'un point quelconque *R* de l'horizontale *DC*, laquelle verticale rencontre l'hyperbobe *GTBS* en *T*, & les droites *GK*, *DP*, en *t*, *V*, soit prise $Vr = \frac{t\,GT}{N}$,



Cela fait, M. Newton démontre que la ligne *DraF* qui passera par tous les points *r* ainsi trouvez, sera la Courbe de projection que le corps jetté suivant *DP* décrira dans le milieu supposée résistant en raison des vitesses de ce corps.

II. Pour tirer presentement de cette construction une équation de cette Courbe qui en fasse voir l'identité avec celle des Solutions des pag. 251. & 264. soit prise *PM* à *DP* comme la vitesse terminale du corps jetté est à sa vitesse initiale de projection suivant *DP*. Soient ensuite appellées *MP*, a; *DP*, b; *CP*, c; *DC*, e; *AC*, m; *AB*, p; *DV*, y; *Vr*, x; & *DR*, u.

III. Cela posé, l'hyperbole *GBS* donnera *DC* (e). *AC* (m) : : *AB* (p). $GD = \frac{mp}{p}$. Et *RC* ($e - u$). *AC* (m) : : *AB* (p). $RT = \frac{mp}{e-u}$. D'où résultent *QB* (*AB* — *GD*) $= p - \frac{mp}{e} = \frac{ep-mp}{e}$, l'aire hyperbolique $GDRT = \int \frac{mpdu}{e-u}$, le rectangle $GDRt = \frac{mpu}{e}$; & par conséquent le triligne hyperbolique tGT ($GDRT - GDRt$) $= \int \frac{mpdu}{e-u} - \frac{mpu}{e}$.

IV. Mais après avoir pris N. *QB* $\left(\frac{ep-mp}{e}\right)$: : *DC* (e). *CP* (c). c'est-à-dire, $N = \frac{ep-mp}{c}$, la construction (*art.* 1.) éxige $Vr\ (x) = \frac{tGT}{N} = \frac{c \times tGT}{ep-mp}$. Donc (*art.* 3.) $x = \frac{c}{ep-mp} \times \int \frac{mpdu}{e-u} - \frac{c}{ep-mp} \times \frac{mpu}{e} = \frac{c}{e-m} \times \int \frac{mdu}{e-u} - \frac{cmu}{ee-em}$, & (en differentiant) $dx = \frac{c}{e-m} \times \frac{mdu}{e-u} - \frac{cmdu}{ee-em} = \frac{c}{e-m} \times \frac{medu - medu - mudu}{ee-eu} = \frac{mc}{ee-em} \times \frac{udu}{e-u}$. Donc aussi les triangles semblables *DCP*, *DRV*, donnant *DP* (b). *DV* (y) : : *DC* (e). *DR* (u). D'où résultent $u = \frac{ey}{b}$, $du = \frac{edy}{b}$, $e - u = e - \frac{ey}{b} = \frac{eb-ey}{b}$, $udu = \frac{eeydy}{bb}$, & $\frac{udu}{e-u} = \frac{eydy}{bb-by}$; l'on aura $dx = \frac{mc}{ee-em} \times \frac{eydy}{bb-by} = \frac{mc}{e-m} \times \frac{ydy}{bb-by}$.

V. Si

V. Si l'on considere presentement avec M. Newton, la vitesse de projection suivant DP, comme composée d'une horizontale suivant DC, & d'une verticale de bas en haut suivant CP; cette vitesse de projection se trouvera être à la verticale qui en résulte : : DP (b). CP (c). Et (*art.* 1.) cette verticale à la terminale : : DA ($e-m$). AC (m). Donc (en multipliant par ordre) la vitesse de projection suivant DP, sera ici à la terminale du corps jetté : : $bc-bm.cm$: : $b.\frac{cm}{e-m}$. Mais (*art.* 2.) la premiere de ces deux vitesses est aussi à la seconde : : DP (b) PM (a). Donc $b.\frac{cm}{e-m}$: : $b.\ a$. Et par consequent $a=\frac{cm}{e-m}$. Donc enfin en substituant a au lieu de cette fraction dans l'équation $dx=\frac{mc}{e-m}\times\frac{ydy}{bb-by}$ trouvée dans le précédent art. 4. l'on aura ici $dx=\frac{aydy}{bb-by}$ pour l'équation de la Courbe $DraF$ de projection trouvée par M. Newton ; laquelle équation ayant aussi été trouvée dans les pag. 255, 269. & 270. du Mem. du 18. Juillet dernier, pour celle de la Courbe que les Solutions des pag. 251. & 264. y ont données, fait voir l'accord de mes Solutions avec celle de ce grand Geometre. *Ce qu'il falloit premierement démontrer.*

REMARQUE.

Sur la Parabole que le corps jetté auroit décrite dans le vuide, suivant M. Newton.

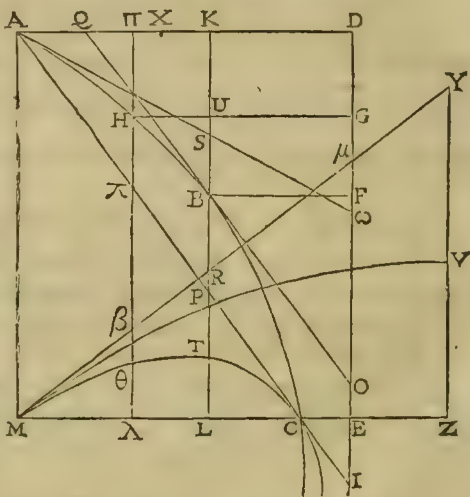
VI. Pour ce qui est de la Parabole que le corps jetté suivant DP, auroit décrite dans un milieu sans résistan-

ce, M. Newton l'a auſſi déterminée en démontrant (*Corol.* 1. *pag.* 242. & 243. *Princ. Math.*) que ſon parametre au point D de projection, auroit été $= \frac{2DP \times DP \times DA}{AC \times CP}$. Mais (*art.* 2. & 5.) $MP = a = \frac{mc}{e-m} = \frac{AC \times CP}{DA}$. Donc ce parametre en D doit auſſi être $= \frac{2DP \times DP}{MP}$; & par conſéquent le même, en d'autres noms, que celui que nous avons déterminé dans l'art. 2. de la Remarque des pag. 270. &c. pour ce point D de la Parabole cherchée.

IDENTITE' II.

De la Courbe de projection trouvée par M. Hughens dans la précedente hypothêſe des réſiſtances du milieu en raiſon des viteſſes du corps mû, avec celle qui a été trouvé dans les Solutions des pag. 251. & 261. *de ces Memoires-ci.*

I. M. Hugens ſuppoſe dans la conſtruction de cette Courbe de projection (pag. 169. 170. & 171. de ſon *diſcours de la cauſe de la peſanteur*) ce qu'il a dit, deux pages auparavant de la logarithmique qu'il y emploïe. *Cette ligne infinie* (dit il) *étant* ABC, *elle a une ligne droite pour aſymptote, comme* DE; *dans laquelle ſi on prend des parties égales quelconques qui ſe ſuivent, comme* DG, GF, *& que l'on tire des points* D, G, F, *des perpendiculaires juſqu'à la Courbe, ſçavoir* DA, GH, FB, *ces lignes ſeront proportionelles conti-*



ques .... Soit KC *parallele à son asymptote, & qu'au point* B *cette Courbe soit touchée par la droite* BO *qui rencontre* DE *en* O, *&* DA *en* Q. *Laquelle tangente se trouve en prenant* FO, *depuis l'ordonnée* BF, *égale à une certaine longueur, qui par toute les tangentes est la même..... Puis soit* AC *parallele à cette tangente, coupant* KB *prolongée en* P; *& du point* C, *où elle rencontre la Courbe, soit tirée* CLM *parallele à* AD, *& coupant* KB *prolongée, &* AM *parallele à l'asymptote, aux points* L *&* M.

M. Hughens après s'être servi (*pag.* 171.) de cette construction pour énoncer les proprietez de la logarithmique, que nous avons démontrée dans le Mem. du 13 Juin dernier, p. 212. &c. par raport aux mouvemens des corps dans un milieu qui leur résisteroit en raison de leurs vitesses, il s'en sert aussi pour construire la Courbe de projection dont il s'agit ici, en appellant *vitesse terminale* de chaque corps, la plus grande qu'il pût acquerir en vertu de sa pesanteur en tombant dans ce milieu. *Dans la même figure* (dit-il pag. 171) *si l'angle du jet sur la ligne horizontale est* LMR, *avec une vitesse donné, dont le mouvement en haut soit à la vitesse terminale comme* AK *à* KD: *soit repetée la construction précédente, & que la droite* AS, *qui touche la Courbe* ABC *en* A, *rencontre* KB *en* S. *Puis comme* SP *à* BP *ainsi soit* RL *à* LT, *& sur la base* MC *soit dressée une figure proportionelle au segment* ABCP, *ensorte que les paralleles & également distantes de l'asymptote* DE *dans l'une & l'autre figure* (il en fait deux comprises en celle-ci) *ayent par tout la même raison de* BP *à* TL. *Ce sera* (dit-il) *la Courbe* MTC *qui marquera la figure requise du jet.*

M. Hughens n'en dit pas davantage sur cette Courbe, que voici démontrée par son identité avec la nôtre des p. 251. 264. 265. & avec la précédente *DraF* (*pag.* 303.) de M. Newton. Pour cela soit presentement *GH* une ordonnée quelconque de la logarithmique *ABC*, par le point *H* de laquelle soit la droite $\Pi\lambda$ parallele à *DE*, & qui rencontre *AD*, *APC*, *MR*, *MTC*, *ME*, en Π, π, β, θ, λ. Soient ensuite les droites *APC*, *MR*, *AS*, prolongées jusqu'à la

rencontre de DE en I, μ, ω, & enfin KL rencontrée en U par GH parallele à DA.

II. Cela fait, la logarithmique ABC ayant ses soûtangentes $D\omega$, FO, égales entr'elles, l'on aura aussi $\omega O = DF = KB$, outre $OI = BP$; & par consequent $\omega I = KP$.

Soient presentement appellées $D\omega$ ou FO, a; $M\mu$, b; $E\mu$, c; EM ou DA, e; ML ou AK, n; $M\beta$, y; $\beta\theta$, x; KU ou ΠH, t; & UH, u.

III. Il est manifeste que si l'on prend $M\mu$ pour la vitesse de projection suivant cette ligne, l'on aura ME pour la vitesse horizontale, & $F\mu$ pour la verticale, qui en résultent; & aussi (suivant la Remarque de la pag. 219 jointe aux Corol. 9. & 10. de la pag. 123.) FO ou $D\omega$ pour la terminale du corps jetté : de sorte que la vitesse de bas en haut sera ici à la terminale :: $E\mu$. FO. Donc ayant aussi (*art.* 1.) AK à KD, ou ML à LE en cette raison, l'on aura ici $E\mu$ (c). FO (a) :: ML (n). $LE = \frac{an}{c}$. Par conséquent (*art.* 2.) $ME\ (e) = n + \frac{an}{c}$, & $GH = u + \frac{an}{c}$.

On aura de plus FB ou $EL \left(\frac{an}{c}\right)$. FO (a) :: AK (n). $KP = c$. Et conséquemment aussi (*art.* 2.) $E\mu = KP = \omega I$: d'où résulte pareillement $\omega I = c$, & $DI = a = c$.

IV. Les paralleles DE, KL, donneront aussi DA (e).

$KA\,(n)::\omega A.\ SA::\omega I\,(c).\ SP = \frac{cn}{e}$. Et $EM\,(e)$. $LM\,(n)::E\mu\,(c)$. $LR = \frac{nc}{e}$. Par conséquent $SP = LR$. Mais (*art.* 1.) $SP.LR::BP.LT::H\pi.\lambda\theta$. Donc aussi $BP = LT$, & $H\pi = \lambda\theta$.

V. Les triangles semblables $ME\mu$, $M\lambda\beta$, donneront pareillement $M\mu\,(b).\ M\beta\,(y)::ME\,(e).\ M\lambda$ ou $A\Pi = \frac{ey}{b}$. Et $M\mu\,(b).\ M\beta\,(y)::E\mu\,(c).\ \lambda\beta = \frac{cy}{b}$. D'où résulte $\lambda\theta\,(\lambda\beta - \beta\theta) = \frac{cy}{b} - x$; & conséquemment aussi (*art.* 4.) $H\pi = \frac{cy}{b} - x$.

VI. Mais d'un autre côté, ayant (*art.* 3.) $DI = a + c$, & (*art.* 5.) $A\Pi = \frac{ey}{b}$, les triangles semblables ADI, $A\Pi\pi$, donnent $AD\,(e).\ DI\,(a+c)::A\Pi\left(\frac{ey}{b}\right).\ \Pi\pi = \frac{ay+by}{b}$. D'où résulte $H\pi\,(\Pi\pi - \Pi H) = \frac{ay+cy}{b} - t$. Donc (*art.* 5.) $\frac{cy}{b} - x = \frac{ay+cy}{b} - t$, ou $t = \frac{ay}{b} + x$, & $dt = \frac{ady}{b} + dx$.

VII. Or la logarithmique ABC, ayant $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{GH}$ (*art.* 3.) $= \frac{-du}{\frac{an}{c}+u}$, c'est-à-dire, $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{\frac{an}{c}+u}$ pour son équation, dont u (*art.* 2.) $= UH = KA - A\Pi$ (*art.* 2. & 5.) $= n - \frac{ey}{b}$, $du = -\frac{edy}{b}$, & $\frac{an}{c} + u = \frac{an}{c} + n - \frac{ey}{b}$ (*art.* 3.) $= e - \frac{ey}{b} = \frac{eb-ey}{b}$; cette logarithmique donnera aussi $\frac{dt}{a}\left(\frac{-du}{\frac{an}{c}+u}\right) = \frac{edy}{b} \times \frac{b}{eb-ey} = \frac{dy}{b-y}$, ou $dt = \frac{ady}{b-y}$. Donc (*art.* 6.) $\frac{ady}{b-y} = \frac{ady}{b} + dx = \frac{ady+bdy}{b}$, ou $abdy = abdy - aydy + bbdx - bydx$; d'où résulte $\frac{ay\,dy}{bb-by} = dx$ pour l'équation de la Courbe MTC de projection, construite par M. Hughens : laquelle équation ayant aussi été trouvée dans les

pag. 255. 269. & 270. du Mem. du 18. Juillet dernier, pour celle de la Courbe que les Solutions des pag. 251. & 264. y ont données ; & ci-dessus (*Ident.* 1.) pour celle de la Courbe *DraF* de M. Newton ; fait voir l'accord de mes Solutions avec celles de ces deux Auteurs, & des leurs entr'elles. *Ce qu'il falloit encore démontrer.*

REMARQUE.

Sur la Parabole que le corps jetté auroit décrite dans le vuide, suivant M. Hughens.

VIII. M. Hughens, après avoir pris (*pag.* 171.) $AX = \frac{AK \times AK}{2DK}$, dit que *comme* QA *à* AX, *si l'on fait que* TL *ait cette même raison à une autre ligne* VZ : *ce sera la hauteur de la Parabole* MV *que fait le jet libre commencé en* M *avec la même force, & dans la même direction* MR, *qu'avoit l'autre jet.*

Pour le démontrer, il faut considerer que l'analogie de $KP. KA :: FO. DK :: 2FO. 2DK.$ donnant $\frac{KP}{2FO} = \frac{AK}{2DK}$, l'on aura aussi $\frac{KP \times KP}{2FO} . \frac{KA \times KA}{2DK} :: KP. KA :: BP. QA.$ ou $\frac{KP \times KP}{2FO} . BP :: \frac{KA \times KA}{2DK} . QA :: AX. QA.$ Mais en prenant $KP = KA$, on a vû en d'autres noms dans le Corol. 11. des pag. 142. & 143. du Mem. du 7. Mars dernier, que la hauteur du jet libre de bas en haut, étoit à son élevation malgré les résistances ici supposées $:: \frac{KP \times KP}{2FO} . BP.$ Et (*Corol.* 8. *p.* 141. *du même Mem.*). que BP étoit la hauteur de ce jet dans le milieu résistant. Donc la premiere de ces hauteurs sera pareillement ici à la seconde $:: AX. QA.$ Et TL (*art.* 4.) $= BP$, sera cette seconde hauteur parcouru dans le milieu résistant (comme l'autre dans le milieu libre) jusqu'à extinction des vitesses de bas en haut. Donc en prenant $VZ. TL :: AX. QA.$ l'on aura aussi VZ pour la hauteur du même jet dans le milieu sans résistance, c'est-à-dire, pour la hauteur de la Parabole qui y seroit décrite en ver-

tu de ce jet, ainsi que l'a dit M. Hughens. Par consequent *si dans l'angle* LMR *on ajouste* YZ *perpendiculaire à* MC, *& égale à la double* VZ *(* ainsi qu'il le dit encore p. 172.) ; *on aura le sommet de cette Parabole en* V *au milieu de* YZ, *& sa demie base ou demie amplitude* MZ.

IX. Cette Parabole ainsi construite par M. Hughens, se peut encore démontrer être celle que le corps jetté (comme ci-dessus) suivant MY, décriroit dans un milieu sans résistance : cela, dis-je, se peut encore démontrer par l'identité de cette Parabole MV avec celle que nous avons démontrée dans le Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 250. &c. y devoir être décrite par ce corps ainsi jetté. Car si l'on considere par le parametre en M de celle (*art.* 8.) de M. Hughens, doit être $= \frac{MY \times MY}{VZ}$, & que $E\mu . M\mu :: ZY (2VZ) . MY = \frac{2M\mu \times VZ}{E\mu}$. On verra que ce parametre en M doit aussi être $= \frac{4M\mu \times M\mu \times VZ}{E\mu \times E\mu}$. Mais à cause que (*art.* 8.) $VZ . TL :: AX . QA :: \frac{KP \times KP}{2FO} . BP$. ou VZ $\frac{KP \times KP}{2FO} :: TL . BP$. Et que (*art.* 4.) $TL = BP$. l'on aura aussi $VZ = \frac{KP \times KP}{2FO}$. Donc ce parametre en M, doit pareillement être $= \frac{4M\mu \times M\mu \times KP \times KP}{2FO \times E\mu \times E\mu}$ (l'art. 3. donnant $E\mu = KP$) $= \frac{2M\mu \times M\mu}{FO}$. Ce qui est le parametre trouvé en d'autres noms dans l'art. 1. de la Remarque de la pag. 270. pour celui que la parabole cherchée MV doit ici avoir en M. Ce qui prouve encore la validité de la construction que M. Hughens en a donnée dans les pages 171. & 172. de son *Discours de la cause de la pesanteur*, telle qu'on la voit dans le précédent art. 8.

Telle est la conformité de nos Solutions du Mem. du 18. *Juillet dernier, pag.* 251. *&* 264. *dans lesquelles le mouvement de projection a été consideré comme simple, avec celles de M. Newton & de M. Hughens, qui l'ont consideré com-*

me composé d'un horizontale & d'un vertical; non seulement quant à la Courbe de projection dans un milieu résistant en raison des vitesses du corps jetté, mais encore quant à la Parabole que ce corps auroit décrite en vertu du même jet dans un milieu sans résistance. Ainsi aïant déja démontré dans le Mem. du 13. Juin dernier, p. 212. &c. le surplus de ce que M. Hughens avoit encore énoncé sans démonstration sur la fin de son Discours de la cause de la pesanteur, *touchant les mouvemens faits dans ce milieu résistant, il ne nous reste plus qu'à démontrer aussi comment la Courbe de projection résultante de nos principes dans ce milieu, en considerant le mouvement oblique du jet comme composé d'un horizontale & d'un vertical, s'accorde encore avec celle de ces deux Auteurs. Ce sera pour un autre Memoire, si ce que j'ai encore trouvé sur cela, peut devenir assez court pour être inseré dans ceux-ci. Quant à l'hypothêse des milieux résistans en raison des quarrez des vitesses des corps qui y seroient mûs; beaucoup plus vrai-semblable que celle qu'on fait ici, on en verra aussi les conséquences dans d'autres Memoires tirées de la Regle générale des mouvemens faits dans des milieux qui leur résisteroient en raison quelconque, démontrée dans la Proposition générale des Mem. de 1707. pag. 386. &c. Et dans le Lem. 1. pag. 114. & 115. de ces Memoires-ci.*

MEMOIRE TOUCHANT LES ACIDES & les Alcalis, pour servir d'addition à l'article du Sel principe, imprimé dans nos Memoires de l'année 1702. pag. 36.

PAR M. HOMBERG.

1708. 1. Septembre. JE me suis engagé dans une de nos dernieres Assemblées de donner un éclaircissement distinct touchant la matiere des Acides & des Alcalis, voici l'idée que je m'en suis faite après une longue suite d'observations & de reflexions sur quantité d'operations Chimiques que j'ay faites en cette vûë, & que je rapporte ici comme toutes nos

nos autres reflexions de Physique, non comme des veritez constantes ou Mathematiques, mais comme des opinions qui par la quantité des faits qui y quadrent, m'ont paruës vrai-semblables.

J'appelle Acide manifeste tout ce qui imprime un goût aigre sur la langue, & j'appelle Alkali manifeste tout ce qui reçoit les acides avec ébullition & effervescence, & dont le mêlange se cristallise en une substance saline. Pour les Acides & les Alkalis douteux, j'en parlerai dans la suite de ce Memoire : mais comme il s'agit principalement de ceux de la premiere sorte, & qu'il s'en trouve de differentes natures, il sera bon de les examiner dès leurs origines.

Les Sels que la nature nous fournit sans aucun mêlange artificiel, ne laissent pas d'être des mêlanges, dont la décomposition & la récomposition sont fort aisées à faire ; ils se réduisent principalement en ces trois genres, sçavoir en salpetre, en sel marin & en sel vitriolique, dont chacun a ses especes differentes, & de la combinaison desquels avec les differentes matieres huileuses sont produits tous les autres sels que nous connoissons ; les analyses que nous en avons faites nous ont montré qu'ils sont composez de matieres acqueuse, terreuse, huileuse ou sulphureuse & acide. La matiere acide est le sel pur, que j'ai appellé le sel principe, qui est la base generale de tous les sels, & qui m'a parû uniforme ou semblable avant sa détermination particuliere pour quelqu'un des genres des sels connus, qui cependant ne se trouve seul ou sans mêlange dans aucun sel, mais toûjours accompagné de quelque matiere sulphureuse, & selon la nature de la matiere sulphureuse qui s'est jointe à l'acide pur, elle le détermine à être l'acide particulier de l'un des trois sels fossiles que nous avons nommez cy-dessus, dont les particularitez ont été amplement décrites dans mon article du sel principe.

Cet acide quoiqu'accompagné de sa matiere sulphureuse déterminante, ne peut pas nous devenir palpable

& visible, que lorsqu'il s'est logé ou naturellement dans quelque matiere terreuse, ou artificiellement dans une matiere simplement acqueuse; dans le premier cas il nous paroît sous la forme d'un sel cristallisé comme le salpetre, le sel marin, &c. & dans le second cas il nous paroît sous la forme d'un esprit acides, qui selon la détermination du souphre qui l'accompagne, est ou esprit de nitre, ou esprit de sel, ou esprit de vitriol.

Ce que je viens de dire icy des trois sels simples ou fossiles, se peut appliquer de même à tous les sels plus composez des plantes & des animaux, avec cette difference, qu'ils occupent toûjours à proportion une plus grande quantité de matiere terreuse que les simples quand ils sont en forme de sel concret, & qu'ils occupent une plus grande quantité de matiere acqueuse quand ils sont en forme d'esprit acide; delà il résulte deux observations importantes, la premiere est que leurs esprits acides sont toûjours à proportion plus foibles ou moins penetrans & plus legers en poids que ceux des sels fossiles; la seconde est qu'ils laissent, après la violente distillation, une plus grande quantité de matiere terreuse que les sels fossiles; & quoique dans le grand feu la plûpart du sel acide s'en sépare en esprit acide, il en reste cependant encore une partie si fortement enclavée dans cette terre, que le grand feu, en la réduisant en cendres, n'est pas capable de l'en chasser, ce reste de sel acide suffit pour faire dissoudre dans l'eau une portion des cendres, ou de la terre dans laquelle il s'est logé, de sorte que la partie terreuse des cendres, qui a été entierement dépoüillée de son sel acide par la lixiviation, y reste en forme d'une simple terre insipide, & qui ne se refond plus dans l'eau, mais l'autre partie terreuse des cendres, qui dans le grand feu n'a pas été dépoüillée de tout son sel acide, reste fondu dans l'eau de la lixiviation, & elle paroît après l'évaporation de l'eau en forme de sel, que nous appellons ordinairement le sel fixe lixiviel de la plante, ou son sel alkali fixe. L'on ne separe pas aussi commodé-

ment le ſel lixiviel des ſels foſſiles, ſi ce n'eſt des ſels vitrioliques ; mais comme ils reſtent toûjours mêlez de quelques parties métalliques, on ne s'en ſert pas comme d'un ſimple ſel alkali, auſſi n'entend-t-on communément ſous le nom de ſel alkali fixe que les ſels lixiviels des plantes.

Nous pouvons donc conſiderer le ſel contenu naturellement dans les plantes comme un mêlange compoſé de terre, de ſel acide, d'huile & d'un peu d'eau, ce ſel ayant été ſéparé de la plante ſans un feu brûlant, ſe criſtaliſe en un ſel qui conſerve quelquefois un goût acide, comme dans le tartre du vin, quelquefois une grande douceur comme dans le ſucre, quelquefois il eſt fort amer comme dans le Quinquina, & quelquefois il eſt preſque inſipide comme dans la Sauge, dans la meliſſe, &c. J'appelle ce ſel qui n'a pas encore paſſé par le grand feu, & qui contient encore toutes les parties qui entrent dans ſa concretion, le ſel eſſentiel de la plante ; mais en expoſant ce ſel au grand feu, il ſe diviſe en ſes principes qui le compoſoient, c'eſt-à-dire, qu'il en vient par la diſtillation douce d'abord une eau toute ſimple & inſipide, puis une liqueur acide, après quoi il en vient une liqueur rouſſe & fétide, qui contient en même-tems une partie du ſel acide, & une partie de l'huile fétide de la plante, de la combinaiſon deſquels il ſe compoſe un ſel particulier toûjours fétite & ſentant l'urine, que l'on a appellé le ſel volatil de la plante, ou ſon alkali volatile, & qui ſe tire auſſi-bien des plantes que de toutes les parties des animaux ; après le ſel volatile, le feu ayant été augmenté, la diſtillation finit en continuant de fournir l'huile fétide de la plante, qui étoit entré dans la concretion de ſon ſel eſſentiel ; la tête morte qui reſte, après avoir été réduite en cendres, ſe partage par la lixiviation en une partie de ſel fixe alkali, & une partie de terre inſipide alkaline.

Nous obſerverons que le ſel eſſentiel ſe diſſout entierement dans l'eau, c'eſt-à-dire que toute la partie ter-

reuſe qu'elle contient, ſe confond avec l'eau de maniere qu'on ne l'en ſçauroit diſtinguer à la vûë ; mais lorſque ce ſel a paſſé par le grand feu, qui en a enlevé la plûpart de ſon ſel acide, la terre qui reſte ne ſe diſſout plus entierement dans l'eau, c'eſt-à-dire, que l'eau en devient fort trouble, & dépoſe une terre inſipide qui ne ſe diſſout pas par l'eau ſimple ; mais quand on verſe un eſprit acide ſur cette terre, elle s'y diſſout de nouveau, & récompoſe avec cet acide un ſel qui ſe diſſout entierement dans l'eau, ce qui prouve aſſez vrai-ſemblablement que l'acide qui s'eſt introduit dans cette terre, & qui l'a changé en une des parties du ſel concret, eſt la ſeule cauſe qu'elle ſe diſſout dans l'eau ; nous pouvons par-là vrai-ſemblablement conclure auſſi, que l'autre partie des cendres qui ſe diſſout dans l'eau, & qui paroît après l'évaporation ſous la forme du ſel fixe lixiviel, que ce ſel, dis-je, ne ſe diſſout dans l'eau que par le même moyen, c'eſt-à-dire, que ſa terre doit avoir conſervée une aſſez grande partie de ſon acide, pour ſuffire à ſa diſſolution.

Mais comme la terre de la plante entierement raſſaſiée de ſon acide devient un ſel criſtalliſé, dans la compoſition duquel on ne peut pas faire entrer une plus grande quantité de ce même acide, & qu'au contraire le ſel lixiviel, qui ſe retire des cendres dont nous venons de parler, ne ſe criſtalliſe pas, & qu'il boit avidemment les eſprits acides qu'on y veut joindre, nous pouvons vrai-ſemblablement conclure que le ſel lixiviel ou le ſel alkali fixe n'eſt autre choſe qu'une partie de la terre de la plante, qui a retenu une petite portion de ſon ſel acide que le grand feu n'étoit pas capable d'en ſeparer, & qui ſuffit ſeulement pour le diſſoudre dans l'eau, conſervant une grande quantité de locules vuides ou de pores, pour y loger le premier acide qui ſe preſentera à la place de celui qui en avoit été chaſſé par le grand feu ; & comme l'on ne donne le nom d'alkali à un ſel que parce qu'il boit & retient l'acide qu'on lui preſente, pour en produire enſuite un ſel criſtalliſé, le ſel lixiviel des plantes pourra

être plus ou moins alkali ſelon qu'il abſorbera une plus grande ou plus petite quantité d'acides, ou ce qui revient au même, ſelon qu'il contiendra plus ou moins de locules vuides à remplir d'acides ; ce que nous avons toûjours obſervé dans la grande quantité d'analyſes des plantes qui ont été faites par l'ordre de l'Academie, ou l'on trouve rarement deux ſels lixiviels de differentes plantes qui ſoient d'égales forces d'alkali ; de ſorte que ſi pour meſurer cette force alkaline dans les ſels lixiviels, on ſuppoſoit que dans une certaine maſſe de cendres de plantes, pour être raſſaſié de ſon acide, c'eſt-à-dire, qu'elle ne fût point alkaline du tout, il fallût qu'elle contînt cent parties de terre & cent parties d'acide, & que pour être un ſel alkali dans le plus fort degré, il fallut qu'elle contînt cent parties de terre & dix parties ſeulement d'acide, les autres quatre-vingt-dix étant à remplir par quelque acide, nous trouverions dans nos analyſes des plantes des ſels lixiviels, qui auroient des degrez d'alkali dans toutes les combinaiſons de cent parties de terre qui contiendroient depuis dix juſqu'à cent parties d'acide.

Il arrive quelquefois qu'un ſel alkali, ayant été raſſaſié d'une certaine ſorte d'acide ; qu'il ne laiſſe pas de recevoir encore & de retenir une partie d'un autre acide ; ce que nous obſervons ordinairement lorſqu'un acide vegetal s'eſt logé le premier dans le ſel lixiviel, apparemment parce que les acides vegetaux, ayant été rendus plus rares & plus legers par les fermentations qu'ils ont ſouffert dans les plantes, qu'ils occupent plus de place dans les pores des alkalis, & n'y penetrent pas ſi avant que les acides mineraux tirez des ſels foſſiles ; de ſorte que les acides plus ſolides & plus peſants des ſels foſſiles étant pouſſez plus vigoureuſement dans les pores des alkalis, quoique remplis déja d'un acide vegetal, il en pourra entrer encore une partie, en rangeant & en comprimant les acides rares des vegetaux qui ont occupé en premier lieu ces mêmes pores.

Ceci arrive toûjours lorſqu'il paroît qu'un acide eſt un alkali à l'égard d'un autre acide, c'eſt-à-dire, que des deux eſprits acides, dont il pourroit s'agir, il y en a toûjours un qui n'eſt pas ſans mêlange de quelque alkali, & que le plus rares de ces deux acides qui occupe les pores de l'alkali, eſt comprimé dans ces pores par un acide plus ſolide; comme, par exemple, un étuis qu'on auroit rempli à force de cotton, ne laiſſera pas de recevoir encore fort aiſément pluſieurs aiguilles qu'on y voudroit fourer.

Nous obſervons que les ſels volatiles qui ſentent l'urine ſont alkalis auſſi-bien que les ſels fixes lixiviels des plantes, c'eſt-à-dire, qu'ils recoivent comme eux les acides avec avidité, qu'ils les retiennent, & qu'ils compoſent enſemble des ſels qui ſe criſtalliſent. Nous ſommes bien perſuadez par la volatilité de ces ſels qu'ils ne ſont pas un mêlange d'une matiere purement terreuſe avec un peu d'acide, comme le ſont les ſels lixiviels, parce qu'une ſimple terre ne peut pas devenir volatile par le mêlange d'un peu d'acide. J'ay toûjours eu lieu de croire que leur compoſition, à la verité, n'eſt autre choſe qu'une portion de la même matiere qui auroit produit le ſel fixe lixiviel, mais qu'elle eſt mêlée intimement de beaucoup d'huile fetide de la plante, & que cette huile eſt la ſeule cauſe de la volatilité de ces ſels; & comme toutes les huiles diſtilées abſorbe les acides de la même maniere que font les alkalis, ces ſels reçoivent dans toutes leurs parties toutes ſortes d'acides, & en s'en raſſaſiant ils compoſent de même que les alkalis fixes, des ſels qui prennent, en ſe criſtalliſant, la figure du ſel foſſile qui avoit produit l'acide dont ils ont été raſſaſiez.

Quoique toutes les plantes produiſent du ſel volatile qui ſent l'urine, & que les uns en rendent plus, les autres moins dans leurs analyſes, il en provient cependant une quantité incomparablement plus grande de quelque partie animale que ce puiſſe être, & même des inſectes & des poiſſons apparemment parce que dans les animaux vivans, la chaleur plus grande que dans les plantes, tra-

vaille & joint plus intimement les parties huileuſes avec les ſalines & les terreuſes, pour les diſpoſer à paroître dans les analyſes plûtôt en la compoſition volatile du ſel d'urine, qu'en celle d'un ſel fixe plus ſimple ou lixiviel, qui ne ſe trouve qu'en très-petite quantité dans les animaux, & en plus grande quantité dans les plantes; cependant quelque grande ou quelque petite quantité de ſel d'urine qu'on tire, ſoit des animaux ou des plantes, il m'a toûjours parû que ces ſels ſont à peu près ſemblables entr'eux, c'eſt-à-dire, ſans aucune difference ſenſible, & qu'ils produiſent les mêmes effets en les joignant aux eſprits acides, ou en les emploïant en médicamens, pourvû qu'on en ſepare toutes les parties purement huileuſes ſuperfluës, & qui y ſont mêlées ſuperficiellement ſans être de la compoſition même de ces ſels.

Il ſe trouve outre les ſels alkalis encore une infinité d'autre matieres alkalines, qui produiſent à peu près les mêmes effets avec les acides que les ſels alkalis que nous venons d'examiner: ces matieres alkalines ſont de differentes natures, quelques-unes en ſont purement terreuſes, comme la chaux, le marbre les terres ſigillées, &c. D'autres ſont métalliques, parmi leſquels les unes ont leurs acides affectez pour s'y diſſoudre comme l'or, l'étain & l'antimoine par l'eau regale, l'argent, le plomb & le mercure par l'eau forte, & les autres par toutes ſortes d'acides, comme le fer, le cuivre, le zink, le biſmut, &c. Il y en a d'autres qui ſont de la claſſe animale, & conſiſtent, 1°. En toutes ſortes de matieres pierreuſes, qui ſe trouvent dans les viſceres de differens animaux, comme le calcul humain, les bezoards, les yeux d'écreviſſes, &c. 2°. En des matieres teſtacées & en des coquillages, comme les perles, les coquilles d'huîtres, les os des ſeiches, les enveloppes des écreviſſes, &c. 3°. En des parties animales, qui par la longueur du tems, ou par quelqu'autre accident ſont devenuës pierreuſes ou ſimplement terreuſes, comme l'unicornu foſſile, &c. Enfin preſque toutes les plantes pierreuſes marines ſont auſſi des

matieres alkalines, comme le corail & semblables. Toutes ces matieres se dissolvent avec ébullition & effervescence par les acides, & ils composent ensemble dans leurs cristallisations, des matieres salines de differentes figures, comme sont les sels alkalis fixes & volatiles.

Nous avons observé que tous les alkalis, de quelque nature qu'ils soient, s'unissent aux acides avec ébullition & effervescence, il ne s'ensuit pas pour cela, que tout ce qui s'unit aux acides avec ébullition & effervescence soit un alkali; car toutes les huiles distilées, soit essentielles ou fétides, produisent les mêmes effets avec les acides, & même avec plus d'éclat, car souvent le feu y prend, ce qui n'arrive jamais aux effervescences causées par le mêlange des acides & des alkalis; mais nous avons remarqué aussi au commencement de ce Memoire, qu'il ne suffit pas, pour être un alkali, que la matiere boüillonne & s'échauffe avec les acides, il faut aussi qu'après ces deux actions le mêlange se cristallise en une matiere saline, ce que les simples huiles joints aux acides ne font pas, ils ne produisent point de matieres salines ni se cristallisent, mais ils composent une matiere resineuse inflammable, approchante en consistance à peu près au benjoin, ce qui est la cause pourquoi nous n'avons pas rangé les huiles distillées parmi les differentes especes des alkalis.

Pour les acides & les alkalis douteux, c'est-à-dire, ceux qui ont conservé si peu de la nature de l'un ou de l'autre, qu'ils ne puissent pas donner les marques que nous avons attribuées à leurs caracteres, l'on ne sçauroit mieux faire pour les démêler, que de les confondre avec les infusions violettes des fleurs des plantes, qui rougiront plus ou moins par les uns, & qui verdiront par les autres.

Il me reste encore à dire de quelle maniere je conçois que les acides agissent sur les alkalis, ce que c'est que cette grande quantité de bulle que l'on observe pendant leur action, & ce qui excite la chaleur qu'on y ressent. Voici comment je m'imagine que tout ceci arrive: J'ay remarqué

remarqué dans mon article du souffre principe, que la matiere de la lumiere qui occupe tout l'espace de l'univers, est dans un mouvement perpetuel par les secousses que le soleil & les Etoiles fixes lui donnent continuellement, & que ce mouvemens s'étant rallenti dans certaines occasions, se peut rétablir & augmenter considerablement par l'approche de quelque flamme, que j'ai supposé être la seule matiere capable d'imprimer du mouvement à la matiere de la lumiere, qui ne peut pas être en un grand mouvement sans heurter continuellement contre tous les corps solides, & sans passer au travers de tous les corps poreux qu'elle rencontrera en son chemin.

Nous pouvons donc nous imaginer que les acides, que je suppose avec tout le monde des petits corps solides & pointus, qui nagent librement dans une liqueur acqueuse, sont en un mouvement três-libre & continuel, étant poussez continuellement par la matiere de la lumiere; & que les sels alkalis, que je suppose être des corps poreux ou spongieux, dont les pores ont été autrefois remplis par les pointes des acides, & qui en conservent toûjours les moules, sont tous prêts a recevoir ces pointes lorsqu'on voudra les pousser dedans. Il est aisé à concevoir que si dans la liqueur où nagent les pointes solides des acides, on fait nager aussi les petits corps poreux des sels alkalis qui ont conservé en creux la figure des pointes des acides, qui les occupoient avant que le grand feu les en eût chassez; que ces pointes, dis-je, étant poussées par la matiere de la lumiere, renfileront tout aussi-tôt les pores des sels alkalis, qui ont été faits exprès pour les loger, & qu'elles le feront encore plus promptement si elles y sont poussées par la matiere de la lumiere, dont le mouvement aura été acceleré par une chaleur exterieure.

L'introduction des acides dans les sels alkalis, selon toutes les apparences, se fait avec une grande vitesse & avec beaucoup de frottement, puisqu'elle produit une chaleur fort sensible; & comme les pores de ces alkalis

ne laissoient pas d'être remplis d'une matiere aërienne, qui en est chassée par les pointes des acides en prenant leurs places, cet air paroît dans l'action & produit les bulles qu'on y remarque, qui sont d'autant plus sensibles que la chaleur qui accompagne cette action est grande, qui est capable, comme tout le monde sçait, de dilater prodigieusement le volume de l'air.

Tout ce que nous venons de dire ici de l'action des acides sur les sels alkalis, arrive aussi dans leur action sur les autres matieres alkalines : mais comme ces matieres par leur solidité ne sont pas en état de recevoir aussi vîte & en aussi grande quantité à la fois les pointes des acides, l'action en dure plus long-tems, & la chaleur continuée s'augmente de plus en plus ; de sorte que dans l'action des acides sur ces matieres l'on s'apperçoit d'une chaleur infiniment plus grande que dans celle sur les sels alkalis ; & comme la grande chaleur n'est autre chose que le concours d'une grande quantité de matiere de la lumiere, qui agit violemment dans un petit espace, cette matiere pressée occupe sensiblement de la place, & range pour un moment la liqueur dans laquelle elle se trouve, & y paroît en bulles, à peu près de la même maniere que fait l'air lorsqu'il occupe de la place dans l'eau, avec cette difference pourtant, que l'air étant un corps grossier en comparaison de la matiere de la lumiere, ne peut pas se disperser à travers la substance de l'eau, & passer par les pores du vaisseau comme fait la matiere de la lumiere, ce qui fait que l'air est toûjours obligé de traverser toute la masse de l'eau, & d'en sortir par la superficie, ce qui continuë le boüillonnement dans toute l'etenduë de la liqueur jusqu'à sa superficie, quelque haute qu'elle soit dans le vaisseau ; mais dans le boüillonnement causé par le concours d'une grande quantité de matiere de lumiere, il ne paroît des bulles que dans un fort petit espace autour du corps qui produit ce boüillonnement, & ces bulles n'atteignent pas la superficie de la liqueur quand elle est un peu haute, s'évanoüissant dans la sub-

ſtance même de la liqueur, ce qui arrive toûjours dans les diſſolutions des alkalis terreux & métalliques.

OBSERVATION

D'une Comete qui a paru à la fin de Novembre 1707, faite à Bologne par Mrs Manfredi & Stancari dans l'Obſervatoire de M. le Comte Marſigli, avec des Reflexions de M. Caſſini.

ON a obſervé à Bologne une Comete depuis le 25 Novembre 1707 juſqu'à la fin de l'année, & on la voit même encore ces premiers jours de Janvier, autant que le mauvais tems le permet, en la cherchant avec des Lunettes à l'endroit où elle ſe trouve, qui eſt dans la Voye de lait. Je ne la découvris que le 25 Novembre à 7 heures du ſoir, ayant jetté les yeux par hazard ſur la Conſtellation du Capricorne où elle ſe trouvoit. Il eſt pourtant aiſé de conclure par les Oſervations ſuivantes qu'on auroit pû la voir à Bologne un ou deux jours auparavant, c'eſt-à-dire, le 22 & le 23. Avant ce temps elle étoit dans la partie du Ciel qui demeure toûjours cachée ſous l'horizon de Bologne. Elle parut d'abord à la vûë ſimple comme une Etoile nebuleuſe à peu près de la grandeur de Jupiter; mais en la regardant par des Lunettes, on voyoit à ſon milieu comme un noyau envelopé de rayons en forme de chevelure, le tout de coûleur blanche, & d'une lumiere très-foible. Ce noyau n'étoit pas bien rond, ni de figure reguliere, mais il paroiſſoit interrompu en pluſieurs endroits, ſoit que ce fut un amas de pluſieurs petits corps un peu éloignez entr'eux, ſoit qu'il y eût des taches à ſa ſurface. Les nuits ſuivantes la Comete a toûjours diminué de grandeur apparente; en ſorte que depuis le 16 Decembre je ne l'ai pû trouver

1708. 4. Juillet.

qu'à l'aide des Lunettes. Pendant tout ce tems elle n'a point eu de queuë.

Le 25 Novembre auſſi-tôt qu'on découvrît la Comete, on remarqua auprès d'elle deux petites étoiles fixes, qu'on voyoit dans la même ouverture de la Lunette de 8 pieds avec laquelle on la regardoit. Ces étoiles ne ſont pas marquées ni dans les Tables de Bayer, ni dans les Catalogues que nous avons ici. Mais par la comparaiſon qu'on en a fait avec d'autres étoiles fixes dont la ſituation eſt connuë, on trouve qu'elles ſe rapportent à 4 degrez $\frac{2}{3}$ du Verſeau avec une latitude auſtrale de 5 degrez ou environ. Il n'a pas été poſſible d'en verifier la poſition plus exactement. A 7 heures 14′ 47″ après midy le centre de la Comete ſe trouvoit dans la ligne droite qui joint ces deux étoiles, & ſa diſtance à la plus boreale des deux étoit la troiſiéme partie de la diſtance de l'une à l'autre, ce qui pourra ſervir pour déterminer exactement le lieu de la Comete lorſqu'on aura le loiſir de verifier ces étoiles. Cette ligne étoit fort peu inclinée au vertical, dont elle declinoit du Midy vers l'Orient. Cette poſition à l'égard du vertical avec les autres circonſtances marquées, pourra ſervir pour reconnoître ces étoiles & en trouver le lieu. Il eſt encore à remarquer qu'à 7^h 22′ 35″ la Comete touchoit preſque l'étoile la plus boreale, par ſon bord précédent, & cette étoile étoit comme enveloppée dans la chevelure de la Comete, ce qui n'empêchoit pas qu'on ne la vît fort bien. M. Stancari remarqua auſſi que la Comete avoit un mouvement fort vîte du midi vers le Septentrion par une ligne qui étoit dirigée à l'Ecliptique preſqu'à angles droits, & vers le 5e degré du Verſeau. Elle parcourut pendant 27′ d'heure une eſpace égale à peu près à la diſtance des deux étoiles, que l'on jugea de 9′ d'un grand cercle, ce qui étoit en raiſon de 8 degrez par jour. Les Obſervations ſuivantes ont confirmé ces premieres ſuppoſitions.

Le 26 Novembre le Ciel fut couvert. Le 27 la Comete étoit vers les deux étoiles du Linge, qui ſort de la main

précédente du Verseau marquées par Bayer ι & μ. Il étoit fort difficile d'en prendre la difference d'ascension droite & de declinaison par le moyen des Micrometres ; car aussi-tôt qu'on éclairoit le verre objectif pour découvrir les filets qui sont au foyer, la comete disparoissoit ; c'est-pourquoi on en fit l'observation qu'avec beaucoup de peine. A 6 heures 41′ après midy la Comete passoit par le cercle horaire 8′ 17″ avant l'étoile ι, & 1′ 28″ avant l'étoile μ. Sa declinaison étoit pour lors plus australe que l'étoile μ de 34′ de tems, autant qu'on peut estimer. Quoiqu'il en soit, il est certain que le parallele de la Comete étoit entre les deux paralleles de ces fixes, & beaucoup plus proche de celle qui est marquée μ que de l'autre.. Ayant supposé la longitude de l'étoile μ de 8° 59′ du Verseau, & la latitude boreale de 8° 19′, on trouve par le calcul son ascension droite de 309° 12′, & sa declinaison australe de 10° 0′ ; dont on a l'ascension droite de la Comete pour l'heure de l'observation de 305° 49′, sa declinaison australe de 9° 51′, sa longitude de 5° 45′ du Verseau, & sa latitude Septentrionale de 9° 17′

Le 28 comme l'on se préparoit pour observer le lieu de la Comete le Ciel se couvrit. On fit pourtant à la hâte quelques allignemens qui peuvent servir pour en déterminer le lieu à peu près. A 7 heures 10′ je remarquay qu'en tirant une ligne droite par l'étoile de la main d'Antinoüs marquée θ, & par la luisante de l'épaule Occidentale du Verseau, la Comete étoit environ 50′ plus australe que cette ligne ; & qu'en prolongeant vers l'Orient une autre droite qui joint les deux θ & η d'Antinoüs, la Comete étoit aussi plus australe de 20′ que cette autre ligne. Peu après M. Stancari en la comparant à cette derniere ligne droite la trouva 15′ plus australe, & remarqua aussi qu'elle étoit éloignée également de l'étoile θ d'Antinoüs & de l'étoile ι du Verseau. Ayant rapporté ces mesures sur le Globe de Blaeu ; & prenant un milieu entre les deux Observations qui ne s'accordent pas précisément, on trouve le lieu de la Comete à peu près à 7° du

Verſeau avec une latitude boreale de 15 degrez, en tenant compte du mouvement que les étoiles fixes ont fait depuis la conſtruction de ces Globes.

Le 29 on fut encore obligé par le mauvais tems de ſe contenter de la détermination qu'on pouvoit faire de la Comete, en la comparant à la vûë ſimple avec des fixes qu'on entrevoyoit parmi les nuages. A 7 heures 10′ nous la trouvâmes 5′ plus auſtrale que la droite tirée par l'étoile ϑ d'Antinoüs & l'étoile α du petit Cheval, & 20′ auſſi plus auſtrale que la droite qu'on tireroit par l'étoile β de l'Aigle & la Luiſante de l'épaule Occidentale du Verſeau. Son lieu déterminé par ces meſures ſur le Globe de Blaeu, tombe fort près du cercle Equinoxial à 7 ½ du Verſeau avec une latitude Septentrionale de 19 degrez.

Le 30 le Ciel fut couvert tout le jour & toute la nuit ſuivante.

Le 1 Decembre on voyoit aſſez bien la Comete nonobſtant la lumiere de la Lune. A 6 heures 28′ elle étoit dans la ligne droite prolongée qui paſſe par les deux fixes α & ε du Dauphin, ou un peu vers l'Orient, & ſa diſtance à l'étoile ε étoit égale à la diſtance des deux ε & α. Ce lieu ſe rapporte à 7 ½ du Verſeau & à 5 de latitude Septentrionale.

Le 2 Decembre ayant pointé la Lunette de 8 pieds à la Luiſante de l'Aigle, & l'ayant fait paſſer par la partie ſuperieure de l'ouverture de cette Lunette qui renverſe, on attendit la Comete qui devoit paſſer par la partie inferieure de cette ouverture, à ce que l'on jugeoit; mais la Comete s'approchant de l'endroit du Ciel auquel la Lunette étoit pointée, on s'apperçut qu'elle n'y paſſeroit point; c'eſt pourquoi ſans toucher la Lunette on obſerva le paſſage d'une petite fixe qui y paſſoit par la partie inferieure, & par la comparaiſon des temps auſquels ces deux étoiles paſſerent par les fils obliques & par l'horaire, on trouva que la petite fixe ſuivoit l'Aigle de 34′ 13′, & qu'elle en étoit plus boreale de 34″ de temps. Alors ayant changé la Lunette de place, & y ayant fait

passer la même petite fixe dans la partie superieure, la Comete vint dans la partie inferieure, & par la comparaison des heures on trouva qu'elle passoit par le cercle horaire 1′ 30″ de temps après la petite étoile fixe, & qu'elle avoit une declinaison plus boreale que celle de la fixe de 2′ 0″ de tems. La Comete passoit donc 35 minutes après la Luisante de l'Aigle ; & elle en étoit plus boreale de 2′ 34″ de tems. Or l'ascension droite de l'Aigle étant de 294° 8′, & sa declinaison Septentrionale de 2° 7′. L'ascension droite de la Comete sera de 303° 5″, & sa declinaison septentrionale de 8° 46′, d'où l'on trouve sa longitude de 7° 41′ du Verseau, & sa latitude boreale de 28° 1′. Cette Observation a été faite à 8 heures après midy.

Depuis le 2 Decembre jusqu'au 6 le Ciel fut couvert.

Le 6 Decembre je vis la Comete qui avoit passé la constellation du Dauphin, mais les nuages m'empêcherent d'en faire l'Observation.

Le 7 M. Stancari compara la Comete avec l'Etoile α de la Fleche, & à 8 heures après midi il trouva que la Comete passoit 38′ 50″ après cette étoile, & en étoit plus australe de 55′ de tems. Si l'on suppose la longitude de cette fixe de 26° 54′ du Capricorne, & sa latitude boreale de 38° 52′ ; on trouve par le calcul son ascension droite de 291° 40′, & sa declinaison de 13° 23′. Donc l'ascension droite de la Comete sera de 301° 24′, sa declinaison boreale de 17° 9′, sa longitude de 8° 17′ du Verseau, & sa latitude Septentrionale de 36° 33′.

Depuis le 7 jusqu'au 11 Decembre les nuages ont toûjours empêché de continuer les Observations.

Le 11 Decembre à 5 heures 45′ du soir la Comete étoit un peu au-dessous de la ligne droite prolongée vers l'Orient, qui joint les deux fixes θ & μ de la Fleche, & elle étoit alors éloignée vers l'Orient de la premiere de ces deux étoiles autant que cette fixe est éloignée de l'autre. Ce lieu tombe environ à 10° 50′ du Verseau avec une latitude Septentionale de 40° 55″.

Depuis le 11 Decembre on a encore observé la Come-

te le 13, le 16, le 20, le 26 Decembre, & le 3 Janvier en la comparant à des étoiles informes qui sont au Septentrion de la Fleche, & à des autres dans la Voye de lait; mais comme il seroit très-difficile & même inutile de décrire toutes ces étoiles sans en marquer les lieux, qui ne sont pas dans les Tables ni dans les Globes, il faut attendre que le tems nous permette d'en déterminer la position par rapport à des autres fixes connuës.

Ayant rapporté toutes ces positions de la Comete telles qu'on les a observées sur le Globe de Blaeu, on voit qu'elles tombent à peu près sur un grand cercle; sans qu'elles s'en écartent plus de ce qu'on peut attribuer d'erreur aux Observations, & particulierement à celle qui ont été faites à la vûë simple par des allignemens avec des fixes. Si l'on prend les trois observations du 27 Novembre, du 2 & du 7 Decembre qui sont les plus assurées, elles tombent précisément dans un même grand cercle qui coupe l'Ecliptique au 25 du Verseau, & fait avec elle un angle d'environ 85°$\frac{1}{3}$ dans la partie Septentrionale vers l'Orient. Mais si on veut tenir quelque compte des autres Observations & prendre un milieu entre toutes, cet angle est de 85° 7', le lieu de la section ne changeant presque point. Il n'y a pas moyen de faire tomber sur ce cercle l'Observation du 11 Decembre, sans y supposer une erreur de plus d'un degré. D'ailleurs ayant placé sur le Globe à peu près & par estimation les Observations faites depuis ce jour-là, on voit que la route de la Comete se courbe très-considerablement du côté de l'Orient. C'est pourquoi l'on peut juger qu'elle avoit aussi commencé de se courber avant le 11 de Decembre, & que le point d'inflexion sensible tombe entre le 7 & le 11.

En prenant donc pour la route de la Comete au moins jusqu'au 7 de Decembre le grand cercle qui coupe l'Ecliptique à 5° 8' du Verseau avec un angle de 85° 7', on trouve qu'il coupe l'Equinoxial à 304° 30' avec un angle de 81° 20' dans la partie australe vers l'Orient.

L'on voit par-là que le mouvement de la Comete en ascension

ascension droite a été contre la suite des signes, quoique son mouvement en longitude fût direct. Ensuite ayant tiré des petits arcs perpendiculaires au grand cercle de tous les lieux observez de la Comete qui s'en écartent quelque peu pour les réduire à une route réguliere, on trouve ses ascensions droite comme dans la Table ci-jointe, les aïant réduites toutes à 7 heures après midy. Pour ce qui est des declinaisons elles ne changent point par cette réduction, & on peut prendre celles de cette Table, qui est aussi pour 7 heures après midy, & dans laquelle on a suppléé des declinaisons qui n'ont pas été observées immediatement par le calcul, ou par la mesure actuelle sur le Globe.

		Ascension droite.		*Declinaison australe.*	
Novembre.	25	308^d	25$'$	24^d	17$'$
	27	305	50	9	51
	28	305	7	4	3
	29	304	30	0	0
		Ascension droite.		*Declinaison sept.*	
Decembre.	1	303^d	35	5^d	51$'$
	2	303	7	8	40
	7	301	24	17	7
	11	301	4	21	45

Quant à la parallaxe de cette Comete on auroit souhaité d'en pouvoir faire la recherche dès les premiers jours de son apparition, lorsque son mouvement qui étoit fort vîte, & son diametre apparent assez grand faisoient connoître qu'elle étoit le plus proche de la Terre; mais le tems ayant toûjours été contraire, on n'en pût faire rien jusqu'au 2 Decembre. Ce soir en comparant la Comete avec une petite fixe qui la précédoit de quelques secondes, on trouva qu'à 6^h 11$'$ après midy cette étoile précédoit la Comete de 30$''$ de tems, & à 8^h 53$'$ de 17$''$. La difference est de 13$''$, dont la Comete a acceleré son mouvement vers l'Occident dans l'espace de 2^h 42$'$. Or en calculant les differences journalieres d'ascension droite de la Comete observées & réduites à un grand cercle,

comme ci-dessus, ayant égard à l'inégalité de son mouvement, on trouve que dans ce tems elle devoit accelerer de 11″, il n'y a donc que 2″ pour la parallaxe; & comme on peut même attribuer ces 2″. ou à l'observation ou à la détermination qu'on a fait du mouvement de la Comete, il paroît qu'elle n'a pas une parallaxe évidente, ou du moins elle est fort petite. Le 7 Decembre on fit d'autres Observations pour cette effet, & l'on trouva qu'à $5^h\ 48'$ une fixe passoit par le fil horaire $58''\frac{1}{2}$ après la Comete, & qu'à $9^h\ 1'$ elle passoit 65″ après, ces observations étant réïterées & confirmées plusieurs fois. L'acceleration de la Comete vers l'Occident est de $6''\frac{1}{2}$, ce qui s'accorde dans la seconde à son mouvement en ascension droite pour ce tems tiré des Observations. Il n'y a donc point ici de parallaxe sensible.

Reflexions sur les Observations de la Comete faites à Bologne par Mrs Manfredi & Stancari.

1708. 4. Juillet. Comme la Comete que nous avions apperçûë à Paris à la fin du mois de Novembre étoit portée par son mouvement particulier par les étoiles fixes du Midy au Septentrion, & que Bologne est plus meridionale que Paris de 4 degrez $\frac{1}{3}$, elle arriva plutôt sur l'horizon de Bologne qui sur celui de Paris, où la constitution de l'air étoit aussi moins propre pour les observations du Ciel. Elle fut donc observée à Paris par M. Maraldi & par mon Fils trois jours plus tard qu'elle n'avoit été observée à Bologne, c'est-à-dire, le 28 de Novembre. Le jour suivant nous en donnâmes part à l'Academie, à laquelle nous fîmes le rapport des Observations qui nous avoient servi à déterminer sa situation, & en même tems nous en donnâmes avis à nos Correspondans en France, afin qu'ils pussent prendre part aux Observations de ce Phenomene.

On a fait le rapport à l'Academie des Observations qu'on a continué de faire, & des consequences qu'on en a tirées. Et comme M. Manfredi a dit avoir comparé la Co-

mete à des étoiles fixes prochaines qui ne sont pas décrites ni dans le Catalogue ni dans les Cartes, ce qui l'a empêché souvent d'en tirer la situation exacte de la Comete, M. Maraldi a envoyé à M. Manfredi la situation qu'il avoit déterminée par ses Observations de plusieurs de ses étoiles qui se sont rencontrées proche de la route de cette Comete.

Il y a cependant dans cet Exemplaire des Observations qui ont servi à M. Manfredi a chercher la parallaxe de cette Comete par la même methode que nous donnâmes à l'occasion de la Comete de 1680, c'est-à-dire, par l'Observation de la difference de l'ascension droite entre la Comete & une étoile fixe observée en divers jours & en diverses heures du même jour.

M. Manfredi témoigne qu'il n'y a trouvé qu'une fois 2 secondes d'heure pour argument de cette parallaxe, & qu'il n'est pas assuré si ces deux secondes se doivent attribuer à la parallaxe, ou à la difficulté de l'Observation, & que dans d'autres Observations il n'y a pas trouvé de difference sensible. Le cours de cette Comete du Midy au Septentrion étoit des plus propre pour cette maniere d'observer, parce que l'ascension droite de la Comete ne varioit pas sensiblement dans une espace assez considerable de tems.

Nous attendons les conclusions que M. Manfredi aura tirées de la comparaison de ses Observations avec les étoiles fixes, après qu'il aura reçû les Mémoires que nous lui avons envoyez.

Cependant M. Manfredi ayant choisi trois de ses Observations faites le 27 Novembre, le 2 & le 7 Decembre qui sont les plus assurées, il les a trouvées précisément dans un même grand cercle qui coupe l'Ecliptique au 5^d du Verseau, & fait avec elle un angle d'environ $85^d \frac{2}{3}$ dans la partie Septentrionale vers l'Orient. Mais si on veut tenir quelque compte des autres Observations, & prendre un milieu entre toutes, cet angle est de $85^d\ 7'$ coupant l'Ecliptique presque dans le même lieu. L'Ob-

ſervation du 11 Decembre decline de ce grand cercle, & s'en éloigne de plus d'un degré du côté de l'Orient. Il croit que la trace de la Comete a commencé à ſe courber entre le 7 & le 11 Decembre.

Nous avions obſervé une ſemblable courbure dans la route de la Comete de l'an 1664 vers la fin de ſon apparition, & nous l'avions repreſentée dans les Ephemerides que nous en dreſſâmes. Elle nous parut analogue à la courbure que la route des Planetes ordinaires fait dans le terme de ſes directions & retrogradations. M. Manfredi trouva auſſi que la route de cette Comete coupa l'Equinoxial à 304^d $30'$ avec un angle de 81^d $20'$, d'où l'on voit que le mouvement de la Comete en aſcenſion droite fût contre la ſuite des ſignes, & ſon mouvement en longitude ſuivant la ſuite des ſignes, ce que l'on voit auſſi par les Obſervations de Paris.

Il donne enfin une Table des aſcenſions droites & des declinaiſons de la Comete réduites à la même heure par le calcul fondé ſur ſes Obſervations depuis le 25 Novembre juſqu'au 11 Decembre.

On peut ſur ce fondement chercher le Perigée de la Comete, qui tombe fort près du lieu qu'on avoit déja déterminé par notre methode, ſuivant laquelle il ſe trouve un jour avant la premiere Obſervation de M. Manfredi. Nous avions obſervé celle de 1664 fort long-tems auparavant qu'elle arrivât à ſon Perigée, comme celle-cy aura pû être obſervée dans les païs plus meridionaux, ſur l'horizon deſquels elle paroiſſoit, lorſqu'en Europe elle étoit encore cachée ſous l'horizon.

La difference qu'il y a entre le nœud de la Comete déterminé par les Obſervations de Bologne & par celles de Paris, n'eſt pas plus grande que celle qui ſe trouve ordinairement dans les nœuds des Planetes ordinaires déterminées par divers Aſtronomes par des Obſervations faites avec plus de commodité. Il a fallu ſe contenter de celles que l'on a pû faire dans l'ouverture des nuages qui ont empêché d'obſerver ce Phenomene auſſi long-tems

à Paris qu'à Bologne, où elle a été vûë par la Lunette jusqu'au 13 de Janvier de cette année 1708. Nous avions observé celle de 1680 plus d'un mois après qu'elle avoit cessé de paroître à la vûë simple, dont nous donnâmes au public la route décrite parmi les étoiles fixes qui s'y rencontrerent; ce qui favorise la pensée que les Cometes cessent de paroître par leur grand éloignement de la Terre.

Les Observations faites en même tems à Paris & à Bologne; s'accordent aussi dans la direction de la route de la Comete vers les Poles de l'Ecliptique.

Comme les nuages ne nous ont jamais donné à Paris la commodité d'observer pendant la même nuit cette Comete à des heures aussi éloignées l'une de l'autre que nous aurions souhaité pour pouvoir entreprendre avec succès la recherche de sa parallaxe, nous nous remettons à ce que Mrs Manfredi & Stancari ont fait à Bologne là-dessus.

Cependant l'accord de toutes les Observations que M. Maraldi a examinées avec la Theorie, qui pendant le tems des Observations suppose le mouvement veritable à peu près égal, quoique son mouvement apparent ait été en même tems fort inégal, & la correspondance de la variation de sa distance à la terre qui résulte de cette Theorie, font assez voir que pendant tout cet intervalle de tems ce mouvement n'a pas été moins regulier que celui des Planetes ordinaires, quoiqu'il se soit fait au travers de leur route avec un angle approchant de 48 degrez; ce qui pourroit donner lieu de juger qu'elle appartient à un autre Systême different de ceux des autres Cometes, dont la route n'a pas une si grande declinaison du Zodiaque que celle de cette derniere; de la maniere que les Satellites de Saturne font dans un Systême different du Systême des Satellites de Jupiter, & font tous leurs cours particuliers par des cercles qui declinent du Zodiaque dix & onze fois plus que les cercles des Satellites de Jupiter, quoiqu'il ne soit qu'en-

viron deux fois plus éloigné du Soleil. Ce n'eſt pourtant pas une regle generale que les planetes qui ſont dans un Syſtême plus éloigné du Soleil ayent leur declinaiſon de l'Ecliptique plus grande que celles qui en ſont plus proches. Le Syſtême des Satellites de Jupiter en eſt ſans comparaiſon plus éloigné que ceuli de la Lune, & cependant il ne decline pas de l'Ecliptique plus de la moitié de la declinaiſon de la Lune.

Suite des Obſervations de la derniere Comete faites à Bologne, avec des reflexions. Par M. Maraldi.

1708. 5. Septembre.

Nous avons reçû la ſuite des Obſervations que M[rs] Manfredi & Stancari ont faites de la derniere Comete depuis le 11 Decembre, où ſe terminent celles qu'ils ont envoyées dans le premier Memoire juſqu'au dernier jour de ſon apparition.

Le Ciel ayant été plus favorable à Bologne qu'à Paris, on en a continué les Obſervations preſqu'un mois après que nous fûmes obligez par les mauvais tems de finir les nôtres, peut-être auſſi que l'air étoit plus pur & plus propre pour l'obſerver à Bologne, car M. Stancari vit encore la Comete à la vûë ſimple le 13 Janvier, quoiqu'à Paris nous euſſions déja beaucoup de peine à l'appercevoir le 22 Decembre précédent.

Depuis le 11 Decembre juſqu'au 17 Janvier, la Comete traverſa les étoiles qui ſont entre la conſtellation de la Fleche & celle du Cygne. Pour déterminer ſa ſituation à l'égard de ces étoiles, on la comparoit à celles qui ſe rencontroient dans ſon parallele par la methode ſuivante. On mettoit une Lunette de 8 pieds dans une ſituation fixe, en la dirigeant à l'endroit du Ciel où devoit paſſer la Comete. 2°. On marquoit le tems de ſon entrée & de ſa ſortie par une ouverture circulaire qui étoit à ſon foyer. 3° On obſervoit l'entrée & la ſortie d'une étoile fixe par la même ouverture, & en changeant de ſituation la Lunette, on faiſoit paſſer l'étoile par le diametre de l'ou-

verture. On s'eſt ſervi de cette methode parce qu'on avoit de la peine à diſtinguer la Comete quand on éclairoit l'objectif pour obſerver ſon paſſage par les fils, n'ayant pas encore vû la conſtruction du Micrometre dont il eſt parlé dans les Memoires de 1706.

Par ces Obſervations Mrs Manfredi & Stancari ont déterminé la difference d'aſcenſion droite & de declinaiſon entre differentes fixes & la Comete ; mais comme pour faire uſage de ces Obſervations il faut ſçavoir la ſituation de ces étoiles qui ne ſe trouvent point dans les Catalogues ordinaires, nous leur avons envoyé l'aſcenſion droite & la declinaiſon de ces étoiles tirée de notre Catalogue, par le moyen deſquelles ils ont trouvé l'aſcenſion droite & la declinaiſon de la Comete comme dans la Table qui ſuit ; d'où nous avons calculé la longitude & la latitude qui eſt à côté.

			Aſcenſ. droit.		*Decl. Sept.*			*Longitude.*		*Lat. Sept.*	
Le 14 Dec. à	7^h	0′	299^d	50′	22^d	43′	≈	8^d	21′	42^d	18′
16	6	0			23	58					
20	7	0	298	46	25	35	≈	8	10	45	23
26	8	0	297	50	26	53	≈	7	28	46	48
1708. Janvier.											
1	7	30	297	11	27	52	≈	7	3	47	55
13	6	45	296	46	29	38	≈	7	15	49	42
17	6	20	297	3	29	39	≈	7	37	49	39

Après avoir comparé les Obſervations avec les hypothêſes de cette Comete établies dans les Memoires du mois de Decembre de l'année derniere, il nous reſte à faire voir la conformité de ces mêmes hypothêſes avec les Obſervations les plus exactes faites à Bologne, tant à l'égard de celles qui ont été faites en même tems que les nôtres, qu'à l'égard de celles qui ont été faites avant & après.

La premiere Obſervation que M. Manfredi fit de cette Comete fut celle du 25 Novembre. Il n'en pût déterminer exactement la ſituation que par rapport à deux fixes

qui sont seulement visibles avec la Lunette, & dont il ne connoît pas la situation à l'égard des cercles de la Sphere. Nous avons cherché ces étoiles, & parmi un grand nombre qu'on en voit avec la Lunette en cet endroit du Ciel, nous n'en avons point trouvé qui ait plus de rapport à la distance & tout ensemble à la situation que M. Manfredi leur donne, que deux petites étoiles qui ne sont éloignées entr'elles en ascension droite que d'une minute & un quart, & presque 8 minutes en declinaison; ce qui convient assez bien à la distance d'environ 9′ que M. Manfredi leur donne. Ces deux étoiles sont proche du parallele d'une étoile du Capricorne appellée *prima ex duabus australibus sub alvo*, que Bayer marque par ζ, & autour de laquelle on voit encore avec la Lunette deux autres étoiles un peu plus petites. Nous avons trouvé la difference d'ascension droite entre cette plus belle étoile & la plus Septentrionale des deux avec lesquelles étoit la Comete de $9^{d}\ 40'\ 0''$, & la difference de declinaison de la plus Septentrionale des deux à l'égard de l'étoile ζ du Capricorne de $7'\ 20''$, dont l'étoile ζ est plus Septentrionale. L'ascension droite de l'étoile ζ par nos Observations est $317^{d}\ 29'$, & sa declinaison meridionale $23^{d}\ 39'$; donc l'ascension droite de la petite étoile sera $307^{d}\ 49'$, & sa declinaison meridionale $23^{d}\ 46'\ 20''$. M. Manfredi remarque que le 25 Novembre à $6^{h}\ 23'$ la Comete touchoit presque cette étoile; c'est pourquoi le lieu de l'étoile sera aussi pour $6^{h}\ 23'$ le lieu de la Comete, d'où nous avons calculé sa longitude en $4^{d}\ 15'$ d'Aquarius, avec une latitude australe de $4^{d}\ 40'$.

Cette latitude étant ajoûtée à celle du 30 Novembre qui étoit de $18^{d}\ 54'$, & la somme étant ôtée de $52^{d}\ 25'$ distance de la Comete au Perigée le 30 Novembre, on aura $28^{d}\ 51'$ distance de la Comete au Perigée pour le 25 Novembre. Par les hypothêses que nous avons établies dans le Memoire du mois de Decembre dernier, on trouve cette distance de $29^{d}\ 2'$, la difference entre cette Observation & l'hypothêse est de 11 minutes.

Par

Par les Obſervations que M. Manfredi fit de la Comete le 27 Novembre à $6^h 41'$ du ſoir, & qui ſont rapportées dans le Memoire précédent, nous avons trouvé ſon aſcenſion droite de $305^d 53' 20''$, ſa declinaiſon auſtrale de $10^d 11' 50''$, d'où nous avons calculé ſa longitude de $5^d 44'$ d'Aquarius, avec une latitude ſeptentrionale de $8^d 56'$. Cette latitude donne la diſtance de la Comete au Perigée de $42^d 27'$, les hypothêſes la donnent de $42^d 31'$, à 4 minutes près de l'Obſervation.

Ayant comparé de la même maniere toutes les Obſervations les plus exactes faites à Bologne qui ont été calculées ſur la ſituation des étoiles fixes tirées de nos Obſervations, nous en avons trouvé cinq qui s'accordent avec les hypothêſes à 3 ou 4 minutes près, outre ſix des nôtres qui s'accordent avec la même préciſion. Il y en a ſix qui s'y accordent à 10 ou 11 minutes près, & il y en a deux qui en different de 22 & 24 minutes, comme eſt celle du 20 Decembre : mais cette Obſervation donne à la Comete une declinaiſon plus ſeptentrionale que celle que nous fimes le 21; neanmoins le 20 elle devoit être plus meridionale que le 21, à cauſe que cette declinaiſon augmantoit d'un jour à l'autre. Cette difference peut venir de ce que l'étoile qui étoit proche du parallele de la Comete, vûë avec la Lunette, eſt compoſée de trois, comme nous l'avons dit dans le Memoire du mois de Decembre; on aura comparé la Comete avec l'étoile la plus meridionale, & dans la détermination on ſe ſera ſervi de la ſeptentrionale, de laquelle nous avons envoyé ſeulement la ſituation.

Le mouvement apparent de la Comete qui ſuivant les hypothêſes étoit dans le Perigée de $10^d 25'$, eſt toûjours allé en diminuant, de ſorte que depuis le premier Janvier juſqu'au 13, en 12 jours, il n'a été qu'un degré & trois quarts. Par l'Obſervation du 13 Janvier comparée avec celle du 17 du même mois, il paroît que ſon mouvement avoit changé de direction; car au lieu qu'auparavant il avoit été du Midy vers le Septentrion avec une latitude

qui augmentoit toûjours, le 17 elle avoit diminué de 4 minutes, & son cours étoit dirigé d'Occident en Orient, d'où l'on peut conjecturer qu'elle avoit été auparavant stationaire.

Cette station seroit arrivée plutôt qu'elle n'est representée par les simples hypothêses, qui ont été établies dans le Memoire du mois de Decembre.

On pourra examiner si cette anticipation, & la difference qu'il y a entre l'hypothêse & la derniere Observation ne vient point de quelque inégalité causée par le mouvement du Soleil. En attendant cette difference ne doit pas paroître extraordinaire à ceux qui sçavent combien il est difficile de déterminer précisément par les hypothêses le tems de la station des Planetes.

Il est arrivé à cette Comete ce qui arrive à la plûpart des Planetes, & principalement à celles qui se meuvent dans un orbite qui ne comprend point la Terre. Leur mouvement apparent est plus vîte quand elles sont dans leur Perigée, elles deviennent ensuite stationaires, & après la station leur mouvement change de direction, comme a fait aussi cette Comete.

A l'égard de son apparence dans les derniers jours qu'elle a été visible, M. Stancari remarque qu'elle a paru toûjours de la même figure; mais sa grandeur apparente est allée en diminuant, aussi-bien que sa lumiere qui devint très-foible, ensorte que le mois de Janvier elle ne fut visible à la vûë simple que jusqu'au 13, & le soir du 25 qui fut le dernier qu'elle pût être apperçûë par la Lunette, elle étoit si foible qu'il n'en pût déterminer la situation.

Ces Observations donnent lieu de croire que la Comete n'a pas cessé de paroître à cause de quelque changement physique qui lui est arrivé. Cette diminution de grandeur & de lumiere à mesure que son mouvement apparent devenoit plus petit, font plutôt croire que c'est son grand éloignement de la Terre qui l'a fait disparoître & perdre de vûë. L'hypothêse qui represente assez

bien le mouvement de la Comete durant presque deux mois qu'elle a été visible, fait voir que dans ces dernieres Observations elle étoit 8 fois plus éloigné de la Terre que dans la premiere Observation du 25 Novembre.

ECLAIRCISSEMENS SUR LA CONSTRUCTION DES EGALITEZ.

PAR M. ROLLE.

ENtre les Methodes que l'on a publiées pour la construction des Egalitez, il y en a une qui seroit très-commode, si l'on avoit pris soin d'en marquer les principales exceptions & d'en appliquer les difficultez. C'est pour faire voir en quoi consistent ces exceptions & comment on peut résoudre ces difficultez, que je proposerai ici des éclaircissemens sur cette Methode. 1708. 11. Juillet.

On sçait, 1°. Que la construction des égalitez, est la maniere de les résoudre par la Geometrie, ou la maniere d'exprimer par des lignes droites toutes les racines qu'elles renferment; & qu'en cela on se sert de deux Courbes, ou d'une Courbe & d'une autre ligne droite.

2°. Que ces Courbes & cette ligne droite s'expriment par des égalitez indéterminées, que l'on appelle *Lieux Geometriques* : Que dans chacun de ces lieux il ne doit y avoir que deux inconnuës.

3°. Que dans la Methode dont on se sert ordinairement pour construire les Egalitez de tous les degrez, les deux inconnuës sont les mêmes dans l'un & dans l'autre Lieu: Que l'on appelle *inconuë principale* celle qui est commune aux deux Lieux & à l'Egalité que l'on veut construire: & que l'autre inconnuë est regardée comme *introduite* par la Methode.

4°. Que dans cette Methode le premier Lieu eſt donné ou pris à volonté, & qu'elle fournit toûjours le ſecond Lieu en comparant le premier lieu à l'Egalité que l'on ſe propoſe de conſtruire.

5°. Que dans la même Methode les Courbes ou les droites exprimées par les lieux ſont toûjours décrites ſur un même axe & une même origine dans chaque conſtruction : Que les parties de cet axe ſont toûjours exprimées par l'inconnuë que la Methode introduit, & que d'ailleurs on ſuit la doctrine ordinaire des lieux pour la generation de ces Courbes & de ces lignes droites.

6°. Que de chaque point où ſe rencontrent les Courbes & les droites ainſi formées, on mene une appliquée ſur l'axe generateur (qui eſt celui de l'inconnuë introduite,) & que l'on prend toutes ces appliquées pour les racines de l'Egalité que l'on s'eſt propoſé de conſtruire : Que l'on ſuppoſe autant de differentes racines dans cette Egalité qu'il y a de points où les Courbes ſe rencontrent, & autant de points communs aux deux Courbes qu'il y a de racines.

On ſçait, dis-je, que toutes ces conditions ſont de la Methode dont on ſe ſert ordinairement pour la conſtruction des égalitez, qui eſt auſſi la Methode que je me propoſe d'expliquer dans ce Memoire.

Outre ces conditions il y en a encore d'autres dans cette Methode qui ne regardent que l'élegance, ou des cas particuliers. On y a deſiré que les lieux fuſſent du degré le plus ſimple, & c'eſt apparemment dans cette vûë que l'on prend ordinairement une inconnuë du premier degré pour l'inconnuë introduite du premier Lieu lorſque ce lieu eſt arbitraire, parce qu'il ne paroît rien d'ailleurs dans la Methode qui ait déterminé à faire ce choix. On peut voir auſſi dans l'uſage de cette Methode que l'on y combine le premier Lieu avec le ſecond Lieu pour en déduire de nouveaux lieux, & que l'on prépare ces nouveaux lieux pour en trouver d'autres qui ſoient les mêmes que des Lieux donnez ; ce qui ſe fait d'une ma-

niere où il semble que le succès tient en quelque maniere du hazard. Mais l'on ne s'en est souvent servi que pour le 3e ou le 4e degré ; rarement pour le 5e & le 6e degré, & l'on s'est toûjours contenté du premier & du second lieu pour les degrez plus élevez.

Ainsi pour la Methode prise en general, on n'envisagera ici que le premier lieu qu'elle suppose, & le second lieu qu'elle fournit, sans s'occuper de ce qui sert à l'élegance ou aux abregemens. Nos Observations ne laisseront pas de servir pour l'usage des Lieux qui résultent des combinaisons & des préparations, & pour la recherche des Lieux les plus simples.

On a observé dans cette Methode qu'en comparant le premier Lieu ou second Lieu pour faire évanoüir l'inconnuë qu'elle introduit, il doit en résulter l'égalité que l'on veut construire ; en quoi on a eu raison. Mais cela ne suffit pas pour s'assurer du succès de chaque construction.

Il est vrai que l'on a proposé comme des maximes generales plusieurs conséquences qui se tirent des dernieres conditions de la Methode, & que l'on y a fait de tacites suppositions que l'on regarde encore comme des maximes immuables, ce qui serviroit à la démontrer, si ces maximes avoient toute l'étenduë qu'on leur attribuë : mais on y trouve des exceptions considerables, & ces exceptions sont telles, que quand on les connoît, on voit en même tems celles de la Methode. Ainsi, il suffit pour le dessein de ce Memoire d'exposer ces maximes generales, d'en faire connoître les exceptions, & de marquer comment on peut en résoudre les difficultez. Voici un plan qu'il est bon de voir avant que de venir au détail.

Premieres maximes generales de la Methode.

Le nombre des points où les Courbes se rencontrent n'est jamais plus petit que le nombre des racines de l'Egalité proposée ; & lorsque les Courbes ne se rencontrent en aucun point, toutes les racines sont imaginaires.

Exceptions.

Il arrive en plusieurs exemples de tous les genres, que le nombre des points où les Courbes se rencontrent est plus petit que le nombre des racines de l'Egalité proposée; & il y a encore une infinité d'exemples de differens ordres, où les Courbes ne se rencontrent en aucun point, quoiqu'il y ait des racines réelles dans la proposée;

Secondes Maximes generales de la Methode.

Le nombre des points où les Courbes se rencontrent n'est jamais plus grand que le nombre des racines réelles de l'Egalité proposée; & lorsque toutes les racines de la proposée sont imaginaires, les Courbes ne se rencontrent en aucun point.

Exceptions.

Il arrivent en plusieurs exemples de tous les genres, que le nombre des points où les Courbes se rencontrent est plus grand que le nombre des racines de l'Egalité proposée. A quoi il faut ajoûter que les Courbes peuvent se rencontrer en plusieurs points, lorsque toutes les racines de la proposée sont imaginaires, quand on se sert des Lieux dont il sera parlé ci-après.

Il peut même arriver par le concours des inconveniens que les Courbes se rencontrent en autant de points qu'il y a de racines dans l'égalité à construire, & qu'aucune de ces racines ne soit de celles qui viennent dans la construction. Ensorte que la Methode, en pareils cas, ne donne aucune des racines de cette égalité, & qu'elle en donne d'autres qui en ont les apparences.

Troisiémes Maximes generales.

Toute égalité qui a deux inconnuës est un Lieu geometrique qui exprime une Courbe ou une ligne droite.

Remarque. Cette maxime n'est point énoncée dans la Methode; mais la Methode est conduite comme si la

maxime étoit une de ces choſes ſi generalement reçûës qu'il ne ſeroit pas permis d'en douter, & qu'il ſeroit inutile d'en parler quand on les ſuppoſe; de maniere qu'après avoir trouvé un lieu par cette Methode pour réſoudre des Egalitez fort compoſées, on regarde tout le reſte de la conſtruction comme poſſible, & ſouvent comme s'il n'y avoit aucune difficulté.

Exceptions.

Il peut arriver que le premier Lieu ſoit imaginaire, ou qu'étant réel il n'exprime ni Courbe ni ligne droite.

Non ſeulement cela peut arriver au premier Lieu quand il eſt donné ou pris à volonté; mais cela arrive ſouvent au ſecond lieu que la Methode fournit, & même dans des cas où le premier lieu eſt revêtu des conditions qui paroiſſent les plus avantageuſes.

Voici une Liſte d'Egalitez à conſtruire, & une autre Liſte des Lieux que l'on peut propoſer pour cette conſtruction, avec des Remarques ſur les differens effets qu'elle produit, où l'on peut voir pluſieurs exemples des exceptions que je viens de marquer.

Liſte des Egalitez à conſtruire.

A. $x^6 - 63a^5x + 62a^6 = 0$.

B. $x^5 + 3a^4x - 4a^5 = 0$.

C. $x^6 - 2mrx^4 - 4armx^3 + mmrrxx + 8aammrr + gcd^4 = 0$.

D. $x^{12} + h^{10}xx - nh^{10}x + nnh^{10} = 0$

E. $x^8 + n^8xx \pm n^7x - n^6 = 0$.

F. $x^6 - 4aax^4 - 8a^3x^3 + 8a^4xx + 32a^6 = 0$.

G. $x^3 + axx - bnx - abn = 0$.

H. $x^6 - bbx^4 - bhcx^3 - bhhx^3 + bh^4x + bch^4 = 0$.

I. $x^{20} + aaccnnx^{14} - 3a^4ccnnx^{12} + aannc^4x^{12} + a^6c^3n^3x^8 - 3a^6c^4n^4x^6 - 3a^6c^6n^4x^4 + a^8c^5n^5xx + n^5c^7a^8 = 0$.

Liſte des Lieux donnez pour la conſtruction des égalitez précédentes.

K. $x^3 + ayy = 0$.

L. $x^3 - 2aay + ayy = 0$.
M. $x^3 - 4aay + ayy = 0$.
N. $2x^3 - 3aay + y^3 = 0$.
O. $x^3 - 2aay + y^3 = 0$.
P. $2x^3 - 12aay + y^3 = 0$.
Q. $x^3 - 27aay + y^3 = 0$.
R. $yx^3 - 63a^3x + 62a^4 = 0$.
S. $x^3 - ayy = 0$.
T. $xx - ay = 0$.
V. $x^3 - bby = 0$.
X. $yyxx - a^3x + 4a^4 = 0$.
Y. $x^4 - 4nnyy + 2n^4 = 0$.
Z. $x^4 - acny = 0$.

Remarques. Si l'on ſe propoſe l'égalité *A*, & que pour la conſtruire on prenne ſucceſſivement les Lieux *K*, *L*, *M*, *N*, *O*, *P*, *Q*, on trouvera en y appliquant la Methode que tous les effets ſont differens.

En prenant le lieu *K*, les Courbes ne ſe rencontreront en aucun point.

En prenant le lieu *L*, les Courbes ne ſe rencontreront qu'en un ſeul point.

En prenant le lieu *M*, les Courbes ſe rencontreront en deux points.

En prenant le lieu *N*, les Courbes ſe rencontreront en trois points.

En prenant le lieu *O*, les Courbes ſe rencontreront en quatre points.

En prenant le lieu *P*, les Courbes ſe rencontreront en cinq points.

En prenant le lieu *Q*, les Courbes ſe rencontreront en ſix points.

On peut trouver par differens lieux la même multiplicité des points. On verra, par exemple, que les Courbes ſe rencontrent en trois points quand on prend le lieu *R* pour conſtruire l'égalité *A*, que les Courbes ſe rencontrent en quatre points lorſque l'on ſe ſert du lieu *S* pour la même égalité *A*. En quoy l'on aura occaſion d'obſerver

d'obſerver que cela arrive tout autrement que par les lieux *N* & *O*; quoique le nombre des points où les Courbes ſe rencontrent ſoit dans l'uſage de *N*, *O*, le même que dans l'uſage de *R*, *S*.

On verra auſſi que parmi toutes ces conſtructions il n'y en a aucune où l'on ne trouve un defaut conſiderable. Mais ſi l'on prend le lieu *T* ou bien le lieu *V* pour conſtruire la même égalité *A*, les conſtructions ſeront conformes au deſſein de la Methode. On trouvera que les deux Courbes ſe coupent en deux points dans ces deux conſtructions, & que chacune donne les deux racines de cette égalité.

Si l'on prend le lieu *X* pour conſtruire la même égalité *A*, les Courbes ne ſe rencontreront qu'en un ſeul point, & la racine qu'elles donneront ne ſera point de cette égalité.

En prenant ce même lieu *X* pour conſtruire l'égalité *B*, les Courbes ne ſe rencontreront qu'en un ſeul point, & il n'y a auſſi qu'une racine réelle dans cette égalité; mais l'appliquée du point où ſe fait la commune rencontre des Courbes n'eſt pas la valeur de cette racine, Enſorte que la Methode ne la donne pas, & qu'elle en donne une autre que l'égalité *B* ne renferme point.

Si l'on prend encore le lieu *X* & que l'on veüille s'en ſervir pour conſtruire l'égalité *D*, les Courbes ſe rencontreront; & neanmoins cette égalité *D* ne renferme que des racines imaginaires.

Quand on prend le lieu *V* pour conſtruire les égalitez *C*, *D*, on trouve dans chacun de ces exemples que le ſecond lieu eſt imaginaire.

Et prenant encore *V* pour conſtruire l'égalité *F*, le ſecond lieu ſe trouve réel, & n'exprime ni Courbe ni ligne droite.

Si l'on ſe ſert du lieu *Y* pour conſtruire l'égalité *E*; alors le ſecond lieu que fournit la Methode ſe trouvera imaginaire, quoique le premier lieu exprime une Courbe, & qu'il y ait deux racines réelles dans la propoſée *E*,

On verra d'autres varietez dans les exceptions de la Methode, si l'on prend le lieu *T* pour conſtruire l'égalité *G* ; le lieu *V* pour conſtruire l'égalité *H*, & le lieu *Z* pour conſtruire l'égalité *I*.

Ces exemples feront voir à ceux qui prendront la peine d'y appliquer cette Methode, que ces exceptions ſont effectives, & qu'elles viennent de differentes cauſes. Mais pour en connoître toute l'étenduë & toutes les varietez, il faut deſcendre dans un détail conſiderable. Il y a des exceptions qui ont du rapport à la doctrine des lieux : il y en a d'autres qui viennent des racines ſuperfluës qui s'introduiſent dans l'évanoüiſſement des inconnuës. Mais les exceptions les plus conſiderables, & dont la cauſe eſt moins évidente, viennent de ne pas faire aſſez d'attention aux limites de l'égalité propoſée, & aux limites des lieux dont on veut ſe ſervir pour la conſtruire ; & ce ſont auſſi principalement ces ſortes d'exceptions que je tâcherai d'expliquer dans ce premier Memoire. Je ne parlerai ici des autres exceptions que dans les Remarques, & je ne m'arrêterai point à celles qui n'empêchent pas de trouver les racines que l'on cherche. Que les lieux ne fourniſſent que des lignes droites, ou les Courbes plus ſimples que celles qui ſont indiquées par le degré des inconnuës. Que les Courbes ſe coupent quand on croit qu'elles ſe touchent, ou qu'elles ſe touchent quand on croit qu'elles ſe coupent, de tels inconveniens, quand ils ſont ſeuls, n'empêchent pas de trouver les racines, & c'eſt auſſi pour cela qu'on les a deſtinez à un autre Memoire. Voici une ſuite d'articles pour les principales exceptions.

Article I. Je me propoſe dans ce premier Article d'expliquer les principales exceptions des premieres maximes generales dont j'ai parlé dans mon preliminaire. Pour cela il faut faire voir qu'il y a des cas generaux ou les Courbes ne ſe rencontrent en aucun point, quoiqu'il y ait pluſieurs racines réelles dans l'égalité que l'on ſe propoſe de conſtruire, & faire voir auſſi qu'en d'autres cas

le nombre des racines de la proposée surpace le nombre des points où les Courbes se rencontrent. D'où il sera facile de conclure que dans tous ces cas la Methode en question ne donne pas toutes les racines qu'elle promet, & que souvent elle n'en donne aucune. C'est-là une de ces recherches où il est comme necessaire de joindre des exemples aux recits & aux raisons pour se rendre intelligible.

Premier Exemple.

Soit proposée l'égalité marquée Ω.

Ω $x^6 + 63a^5x + 62a^6 = 0$.

Et pour la construire le premier lieu soit celui que l'on voit ici en *S*.

S $x^3 = ayy$.

Pour trouver le second lieu, selon la Methode, il faut prendre dans *S* la valeur de la plus haute puissante de *x*, & la substituer dans la proposée Ω. C'est-à-dire, qu'il faut prendre ayy qui est la valeur de x^3 pour avoir son quarré aay^4, & substituer ce quarré dans la proposée à la place de x^6; ce qui donne le second lieu marqué Δ.

Δ. $aay^4 + 63a^5x + 62a^6 = 0$.

D'où l'on tire $x = \frac{y^4 + 62a^4}{-63a^3}$.

Il faut aussi, selon la Methode, que les Courbes exprimées par *S* & par Δ soient formées sur un même axe & une même origine, comme dans la premiere Figure.

En cela on peut se servir des calculs que j'ai mis ici. Le calcul pour le lieu *S* est celui que l'on voit dans les colonnes *D*. *E*. Et le calcul pour le lieu Δ est dans les colonnes *F*. *G*.

S. $x^3 = ayy$.		Δ. $x = \frac{y^4 + 62a^4}{-63a^3}$.	
D.	*E*.	*F*.	*G*.
$y = 0$ donne	$x = 0$.	$y = 0$ donne	$x = \frac{-62a}{63}$.
$y = a$	$x = a$.	$y = a$	$x = -a$.
$y = 2a$	$x = a\sqrt[3]{4}$.	$y = 2a$	$x = -\frac{26a}{21}$.

D.	E.	F.	G.
$y = 2a\sqrt[2]{2}$	$x = 2a.$	$y = 2a\sqrt{2}$	$x = -2a.$
$y = 3a$	$x = a\sqrt[3]{9}.$	$y = 3a$	$x = \frac{-143a}{63}.$
$y = 8a$	$x = 4a.$		
$y = -a$ donne	$x = a.$	$y = -a$ donne	$x = -a.$
$y = -2a$	$x = a\sqrt[3]{4}.$	$y = -2a$	$x = \frac{-26a}{21}.$
$y = -2a\sqrt[2]{2}$	$x = 2a.$	$y = -2a\sqrt[2]{2}$	$x = -2a.$
$y = -3a$	$x = a\sqrt[3]{9}.$	$y = -3a$	$x = \frac{-143a}{63}.$
$y = -8a$	$x = 4a.$		

Il faut encore, ſelon la Methode, que l'axe generateur des deux Courbes ſoit celui des y. Ainſi les parties de l'axe AB (*Fig.* 1.) doivent être exprimées par les valeurs de y, & dans tout le reſte on doit ſuivre la doctrine ordinaire des lieux.

Selon cette doctrine, ayant pris depuis l'origine O vers B & au-deſſous, pour les parties poſitives de y, les valeurs negatives de cette inconnuë ſeront neceſſairement depuis O vers A & au-deſſus.

Pareillement les appliquées poſitives (qui ſont les valeurs affirmatives de x) étant placées du côté de C, D, comme AC, BD; les valeurs negatives de la même inconnuë doivent être de l'autre côté de l'axe, comme AE, BF. Alors la Courbe exprimée par le premier lieu ſera placée comme on la voit en COD, & la Courbe que fournit le ſecond lieu ſera dans la ſituation indiquée par EGF.

Cela poſé, on verra que ces deux paraboles ne ſe rencontrent en aucun point, de maniere qu'elles ne peuvent ni ſe couper ni ſe toucher; & que ſi on les avoit placées d'une autre maniere ſelon la liberté que donne la ſaine doctrine des lieux, ces Courbes tendroient toûjours de plus en plus à s'éviter à meſure que l'on en pourſuivroit la generation. Ainſi il n'eſt pas poſſible qu'elles ſe rencontrent quand on ſuit la Methode, ni par conſequent

qu'elles donnent les racines de l'égalité Ω que l'on se proposoit de construire. D'où il faudroit conclure, selon cette Methode, que cette égalité ne renferme que des racines imaginaires. Cependant l'Algebre y découvre deux racines réelles, l'une est $-a$, l'autre $-2a$. Ce qui est facile à verifier par la substitution ou par la division.

Raisons prises de l'Analise.

Il est évident par la generation de ces Courbes que la premiere n'a point d'appliquées negatives, & il est encore évident ou facile de prouver que l'égalité proposée ne renferme que des racines negatives. Ainsi cette Courbe ne peut pas servir à exprimer ces racines avec les conditions que l'on demande. Mais il faut s'ouvrir une voïe plus generale pour prévoir de semblables inconveniens & pour s'en assurer : ce qui se peut faire comme on le va dire.

Dans le détail que l'on a fait ici des principales conditions de la Methode, on a vû, 1°. Que le premier & le second lieu expriment un Problême déterminé. 2°. Que la construction se fait sur ce Problême, comme si l'égalité que l'on se propose de construire n'en étoit pas. 3°. Qu'afin que la construction du Problême emporte avec soy la construction de l'égalité proposée, il faut que toutes les solutions dont cette égalité est capable soient comprises parmi les solutions de ce problême. D'où il suit qu'en substituant les racines de l'égalité proposée dans le Problême qu'expriment les lieux à la place de l'inconnuë principale, ils doivent demeurer réels ; ensorte que si l'un ou l'autre devient imaginaire aprês cette substitution, les racines substituées ne peuvent pas servir à résoudre le Problême exprimé par ces lieux, ni par conséquent se trouver dans la construction, puisqu'elle n'a été faite que pour ce Problême.

Or les racines de l'égalité proposée Ω sont $-a$ & $-2a$, & ces deux racines étant substituées dans le lieu S, l'une & l'autre substitution le rend imaginaire. Car la premiere donne $y = \sqrt{2} \overline{-aa}$, & la seconde donne $y = \sqrt{2} \overline{-8aa}$.

Ainſi ces deux racines ne peuvent pas ſervir à réſoudre le Problême qu'expriment S & Δ, ni par conſéquent ſe trouver dans une conſtruction qui n'a été faite que pour ce Problême & qui ne renferme rien de plus.

Remarques & conſequences. Delà on peut voir qu'en introduiſant dans une Egalité autant de racines negatives qu'on voudra, on n'en trouveroit jamais aucune par cette Methode, ſi l'on ſe ſervoit du Lieu S ou de tout autre Lieu qui ne fourniroit point d'appliquées negatives; & il eſt évident auſſi qu'en ſubſtituant des quantitez negatives telles qu'on voudra à la place de l'inconnuë principale dans ce lieu S, il ſe trouvera toûjours imaginaire après la ſubſtitution.

Tout le contraire arriveroit ſi l'Egalité que l'on veut conſtruire avoit des racines poſitives exprimées par x, & qu'on voulut ſe ſervir pour la conſtruire du Lieu $x^3 + ayy = 0$, ou de tout autre Lieu dans lequel cette inconnuë x n'auroit point de valeurs poſitives, ou qui deviendroit toûjours imaginaire en y ſubſtituant des Quantitez poſitives à la place de x; enſorte que ſi la Propoſée n'avoit que des racines réelles poſitives, la Methode feroit croire que toutes ces racines ſont imaginaires. On indiquera une voye qui eſt encore plus generale pour ces Recherches dans les Remarques de l'Exemple ſuivant.

Second Exemple.

Si l'on ſe propoſe de conſtruire l'égalité Σ.

$$\Sigma.\quad x^8 - 255a^7x + 254a^8 = 0.$$

Et que le premier lieu ſoit Ψ.

$$\Psi.\quad x^4 = a^3y - aayy.$$

Alors le ſecond Lieu que fournit la Methode ſera comme on le voit en Π.

$$\Pi.\quad a^6yy - 2a^5y^3 + a^4y^4 - 255a^7x + 254a^8 = 0.$$

D'où l'on tire $x = \frac{254a^4 + \overline{ay - yy}^2}{255a^3}$,

Et conſtruiſant les Courbes que ces Lieux expriment ſur un même axe OC & une même Origine O, l'effection

geometrique se fera comme dans la seconde Figure. Le premier lieu ne fournira que la feüille *ONPV*, & le second lieu donnera la Courbe indéfinie *QSHTL*. Et ces deux Courbes ne se couperont ni ne se toucheront en aucun point, comme il paroît par la Figure.

Ainsi la construction ne donnera aucune racine. D'où il faudroit conclure, selon la Methode, que toutes les racines de l'Egalité proposée z sont des racines imaginaires. Cependant cette Egalité renferme deux racines réelles & positives; l'une est $+a$, & l'autre $+2a$. Ce qui se verifie aisément par les substitutions ordinaires.

Raisons & Remarques.

En substituant les racines a & $2a$ dans le premier Lieu, on verra d'abord que cette substitution rend ce Lieu imaginaire, & que par consequent ces racines ne doivent point se trouver dans la construction, selon ce qui a été dit sur le premier Exemple.

Pour avoir une idée plus generale de ces inconveniens, il faudroit rappeller ici les deux Methodes que je donnai en l'année 1699. dans un volume in 4°. pour la résolution des Egalitez indéterminées. Selon ces Methode on trouve les limites des inconnuës dans un Lieu quelconque. Ainsi elles donneront les limites de l'inconnuë principale dans les lieux dont il est ici question; & comparant ces limites à celles de l'Egalité que l'on veut construire, on verroit si les racines de cette Egalité peuvent se trouver dans la construction, & quelles conditions doivent avoir les racines de toute autre Egalité à construire pour se trouver dans l'effection geometrique. Pour cela il faut un détail destiné à un autre Memoire. En attendant voici à l'occasion de ce dernier Exemple quelques Remarques où l'on pourra voir que l'exception dont il s'agit est d'une grande étenduë.

Les limites de x dans l'Egalité indéterminée ♈ sont marquées *VC* & *NC* dans la seconde Figure, & ces limites s'expriment en termes algebriques, comme on le voit ici $+a\sqrt{\tfrac{1}{2}}$. $-a\sqrt{\tfrac{1}{2}}$.

Toutes les valeurs au-dessus de la premiere limite (telles que $+a$. $+2a$. &c.) étant substituées à la place de x dans le Lieu ♈, ne donneront que des valeurs imaginaires pour y. Ce qui est facile à prouver dans cet Exemple.

De même toutes les valeurs au-dessous de la seconde limite (comme $-a$. $-2a$. &c.) étant substituées dans le Lieu ♈, ne donneront aussi que des valeurs imaginaires pour y.

Ensorte que pour trouver les racines d'une Egalité par la Methode dont il s'agit & par le Lieu ♈, il faudroit que les racines de cette Egalité ne fussent pas plus grandes que la premiere limite, ni au-dessous de la seconde limite, Ainsi l'intervale indéfini qui renferme tout ce qui est au-dessus de la premiere limite, & l'intervale indéfini qui comprend tout ce qui est au-dessous de la seconde, sont ici la mesure des exceptions dans le cas proposé.

Si l'on veut un Exemple sur cela d'une Egalité à construire dans laquelle il y ait des racines positives & des racines negatives, on peut se proposer l'Egalité $x^8 - 85a^7x - 86a^8 = y$, dont les racines réelles sont $+2a$ & $-a$. Alors en prenant le Lieu ♈, ou un Lieu au cercle comme $xx = ay - yy$, ou bien un Lieu à l'Ellipse tel que $xx = ay - 2yy$ pour construire cette Egalité par la Methode dont il s'agit, on trouvera que les Courbes ne se rencontrent en aucun point. Donc, &c.

Troisiéme Exemple.

Que la proposée soit *A*.

$$A. \quad x^6 - 63a^5x + 62a^6 = 0.$$

Et que le premier Lieu soit *L*.

$$L. \quad x^3 - 2aay + ayy = 0.$$

Alors le second Lieu sera comme on le voit ici en ♈.

$$♈. \quad ayy - 2aay^2 - 63a^5x + 62a^6 = 0.$$

D'où l'on tire $x = \frac{62a^4 + y^3 - ay^2}{63a^3}$.

Et formant les Courbes qu'expriment ces Lieux *L*, ♈, on trouvera qu'elles ne se rencontrent qu'en un seul point. Ainsi

Ainſi la conſtruction ne peut pas donner les deux racines de l'Egalité propoſée. On verra auſſi qu'elle donne une de ces racines, & qu'elle ne donne pas l'autre.

Raiſons & Remarques. Nous avons déja obſervé que la conſtruction donne toutes les valeurs de x qui conviennent à l'un & à l'autre Lieu. D'où il ſuit que la même conſtruction donne les racines de l'Egalité propoſée, lorſque ces racines ſont des valeurs de x qui conviennent à chaque Lieu. Or $+a$ eſt une des racines de l'Egalité propoſée, & cette racine convient à l'un & à l'autre Lieu. Car en la ſubſtituant dans tous les deux à la place de x, on trouve des racines égales pour y qui ſont réelles, & qui ſont les mêmes dans chacun de ces Lieux. Donc $x=a$ eſt une racine de l'Egalité propoſée qui ſe trouvera dans la conſtruction.

De plus, la conſtruction ne donnera cette racine qu'une ſeule fois: parce que la ſubſtitution de a à la place de x n'ayant donné pour y que des valeurs égales communes à l'un & à l'autre Lieu, il eſt évident par la generation des Courbes & par les conditions de la Methode dont il s'agit, que toutes ces valeurs de y ne fourniront qu'une ſeule abſciſſe, & que cette abſciſſe ne peut donner pour $x=a$ qu'une ſeule appliquée commune à ces deux Courbes. On démontrera dans une Theorie reguliere qu'il ſuffit de ſubſtituer les racines de l'Egalité propoſée dans le premier Lieu pour ſçavoir ſi la conſtruction les donnera & combien de fois elles s'y trouveront.

Dans l'Egalité *A* que l'on s'eſt propoſé de conſtruire il y a une autre racine qui eſt $2a$; & ſubſtituant cette racine dans le premier Lieu, la ſubſtitution le rend imaginaire. Ainſi, elle ne convient pas au Problême qu'expriment les Lieux, & par conſequent ne peut ſe trouver dans la conſtruction.

Ces Remarques font voir que la Methode donne la racine qui eſt compriſe entre les limites des Lieux qui fourniſſent des racines réelles, & que la Methode ne donne pas la racine qui n'eſt point compriſe entre ces limites.

Ce qui arrive auſſi à un grand nombre d'exemples de tous les genres dans de pareilles circonſtances.

On peut remedier aux inconveniens de ce premier article par la voye des limites, & par des formules que j'ai données dans le Journal des Sçavans du 14. Septembre 1693. au ſujet d'une recherche qui a du raport à celle-cy. On peut encor y remedier en tranſpoſant les deux axes generateurs de la Courbe que fournit le premier Lieu, lorſque cette tranſpoſition eſt permiſe, enſorte que les limites des racines que l'on veut trouver ſoient compriſes dans une ſuite non interrompuë des appliquées d'un nouvel axe. Ce qui ſuppoſe la Methode des Caſcades algebriques & celles que je donnai en l'année 1699. pour réſoudre les queſtions indéterminées. Mais il faut obſerver pour l'uſage de ces dernieres Methode que ſi le Lieu propoſé étoit affecté de pluſieurs ſignes radicaux, il ſeroit ſouvent neceſſaire de les faire évanoüir pour en trouver les limites. Soit que l'on veüille y diſtinguer le réel de l'imaginaire, ou tracer la Courbe qu'il exprime, ou faire un choix des inconnuës pour l'effection geometrique. Il y a même des cas où il eſt bon de faire évanoüir le ſigne radical d'un Lieu, quoique ce ſigne ſoit ſeul dans ce lieu. Par Exemple, ſi l'on avoit une Egalité à conſtruire, & que l'on eût auſſi pour le premier Lieu

$$y = b + \sqrt[3]{\frac{\overline{xx - 2ax + aa - bb}^2}{a}}.$$

dans lequel $\sqrt{}$ eſt appliqué au numerateur & au dénominateur. Alors il ſeroit bon d'en faire évanoüir ce ſigne cubique quand on veut ſçavoir laquelle des deux inconnuës on doit prendre pour l'inconnuë principale. Ce ſigne ayant diſparu, on aura

$$\begin{array}{l} x^4 - 4ax^3 + 6aaxx - 4a^3x + a^4 = 0. \\ \quad - ay^3 - 2bbxx + 4abbx - 2aabb \\ \qquad + 3abyy - 3abby + b^4 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad + ab^3 \end{array}$$

Et cherchant les limites de ce Lieu ſous cette derniere forme, ces limites feroient voir qu'en prenant y pour l'in-

connuë principale, on tomberoit ou dans des inconveniens que l'on a marquez dans le premier article, ou dans des inconveniens que l'on verra dans le second article, & que l'on éviteroit tous ces inconveniens si l'on prenoit x pour l'inconnuë principale, c'est-à-dire, pour l'inconnuë qui est commune à chacun Lieu & à l'Egalité proposée, comme on l'a marqué ci-dessus.

Article II. Pour expliquer les secondes exceptions de la Methode, il faut faire voir que bien souvent le nombre des points où les Courbes se rencontrent surpasse de beaucoup le nombre des racines de l'Egalité à construire. Voici des Exemples avec des preuves & des remarques où l'on pourra voir la cause la plus generale de cet inconvenient.

Premier Exemple.

Que l'Egalité proposée soit celle qu'on voit ici en *A*.

$$A.\ x^6 - 63a^5x + 62a^6 = 0.$$

Et que le premier Lieu soit $x = ayy$. Alors le second Lieu sera comme il est ici en Φ.

$$\Phi.\ x = \frac{y^4 + 62a^4}{63a^3}.$$

La Courbe qu'exprime le premier Lieu est *BDOGK*. (*Fig.* 3.)

La Courbe du second Lieu est *BDEGK*.

Formant ces deux Paraboles sur un même axe *AH* & une même Origine *O*, elles se couperont aux quatre points *B*, *D*, *G*, *K*; d'où il faudroit conclure, selon la Methode, que les quatre appliquées *AB*, *CD*, *FG*, *HK*, sont quatre racines differentes de l'Egalité *A*. Cependant il n'y a que deux racines réelles dans cette Egalité : l'une $+a$, l'autre $+2a$. Elles se trouvent dans la construction, parce qu'elles sont comprises dans les limites de x qui renferment des racines réelles. Mais chacune s'y trouve deux fois, parce que chacune est deux fois entre ces limites.

Raisons & Remarques. En substituant $+a$ à la place de y dans le lieu $x^3 = ayy$ & dans le Lieu Φ, l'une & l'autre substitution donnera $x = a$.

Subſtituant $-a$ à la place de y dans les mêmes Lieux, les deux ſubſtitutions donneront encore $x = a$. Ainſi $x = a$ vient de $y = +a$ & de $y = -a$. Mais ſelon la doctrine des lieux $y = a$ & $y = -a$ expriment deux abſciſſes differentes dans l'axe des y, telles que OF ; OC, de notre Exemple, & chacune de ces abſciſſes par la même doctrine donne $x = a$ pour ſon appliquée dans l'une & dans l'autre Courbe. Donc la racine $x = a$ ſera deux fois l'expreſſion d'une appliquée commune aux deux Courbes: l'une ſera comme GF, l'autre comme DC.

Pareillement $+2a\sqrt[2]{2}$, & $-2a\sqrt[2]{2}$ étant ſubſtituées à la place de y dans les Lieux $x^3 = ayy$ & ⊕ les deux ſubſtitutions donneront $x = 2a$. Ainſi ces deux Lieux ont deux abſciſſes $+2a\sqrt[2]{2}$, $-2a\sqrt[2]{2}$, qui fourniſſent une même appliquée $2a$ commune aux deux Courbes : & cela en deux endroits differens, puiſque les abſciſſes ſont differentes. Ainſi les Courbes doivent ſe rencontrer en deux points, comme B, K, pour la ſeule racines $+2a$. Et chacune de ces appliquées doit être la valeur de cette racine.

En cela il faut obſerver les effets réciproques de l'operation, & l'on verra que la ſubſtitution de $+a$ & de $-a$ à la place de y ; ayant donné $x = a$ dans chaque Lieu, il faut neceſſairement que la ſubſtitution de a à la place de x dans les mêmes Lieux donne $y = a$ & $y = -a$.

D'où il paroît que ſi une racine quelconque d'une égalité à conſtruire, étoit ſubſtituée dans les lieux dont on veut ſe ſervir à la place de l'inconnuë principale, & que la ſubſtitution donnât, par exemple, trente valeurs de l'inconnuë y qui fuſſent les mêmes dans chaque réſultat, les Courbes ſe rencontreroient en trente endroits pour cette ſeule racine. Ce qui produiroit une apparence dans la conſtruction de trente racines differentes. On verra dans la ſuite que cet inconvenient eſt encore plus general que ceux du premier Article.

Second Exemple.

La proposée est encore l'Egalité *A*.

$$A.\quad x^6 - 63a^5x + 62a^6 = 0.$$

Je prends pour le premier Lieu celui qui est ici marqué *Q*.

$$Q.\quad x^3 - 27aay + y^3 = 0.$$

Alors le second Lieu sera comme en Ƶ.

$$Ƶ.\quad x = \frac{62a^6 + \overline{27aay - y^3}^{2}}{63a^5}.$$

Formant les Courbes selon la doctrine des Lieux, la premiere de ces Courbes sera *B D P O F δ K M X Y* (*Figure* 4.) & la seconde *B D T Q N F H S K M Z*. Ces deux Courbes placées sur un même axe & une même origine, comme le prescrit cette Methode, se couperont en *B*, *D*, *F*, *H*, *K*, *M*. Ainsi il faudroit conclure, selon la Methode, que l'égalité *A* renferme six racines differentes, & neanmoins l'on a vû qu'elle n'en renferme que deux.

Les deux racines de l'égalité à construire sont a & $2a$.

La Racine a est exprimée par *CD*, *EF*, *LM*.

La Racine $2a$ est exprimée par *AB*, *GH*, *IK*.

Ainsi chacune de ces Racines se trouve trois fois dans la construction.

On trouvera aussi en substituant a & $2a$ à la place de x dans les Lieux *Q*, Ƶ, que chaque substitution donne trois valeurs de y communes à tous les deux. Ce qui fournit pour chaque racine trois abscisses communes aux deux Courbes. D'où il suit que chacune de ces racines doit se trouver trois fois dans l'effection geometrique, selon ce qui a été dit sur le premier Exemple.

Remarques. On voit que le surcroît des points où les Courbes se rencontrent dans le cas proposé, vient de ce que plusieurs valeurs de l'inconnuë introduite donnent une même valeur de l'inconnuë principale, & il est clair que cela arrive fort souvent lorsque cette inconnuë introduite est capable de differentes valeurs réelles dans le Premier Lieu à chaque fois qu'on détermine l'autre inconnuë. Ainsi, la connoissance des limites est encore ne-

ceſſaire ici pour voir l'étenduë de l'inconvenient, & pour n'y être pas trompé. Car l'on verroit par cette voye quels ſont les endroits de la conſtruction où ſe fait la repetition des racines & l'on pourroit abreger l'operation, parce que l'on pourroit ne pas former les portions de Courbes qui leur répondent.

On pourroit encore remedier à cet inconvenient & à tous les autres inconveniens de la Methode par des voyes déja reçûës, ſi l'on vouloit faire quelques changemens aux conditions qui ſont particulieres à cette Methode. C'en eſt une de comparer le premier lieu à l'égalité propoſée pour en tirer le ſecond Lieu; & quand on ne veut pas toûjours s'aſſujettir à cette condition, on peut remedier à pluſieurs inconveniens conſiderables de la même Methode: en y introduiſant une partie d'une Methode plus generale que j'ai donnée au public l'année 1691 dans un volume in-8° pour réſoudre les égalitez par la Geometrie. Il ſemble auſſi que de ſçavans Geometres ayent voulu allier ces deux Methode; mais il eſt certain ou du moins conſtant qu'ils ont voulu faire ſervir celle de l'année 1691 pour perfectionner la Methode en queſtion dans la recherche des Lieux les plus ſimples. Le projet en eſt bon, mais il eſt bon auſſi de ſçavoir qu'il y a un rapport neceſſaire entre ce projet & la plûpart des inconveniens dont nous avons parlé. Voici des Obſervations pour réſoudre une partie des difficultez qui ſont attachées à cette recherche, & pour y découvrir d'autres difficultez auſquelles l'on n'a peut-être pas penſé.

Le cas où il y a le moins de difficultez eſt celui où les coëfficiens de l'un & de l'autre Lieu ſont tout à fait arbitraires. Cependant l'on a éprouvé qu'il n'étoit pas facile avec cette condition de trouver les Lieux où les inconnuës ont le moins de dimenſions, quand il s'agit de conſtruire une égalité quelconque du ſeiziéme degré, comme l'égalité marquée *RR*.

$RR.\ x^{16} + nx^{15} + px^{14} + qx^{13} + rx^{12} + mx^{11} + \&c = 0.$

Voici comment on peut trouver ces Lieux. On ſçait

par la Methode de l'année 1691. art. 6. pag. 65. 66. que les inconnuës ne doivent avoir que quatre dimenſions dans l'un & l'autre Lieu pour conſtruire l'égalité *RR* On ſçait auſſi par la même Methode art. 4. pag. 62. 63. que tous les coëfficiens doivent d'abord être repreſentez par des indéterminées pour exprimer les differentes manieres de conſtruire l'égalité propoſée, & que l'on doit en faire un choix ſelon ce qui a été dit dans cette Methode art. 11. pag. 94. 95. Enſorte que l'on peut prendre pour la propoſée *RR* les Lieux indéterminez que l'on voit ici en *SS* & en *TT*.

SS. $y = x^4 + zx^3 + sxx$.

TT. $ay^4 + bxy^3 + gxxyy + dxy^3 + tx^3 = 0$.
$+ cy^3 + hxyy + kxxy + vxx$
$+ fyy + lxy + \kappa x$
$+ \delta y + \pi$

Pour déterminer ces Lieux on forme une ſuite d'Egalitez auxiliaires comme dans la Methode de l'année 1691. pag. 73. La ſolution du Problême que repreſentent ces égalitez détermine les Lieux ſuppoſez, & l'on voit par la même Methode, ou par la Methode des indéterminées de l'année 1699, ou par des indices d'ailleurs fort manifeſtes, ſi les Lieux ainſi déterminez ont les conditions qu'ils doivent avoir. Dans notre Exemple la ſolution du Problême auxiliaire fait voir qu'il faut préparer l'égalité *RR*, & que pour faire cette préparation il faut réſoudre une égalité déterminée du cinquiéme degré. Alors les Lieux *SS*. *TT* ſeront formez ſur un même axe & une même origine, comme on le deſire dans la Methode en queſtion, & ils n'auront aucun des inconveniens de cette Methode dont nous avons parlé dans notre préliminaire. Mais il faut, comme on voit, une préparation à laquelle on ne s'attendroit peut-être pas, & l'on verra qu'en voulant l'éviter on tombe dans quelque autre difficulté.

Il y a des difficultez plus conſiderables lorſque le premier Lieu eſt donné, & même quand il n'eſt donné qu'en

espece. Si l'on se propose, par exemple, de construire une égalité quelconque du huitiéme degré par un Lieu au cercle comme $yy - sy + xx - lx + vn = \theta$, & qu'on veüille que l'autre Lieu soit du degré le plus simple, on pourra prendre $nnby = x^4 + ax^3 + bnxx + cnnx + dn^3$. Alors le Problême auxiliaire indiquera dans la proposée une préparation considerable qui doit s'accorder avec d'autres déterminations que designe ce Problême, afin que les Lieux expriment des Courbes.

D'autres difficultez se presentent lorsque tous les coëfficiens du premier Lieu sont des quantitez données, & quand on veut aussi que le second lieu soit du degré le plus simple. Voici une voye pour cette recherche dans laquelle je suppose que ce premier Lieu ait d'ailleurs les conditions necessaires pour la construction.

On divisera le nombre des dimensions de l'égalité à construire par le nombre des dimensions du Lieu donné, & l'on se servira de cette division pour regler le nombre des dimensions du second Lieu comme dans la Methode de l'année 1691. art. 6. pag. 68. 69. On supposera un Lieu du degré exprimé par le nombre que fournit cette regle, & l'on designera tous les coëfficiens par des indéterminées, comme il est dit dans la même Methode art. 4. pag. 62. 63. Alors cette Methode donnera à ces coëfficiens des valeurs qui satisferont au dessein que l'on a, ou bien elle fera voir que ce premier Lieu indéterminé doit être exclus, & l'on y verra encore si l'exclusion est absoluë, ou si cela vient de n'avoir pas assez d'indétermination, ou parce que l'indétermination ne convient pas. Dans ces derniers cas on prendra un second Lieu dont tous les coëfficiens soient indéterminez, & dont les inconnuës soient plus élevées d'un degré que dans le Lieu précédent. Et si la Methode donne encore l'exclusion à ce second lieu faute d'indétermination convenable, on supposera un troisiéme Lieu indéterminé d'un degré au-delà. Ainsi de suite jusqu'à ce que l'on ait trouvé un Lieu avec les conditions que l'on demande, ou que l'on ait vû

qu'il

qu'il est impossible de le trouver. En quoi il faut observer, 1°. Que ces suppositions successives du second Lieu peuvent souvent s'abreger lorsque l'égalité que l'on se propose de construire n'est qu'un cas particulier de celles que comprend le degré où elle est élevée. 2°. Qu'entre toutes ces suppositions il n'y en a aucune jusqu'à la derniere qui ne soit necessaire à cette recherche lorsque tous les coëfficiens de l'égalité à construire sont conçûs de la maniere la plus generale. 3°. Que pour marquer la derniere supposition par une regle précise, il faut y faire entrer les conditions du Lieu donné, celles de l'égalité à construire avec d'autres conditions qui se tirent du détail de la Methode que l'on veut perfectionner par cette voye, & ne pas oublier dans cette Regle ce qui fait l'essentiel de cette Methode. Ainsi, il importe de bien connoître celle qui est ici en question, avant que de regler la recherche des Lieux les plus simples qu'elle peut fournir.

Article III. Lorsque les Exceptions que l'on a marquées dans le premier Article se trouvent avec les Exceptions du second Article dans une construction, elles se couvrent sans se détruire. Et delà il arrive que les inconveniens dont on a parlé dans ces deux Articles se compliquent de differentes façons, & en produisent d'autres qu'il seroit difficile de démêler, si l'on ne faisoit pas toute l'attention necessaire aux differentes causes qui les produisent.

Parmi ces inconveniens il y en a un dans lequel il se trouve que le nombre des points où les Courbes se rencontrent est égal au nombre des racines de l'égalité à construire, & cependant la Methode ne donne pas toutes ces racines, comme on le verra ici.

Premier Exemple.

Si l'on se propose de construire l'égalité que l'on voit ici en ☉.

☉. $x^6 + 21a^5x - 22a^6 = 0.$

Et que le premier Lieu soit *S*.

$S. \quad x^3 = ayy.$

Le second Lieu que fournit la Methode sera celui qui est marqué A.

$A. \quad x = \frac{22a^4 - y^4}{21a^3}.$

Formant ces deux Paraboles, comme on le prescrit dans la Methode en question, la premiere sera *LOQ* (*Fig.* 5.) la seconde *LNQ*, & l'on trouvera qu'elles se coupent en deux points *L*, *Q*, comme dans la 5e Figure.

Il est facile de s'assurer par le calcul qu'il n'y a que deux racines réelles dans l'égalité ⊖ que l'on s'est proposé de construire. Ainsi l'on peut dire que les Courbes se coupent en autant de points qu'il y a de differentes racines dans cette égalité. De maniere que selon la Methode les deux appliquées *LD*, *QP*, communes aux deux Courbes seroient les deux valeurs de ces racines, ou les racines mêmes exprimées par ces Lignes.

Ce préjugé se fortifie quand on fait évanoüir l'inconnuë *y* des Lieux *S*. A. Car dans cette Exemple comme dans les précédens, l'égalité qui résulte de cet évanoüissement est la même que l'égalité proposée. Cependant la construction est défectueuse en deux manieres, comme on le va voir, & l'on verra aussi comment on peut reconnoître de semblables inconveniens.

Raisons & Remarques. 1°. La racine $-2a$ est une des deux que renferme l'égalité à construire, & cette racine ne se trouve pas dans la construction. Car en la substituant à la place de son inconnuë *x* dans le Lieu *S*, on voit d'abord que cette substitution le rend tout imaginaire. Ainsi $x = -2a$ ne peut pas être une valeur commune aux deux Lieux, ni par conséquent s'exprimer par une appliquée qui leur soit commune. D'où il est facile de voir que les deux Courbes étant construites sur l'axe des *y* selon la doctrine de lieux & selon la Methode dont il s'agit, ne peuvent pas se rencontrer pour cette racine. Ce qui se prouve encore par d'autres raisons que l'on a marquées dans le premier article.

2°. L'autre racine de l'égalité à construire est $+a$, & cette racine se trouve deux fois dans l'effection geometrique. On peut s'en assurer en la substituant à la place de x dans le Lieu S & dans le Lieu A. Alors on voit que la substitution donne $y = a$ & $y = -a$ dans chaque résultat. Ainsi cette racine doit se trouver deux fois dans la construction, selon ce qui a été dit sur le premier Exemple du second article.

On ne peut pas dire que cela vienne des racines égales de l'égalité à construire. Car toutes les voyes analytiques, que les Algebristes & les Geometres ont proposées pour reconnoître les racines égales, nous assurent qu'il n'y en a point dans cette égalité, & s'il étoit toûjours vrai (comme on le suppose dans la Methode en question) que les Courbes se doivent toucher pour exprimer les racines égales, on peut voir ici que cela ne se trouveroit pas dans notre Exemple. Ainsi tout ce qui est de la Methode feroit croire que les appliquées DL, PQ, designent deux racines differentes dans cette égalité. Cependant l'on a vû, &c.

Second Exemple.

Que l'égalité à construire soit encore l'égalité marquée A.

$$A.\quad x^6 - 63a^5x + 62a^6 = 0.$$

Et que le Lieu donné ou le premier Lieu soit celui que l'on voit ici en M.

$$M.\quad x^3 = 4aay - ayy.$$

Alors le second Lieu que fournit la Methode sera le Lieu Γ.

$$\Gamma.\quad x = \frac{62a^4 + \overline{4ay - yy}^2}{63a^3}.$$

En décrivant les Courbes qu'expriment les Lieux, & les plaçant comme on le prescrit dans la Methode, leur concours produira l'effet que designe la 6e Figure.

Le premier Lieu donnera la Courbe $OSMVB$, & le second Lieu fournira la Courbe $NSCVG$. Ces deux Cour-

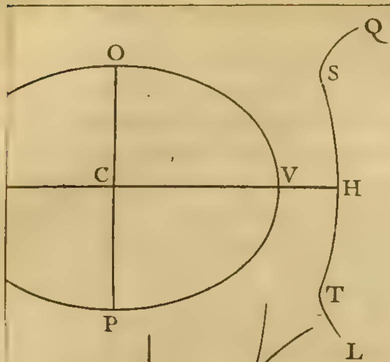
bes ſe couperont en *S* & en *V*. Enſorte que *SR*, *VT*, ſont deux appliquées communes à l'une & à l'autre Courbe. D'où il faudroit conclure, ſelon la Methode, que ces deux appliquées ſont deux differentes racines de l'égalité propoſée, & que cette égalité n'en renferme point d'autres.

Mais en ſubſtituant la racine $2a$ dans le premier Lieu, on trouvera que la ſubſtitution le rend tout-à-fait imaginaire : ce qui prouve que cette racine ne peut pas ſe trouver dans la conſtruction, ſelon ce qui a été dit ci-deſſus.

Et au contraire ſubſtituant l'autre racine $+ a$ dans chaque Lieu, on verra que cette ſubſtitution donne deux valeurs réelles de y qui ſont les mêmes dans l'un & dans l'autre réſultat. Ainſi cette racine vient deux fois dans la conſtruction, ſelon ce qui a été expliqué ſur une ſemblable difficulté dans l'exemple précédent Donc, &c.

Remarque. Il y a des exemples de tous les genres où les exceptions marquées dans le premier article compenſent celles du ſecond article, & où cela ſe fait de la maniere que l'on a vû ici. Mais il y a infiniment plus d'exemples où cette compenſation n'eſt pas exacte, & où il ſeroit fort difficile de diſtinguer les racines que donne la Methode, de celles qu'elle ne donne pas, ſi l'on n'en jugeoit que par l'effection geometrique. Alors des inconveniens ſe cachent par d'autres inconveniens, & ſi l'on veut une voye generale pour découvrir dans la Methode les exceptions qui réſultent de ce conflit & de ce mêlange, il faut avoir une autre Methode pour réſoudre en nombres les égalitez déterminées & indéterminées de tous les degrez.

J'aurois voulu marquer ici le cas où la Methode en queſtion ne donne aucune des racines de l'égalité propoſée & en donne d'autres qui en ont les apparences, ſelon ce que j'en ay dit dans mon Préliminaire, en propoſant de conſtruire l'égalité $x^5 + 3a^4x - 4a^5 = 0$, & de prendre $yyxx - a^3x + 4a^4 = 0$ pour le premier Lieu de cette conſtruction. J'aurois encore voulu expliquer comment cette Methode donne des racines réelles dans des



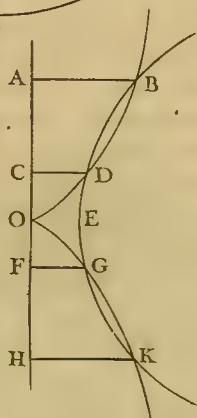


fig. 3.

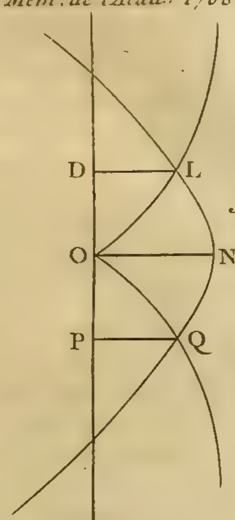
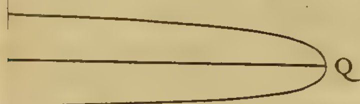
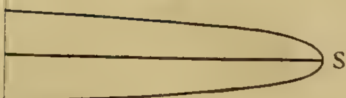


fig. 5.





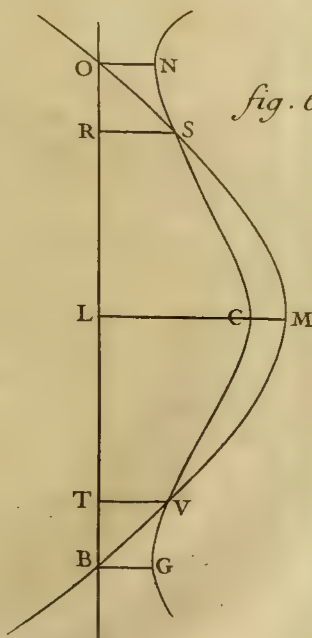
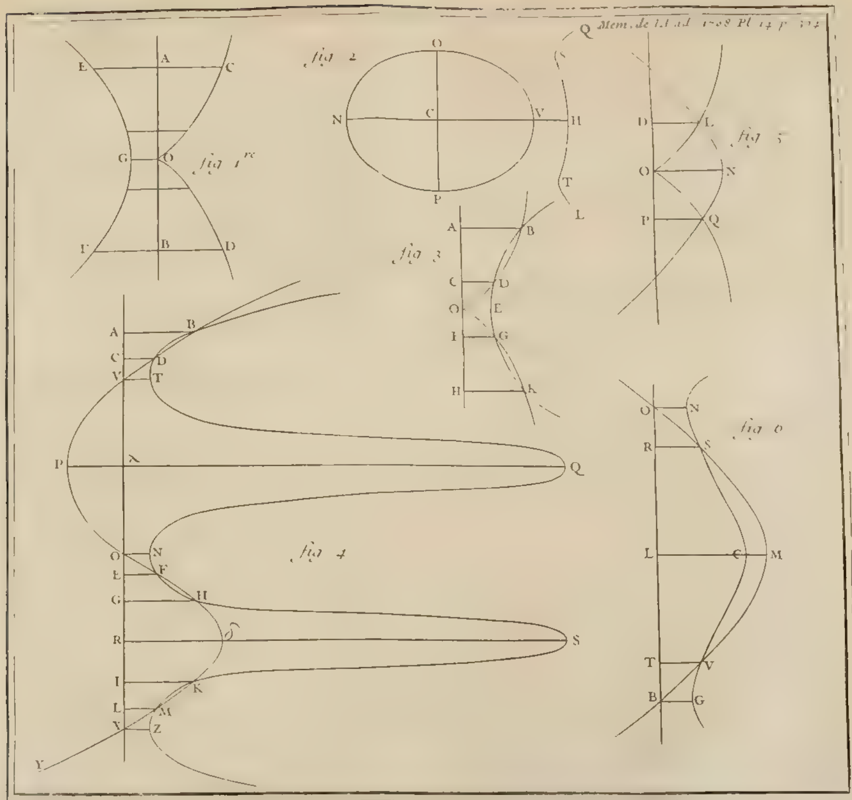


fig. 6.



Mem. de l'Ac. 1708 Pl. 14 p.
fig 1re
E
A
C
G
O
F
B
D
fig 2
O
N
C
V
H
P
Q
T
L
fig 3
A
B
C
D
O
E
I
G
H
K
fig 4
A
B
C
D
V
T
P
X
Q
O
N
E
F
G
H
R
S
I
K
L
M
Y
Z
fig 5
D
L
O
N
P
Q
fig 6
O
N
R
S
L
C
M
T
V
B
G

cas où l'égalité proposée ne renferme que des racines imaginaires : comment elle donne des Lieux de tous les genres qui n'expriment ni Courbe ni ligne droite, & faire voir en quoi consistent d'autres inconveniens de cette Methode que j'ai trop legerement indiquez. Mais tous ces éclaircissemens ayant parus trop longs pour être placez ici, on les a réservez pour d'autres Memoires.

CONJECTURES

SUR LA POSITION

DE L'ISLE DE MEROÉ.

PAR M. DELISLE.

DANS toute l'Ethiopie qui est un païs d'une très-grande étenduë, il n'y a rien de plus celebre parmi les Anciens que l'Isle de Meroé, ni rien de si difficile à trouver parmi les Modernes, & sur quoi ils s'accordent moins. Si ce que les Anciens en ont dit est veritable, cette Isle pouvoit mettre en armes 250 mille hommes, & nourrissoit jusqu'à 400 mille Ouvriers. Elle enfermoit un grand nombre de Villes, dont la principale étoit celle de Meroé, qui avoit communiqué son nom à l'Isle, & qui servoit de résidence aux Reines, *Regia & Metropolis Æthiopum*. Je dis aux Reines, parce qu'il semble que c'étoient des femmes qui regnoient en ce païs-là à l'exclusion des hommes. Du tems d'Auguste c'étoit une Princesse borgne à la verité, mais d'un courage mâle, *virilis sane mulier, sed altero oculo capta*. Elle fit une irruption dans l'Egypte qui appartenoit en ce tems-là aux Romains, mais elle fut obligée d'envoyer des Ambassadeurs à Auguste. A la mort de N. S. il en regnoit une autre, dont un Officier fut baptisé par S. Philippe, comme on voit par les actes des Apôtres. Enfin lorsque Neron en-

1708. 14. Novem.

voya des Soldats de ſa Garde en ce païs-là pour aller chercher les ſources du Nil, c'étoit encore une Princeſſe qui y regnoit, & toutes ces trois s'appelloient *Candace*; mais on voit par un paſſage de Pline, que depuis long-tems ce nom étoit devenu commun aux Reines.

Si l'on ſouffroit ici les diſſertations hiſtoriques au lieu que l'on n'y reçoit gueres que les diſcuſſions Phyſiques & Mathematiques, on auroit pû rapporter ce que Diodore & quelques autres Auteurs ont écrit à l'avantage de cette Iſle; mais il faut paſſer à la difficulté qu'il y a de la reconnoître dans la Geographie moderne.

Cette difficulté vient du peu de Memoires que nous avons ſur l'Ethiopie; car il ne faut pas eſperer que ſans une connoiſſance raiſonnable de l'état preſent du Monde, on puiſſe faire le rapport de l'ancienne Geographie avec la nouvelle. Quand on commença en Europe à avoir quelque commerce avec les Rois d'Ethiopie, il ſe trouva des Ecrivains hardis ou de mauvaiſe foi, qui ſur de legeres informations, en dirent tant de choſes éloignées de la verité, qu'elles jetterent le monde dans une infinité d'erreurs, dont on a eu juſqu'ici de la peine à revenir, & c'eſt ſur la foi de ces Ecrivains que l'on a fait de ſi mauvaiſes Cartes, & que l'on a défiguré ces endroits en tant de manieres, qu'un Ambaſſadeur du Roy d'Ethiopie diſoit en Egypte au jeune Thevenot, que nos Geographes avoient rempli leur païs de monſtres & de chimeres.

Il eſt vrai que les PP. Jeſuites qui ont été aſſez long-tems dans ce païs-là, nous en ont donné de meilleures inſtructions, & qu'ils ont fait une Carte ſur les lieux bien defferente de celles que l'on avoit faites en Europe. D'ailleurs le P. Balthazar Tellez, le P. Nicolas Godinho, M. Ludolf & autres, nous ont donné des Deſcriptions du païs ſur des Memoires bien plus ſûrs; mais ils n'ont décrit que cette partie de l'Ethiopie que nous appellons Abiſſinie, & non-pas celle que nous appellons Nubie; & c'eſt neanmoins ce qui étoit neceſſaire pour nous mettre

en état de décider la question avec quelque connoissance de cause.

Je n'entreprendrai donc pas ici de la décider, mais les Memoires que j'ai reçûs de ce païs-là sous la protection de Monseigneur le Comte de Pontchartrain me donnent le moyen de proposer au moins des conjectures. M. du Roule Envoyé du Roy en Ethiopie, tant pour obéïr aux ordres du Ministre, que pour s'acquiter avec plus d'honneur du glorieux emploi dont sa Majesté l'avoit honoré, avoit pris en Egypte tous les éclaircissemens necessaires sur la route qu'il devoit tenir, ce qui n'étoit pas une des moindres difficultez de sa commission. Il avoit fait une Description de la Nubie & du cours du Nil sur la déposition de plusieurs Scheicks ou Chefs de famille, qui avoient fait le voyage d'Ethiopie jusqu'à 15 & 20 fois tant par le Nil que par les deserts. Il m'a fait la grace de me communiquer ce qu'il avoit appris, & c'est sur ses Memoires que je proposerai mes conjectures.

L'Isle de Meroé étoit indubitablement sur le Nil. La source du Nil qui a été si long-tems & si inutilement cherchée par les Anciens, est à 12 degrez de latitude Septentrionale. Ses cataractes, un peu moins celebres, mais bien mieux connuës que sa source, sont au 23e degré & demi, & c'est sans difficulté entre ces deux points que doit être l'Isle de Meroé.

Les Anciens ont dit que cette Isle étoit formée par le concours de l'Astaboras & du Nil, & par une autre riviere nommée Astape qui se jette pareillement dans le Nil. Que le Nil terminoit cette Isle du côté de l'Occident, & qu'elle étoit bornée de deux autres côtez par l'Astape & l'Astaboras; ce qui fait voir que ce n'étoit qu'improprement qu'elle étoit appellée Isle, puisqu'elle n'étoit pas fermée de tous côtez, & qu'elle devoit être semblable à ce que nous appellons ici l'Isle de France.

Nonobstant une description si formelle, Mercator & Ortelius ont representé l'Isle de Meroé comme formée par deux bras du Nil & l'ont appellée Gueguere, & pres-

que tout le monde s'eſt laiſſé entraîner à l'autorité de ces deux Geographes, ſur la foy deſquels on prononce hardiment que l'Iſle de Meroé eſt aujourd'huy connuë ſous le nom de Gueguere. Cependant les Iſles qui ſont formées par le Nil ſeul au-deſſus des Cataractes, ſont toutes petites, ce qui ne peut compatir avec ce que nous avons dit de la grandeur de celle de Meroé, ni avec le nombre de ſes villes & de ſes habitans, & d'ailleurs il n'y en a pas une dont le nom approche de celui de Gueguere.

Les PP. Jeſuites qui ont été en Ethiopie ſont perſuadez que l'Iſle de Meroé n'eſt autre choſe que le Royaume de Gojame, qui eſt preſque tout enfermé par la riviere du Nil en forme de preſqu'Iſle, comme on peut voir dans la Carte ; mais cette preſqu'Iſle qui fait le Royaume de Gojame n'eſt formée uniquement que par le Nil, point d'Aſtape, point d'Aſtaboras, je veux dire aucune riviere que l'on puiſſe ſuppoſer être l'Aſtape & l'Aſtaboras, ce qui eſt contre la deſcription que les Anciens en ont donnée. D'ailleurs la ville de Meroé capitale de cette Iſle doit avoir été placée entre le 16 & le 17e degré de latitude Septentrionale, comme on le verra cy-après, & le Royaume de Gojame ne paſſe pas le 13e degré. Enfin ſi ce que nous appellons aujourd'huy Royaume de Gojame avoit été l'Iſle de Meroé ſi connuë des Anciens, n'auroient-ils pas auſſi connu les ſources du Nil, qui ſont ſans conteſtation au milieu de ce Royaume.

Iſaac Voſſius de la Societé Royale d'Angleterre eſt un de ceux qui dans ces derniers tems ont travaillé le plus utilement à la Geographie, & quoique ſa prétenduë reforme des longitudes ne lui ait pas fait honneur, il ne laiſſe pas d'y avoir d'excellentes rechercher dans ſes Ouvrages Geographiques. Il prétend que la preſqu'Iſle que fait la riviere de Mareb du côté de ſa ſource, par un circuit preſque pareil à celui que fait le Nil autour du Royaume de Gojame, eſt l'Iſle que nous cherchons ; mais outre que cette Iſle ne ſeroit formée que par une ſeule riviere, & non-pas même par celle du Nil, contre ce que les

les Anciens en ont dit, cette presqu'Isle formée par le Mareb n'a ni l'étenduë ni la situation que les Anciens ont donnée à l'Isle de Meroé. Et ce qui détruit absolument cette opinion est que la ville de Meroé capitale de l'Isle étoit sur le Nil, & que l'Isle ou la presqu'Isle de Mareb en est fort éloignée.

Cellarius dont les Ouvrages Geographiques font aujourd'huy assez de bruit parmi les Sçavans, a ramassé à son ordinaire tout ce que les Anciens ont dit de l'Isle de Meroé ; mais il ne donne aucune connoissance de l'état present de ce païs-là, sans quoi neanmoins on ne peut rien conclure ; il semble seulement qu'il approuve l'opinion qui confond le Royaume de Gojame avec Meroé ; ce que je viens de refuter.

Le P. Tellez Jesuite, après avoir bien consideré tout ce que les Missionnaires de sa Compagnie ont écrit sur l'Ethiopie, s'est laissé persuader que cette Isle étoit imaginaire, Si j'avois crû qu'une telle opinion pût faire quelque impression sur les esprits, j'aurois commencé par la refuter ; car il est inutile de raisonner sur une chose qui n'est pas, ou au moins dont l'existence est douteuse : mais le moyen de revoquer en doute l'existence de l'Isle de Meroé, après les circonstances que les Anciens en ont marquées. Pline assure que Simonides y a demeuré 5 ans, & qu'après lui Aristocreon, Bion & Basilis ont décrit sa longueur, sa largeur, sa distance de la ville de Syene & de la Mer-rouge, sa fertilité, sa ville capitale, & qu'ils ont même rapporté le nombre de ses Reines.

Ludolf qui n'a pû trouver cette Isle, non plus que le P. Tellez, n'a pas douté neanmoins qu'elle n'éxistât quelque part ; mais il prétend qu'il faudroit la chercher plus à l'Occident que l'on ne fait, & que ce sont des païs où l'on ne va pas. Que si après toutes les recherches que l'on en feroit on ne la trouve pas, on peut dire que quelque bras du Nil s'est seché, & que c'est ce qui fait qu'on ne la sçauroit découvrir : mais cet Auteur ne prend pas garde, que ceux qui ont fait recemment le voyage d'Ethio-

pic, ont long-tems côtoyé le Nil, & qu'ils doivent au contraire avoir laiſſé à l'Orient l'Iſle de Meroé, puiſque le Nil la bornoit à l'Occident, & qu'inſi c'eſt à l'Orient qu'il la faut chercher, & non-pas à l'Occident comme il le dit. Et à l'égard de la riviere ſechée, j'avouë bien qu'il y en a pluſieurs en Afrique, leſquelles ayant coulé quelque tems par des ſables, ou par des terres ſpongieuſes, s'affoibliſſent inſenſiblement, & à la fin diſparoiſſent; mais on ne met pas au nombre de ces rivieres le Nil ni l'Aſtaboras, & le pouvoir ou plutôt la licence des Geographes, quoique grande, ne va pas juſqu'à faire tarir des rivieres de cette conſequence.

Puiſqu'il faut donc trouver l'Iſle de Meroé, & qu'il eſt du devoir d'un Geographe de faire le parallele de l'ancienne Geographie avec la nouvelle, on pourroit conjecturer que c'eſt cette eſpace de terre qui eſt entre le Nil & les rivieres de Tacaze & de Dender, & je vais tâcher d'établir cette conjecture par la ſituation de ce païs qui me paroît conforme à celles que les Anciens ont donnée à l'Iſle de Meroé, par les rivieres dont elle eſt formée, par ſon étenduë, par ſa figure, & par quelques autres ſingularitez communes à l'Iſle de Meroé, & au païs que je viens de déſigner.

La ſituation d'une place ou d'un païs ſe prouve par le degré ſous lequel elle eſt ſituée, & par la diſtance de cette place, ou de ce païs, à d'autres endroits qui nous ſont connus. La ville la plus connuë de tous ces païs-là eſt la ville de Syene. Sa latitude n'eſt pas douteuſe, & c'eſt un point fixe, duquel on peut ſans crainte meſurer les environs. Pline Liv. 2. chap. 73. aſſure que le jour du ſolſtice à midy les corps n'y font point d'ombre, & que pour preuve de cela on y a fait creuſer un puits, qui dans ce tems-là eſt tout éclairé. *In Syene oppido, ſolſtitii die medio, nullam umbram jaci, puteumque ejus experimenti gratia factum, totum illuminari.* Strabon a dit la même choſe en d'autres termes, ce qui fait voir que la ville de Syene eſt juſtement ſous le Tropique du Cancer à 23 degrez & de-

mi de latitude Septentrionale. Or de Syene à la ville de Meroé, selon les mêmes Auteurs, on comptoit 5 mille stades en tirant au midy, & ces 5 mille stades évaluez en mesures Astronomiques font 7 degrez d'un grand cercle, & donnent la position de la ville de Meroé à 15 degrez & demi de l'Equateur.

Cette position de la ville de Meroé, qui se rapporte assez juste à celle que Ptolomée lui donne au 4e Livre de sa Geographie, est encore confirmée par un autre passage de Pline, qui dit que la ville de Meroé n'a point d'ombre; non plus que celle de Syene, & que cela arrive deux fois l'année, lorsque le Soleil est au 18e degré du Taureau, & au 14e degré du Lyon. *In Meroe, quæ est caput gentis Æthiopum, bis en anno absumi umbras, Sole duodevicesimam Tauri partem, & quartam decimam Leonis obtinente.* Or il est sûr que quand le Soleil est dans les degrez que je viens de nommer, il a environ 16 degrez & demi de declinaison, qui est la latitude que les Anciens ont donnée à la ville de Meroé, & qui résulte de son éloignement de celle de Syene.

Je pourrois encore prouver par les climats la position de la ville de Meroé. Les Anciens l'ont mise au milieu du premier climat, dont le plus long jour est de 13 heures, ce qui donne par le calcul 16 degrez & demi, qui est la même latitude que nous avons donnée à Meroé sur les Observations, & sur son éloignement de la ville de Syene. J'ai negligé dans ce calcul la refraction, parce qu'elle ne fait pas une difference notable.

L'Isle de Meroé étoit formée par la riviere du Nil, & par deux autres rivieres qui venoient du côté de l'Orient, comme nous avons dit. *Influunt in Nilum*, dit Strabon, *duo flumina ab Oriente delata, & Meroem ingentem Insulam complectuntur.* Je ne sçai si les Anciens ont connu d'autres rivieres que ces deux-là, qui se jettent dans le Nil du côté de l'Orient; mais on voit par les Memoires de M. du Roule qu'il n'y en a que deux de considerables, sçavoir la riviere de Tacaze & celle de Dender. La riviere de

Tacaze grande comme la moitié du Nil, a bien l'air d'être l'Aſtaboras des Anciens ; c'eſt l'opinion de Jean de Barros le Tite-Live des Portugais, & deux choſes ne me permettent pas d'en douter. La premiere eſt que ſelon les Jeſuites qui ont été en Ethiopie, elle entre dans le Nil à 17 degrez & demi de latitude, qui eſt à quelques minutes près la même hauteur que Ptolomée donne à l'embouchure de l'Aſtaboras 700 ſtades au-deſſous de la ville de Meroé, comme on voit par Strabon, par Diodore & autres.

La ſeconde choſe qui me fait croire que le Tacaze eſt le même que l'Aſtaboras, eſt que cette riviere s'appelle autrement Atbara, comme on le voit par le rapport des Scheiks de Nubie, & par celui d'un Recollet qui a paſſé cette riviere en allant en Ethiopie. Or les noms d'Atbara & d'Aſtaboras ne ſont pas fort differens. Je ſuppoſe que l'Atbara eſt ſon veritable nom, & que les Grecs l'ont alteré comme ils ont fait tant d'autres, puiſque cela arrive encore aſſez ſouvent à ceux qui ſont obligez d'employer des noms étrangers dans leurs écrits.

Pour la riviere d'Aſtape, ce ſera apparemment celle de Dender ; car il n'y a que les deux rivieres d'Atbara & de Dender, au moins qui ſoient de quelque conſideration, qui entrent immediatement dans le Nil du côté de l'Orient.

L'étenduë du païs que j'ai deſigné eſt à peu près la même que celle que les Anciens ont donné à l'Iſle de Meroé. Diodore & Strabon l'ont fait longue de 3 mille ſtades, & large de mille, c'eſt-à-dire, qu'ils lui ont donné 120 lieuës de longueur ſur 40 de largeur, & cela ſe trouve ici à peu de choſe près, au lieu qu'il s'en faut bien que le Royaume de Gojame ni la preſqu'Iſle formée par la riviere de Mareb approche de cette étenduë.

Et non ſeulement l'étenduë eſt la même, mais auſſi la figure que Diodore & Strabon donnent à l'Iſle de Meroé convient aſſez au païs dont je parle, c'eſt-à-dire, celle d'un bouclier. Peut-être qu'un habile deſſinateur ni trouve-

roit pas son compte; mais il ne faut pas chercher toute la regularité du dessein dans les figures que les Anciens ont données aux païs, non plus qu'à celles qu'ils ont données aux Constellations.

Il n'y auroit qu'une chose à apprehender, que le plan que je represente ici ne fût pas bien sûr, & que pour prouver ce que j'ai avancé, je ne l'eusse accommodé à l'opinion des Anciens, semblable aux Architectes de Lesbos, qui trouvant de la difficulté à dresser les pierres conformément à leur modele, accommodoient leur modele à la pierre même, se servant pour cela d'une regle de plomb. Mais je répons à cela que ce sont les rivieres qui font la figure & la plus grande partie de ce plan, & que ces rivieres avec leurs sources, leur cours & leurs embouchures sont tirées de la Carte que les PP. Hieronymo Lobo, François d'Almeyda, & autres Jesuites Portugais ont faite sur les lieux, qu'elles sont prises de la déposition verbale des Scheiks de Nubie interrogez séparément par M. du Roule, des Itineraires de nos Jesuites François, & du sieur Poncet dont le P. le Gobien a fait imprimer le Voyage, & de quelques autres Voyages manuscrits des Recollets Italiens envoyez dans ce païs-là par la Congregation de la Propagande dont j'ai eû des copies collationnées.

Outre les convenances que j'ai rapportées entre l'Isle de Meroé & le païs que je propose pour la representer, il y en a encore quelques autres, comme sont les pluïes, la fertilité du païs, & la chasse des Elephans.

Strabon dit que les pluïes reglées ne commencent qu'à Meroé, & Pline que ceux qui furent envoyez par Neron pour aller chercher les sources du Nil, commencerent à trouver dans ces endroits des arbres & des herbes, *herbas demum circa Meroem silvarumque aliquid apperuisse cætera solitudines.* Et c'est justement la remarque que le P. Bevedent a faite dans ces mêmes endroits. Nous quittâmes, dit ce Pere, la ville de Corti & la riviere du Nil pour entrer dans le desert de Bihouda. On commença à

voir des arbres & des herbes, les pluïes commençant à se faire sentir en ces quartiers-là, au lieu que tout le reste jusques-là n'est arrosé que par le débordement du Nil, ou par le moyen des machines qui élevent ses eaux pour les répandre sur les terres, & c'est ce que Poncet déclare pareillement dans son Itineraire. Ils pouvoient bien dire comme Pline, *cætera solitudines*, eux qui avoient marché plusieurs journées dans des sables ou dans des terres arides, où ils n'avoient trouvé ni eau ni herbe, & rien autre chose que des affreuses solitudes. Et c'est sans doute dans ces lieux deserts que Cambyse Roy de Perse ayant perdu une partie de son armée, fut obligé de retourner en Egypte, sans être parvenu jusqu'à cette partie de l'Ethiopie qui commence à être cultivée & habitée, surquoi on ne sçauroit assez admirer la vanité de ces Auteurs Grecs qui ne vouloient rien ignorer, & qui pour trouver l'origine du nom de Meroé, ont écrit que Cambyse avoit pris cette ville, & qu'il avoit changé le nom qu'elle portoit auparavant en celui de sa sœur qui s'appelloit Meroé, & que cette Princesse y étant morte, elle y avoit été enterrée.

On a fort loüé la fertilité de l'Isle de Meroé & le grand nombre de ses habitans, & cela convient encore parfaitement bien au païs dont je parle. Le P. Paulet Jesuite dit qu'au delà du Nil vis à vis de Sennar, le païs fourmille de monde, & que l'on y voit mille & mille petits hameaux répandus dans toute la campagne. J'ay une route de la même ville de Sennar à Souaquem Isle & Port de la Mer-rouge; où il est dit que le païs que je décris est bien cultivé & bien peuplé. Et dans la Description de Nubie faite par M. du Roule sur le rapport des gens du païs, il paroît que dans ces endroits la terre est d'une si grande fertilité que l'on y fait trois recoltes par an.

Enfin c'est un peu au-dessus de Meroé que l'on commençoit à voir des Elephans selon Pline. Les Ptolomées Rois d'Egypte, entr'autres le fameux Philadelphe qui s'est si fort attaché à la connoissance de la Nature & des

beaux Arts, envoyoient vers ces endroits à la chaſſe de ces grands animaux, & avoient fait bâtir quelques places pour la commodité de ceux qu'ils y envoyoient, & l'on a remarqué dans la route de Sennar à Souaquem dont je viens de parler, qu'au delà de la riviere d'Atbara vers la même hauteur qui eſt déſignée par Pline, on trouve dans les montagnes des Elephans en grande quantité, & pluſieurs autres ſortes d'animaux.

il me ſemble que pour achever de rendre ma conjecture plus vrai-ſemblable, il ne faudroit plus que trouver la ville même de Meroé dans l'Iſle dont je viens de parler, ou au moins en découvrir les ruines ou les veſtiges. Si l'on en vouloit croire Joſephe & Heliodore qui la mettent à la jonction du Nil & de l'Aſtaboras, il ne ſeroit pas difficile, il n'y auroit qu'à chercher le conflant de ces deux rivieres qui ne ſçauroit être douteux; mais on ſçait aſſez que l'Hiſtoire Ethiopique d'Heliodore n'eſt qu'un Roman, & il y a bien de l'apparence que l'Hiſtoriette que fait Joſephe touchant l'expedition de Moyſe en Ethioqie lorſqu'il étoit, dit-il, à la Cour de Pharaon, & General de ſes troupes, ne merite pas plus de croyance, puiſqu'elle ne ſe trouve ni dans l'Ecriture ni dans Philon; ainſi il vaut mieux s'en rapporter à Strabon, qui dit que la ville de Meroé étoit 700 ſtades au-deſſus de la jonction de l'Aſtaboras & du Nil, où à Pline qui y met 70 mille pas. On trouve vers ces endroits la ville de Guerri, que nos Voyageurs diſent être une des plus conſiderable du païs. Seroit-ce point ce que d'autres appellent Meroé ou Gueguere par une eſpece de réduplication? Mais il y a peut-être de la temerité à pouſſer ſi loin de ſimples conjectures, & l'Academie fait profeſſion d'une ſevere exactitude dans la recherche de la verité.

NOUVEL ECLAIRCISSEMENT sur la prétenduë production artificielle du Fer, publiée par Becher, & soûtenuë par M. Geoffroy.

PAR M. LEMERY le fils.

1708. 5. Decembre. POur remettre la Compagnie au fait de la question qui est entre M. Geoffroy & moi sur la production artificielle du Fer; & pour faire concevoir & suivre plus clairement ce que j'ai à dire aujourd'huy contre cette production metallique, & en faveur de mon sentiment particulier, je vais faire une recapitulation succinte de ce qui s'est dit de part & d'autre sur cette matiere.

Dans l'Assemblé publique du 13 Novembre 1706 je lûs un Memoire où je tâchois de prouver que les Plantes contenoient réellement du fer, & par consequent que celui qui se trouvoit dans leurs cendres après leur calcination n'étoit point un fer nouvellement fabriqué. Je fis voir par des experiences incontestables que la pesanteur specifique du fer & la grossiereté naturelle de ses parties ne l'empêchoient point de monter dans la plante, d'autant plus que je le supposois réduit alors en vitriole, c'est-à-dire, en sel concret dont la base est du fer, comme la base des autres sels est une terre où des acides se sont incorporez. J'ajoûtay que par le feu de la calcination, les acides du vitriol contenu dans les plantes s'échapant en l'air, la base ferrugineuse de ce vitriol vegetal restoit à nud dans leurs cendres, & étoit alors reconnoissable par l'aiman : de même qu'il arrive au vitriol ordinaire & mineral sur lequel l'aiman n'a aucune action tant qu'il est vitriol; mais qui étant poussé par un grand feu, & ayant perdu par-là ses acides se réduit à une masse ferrugineuse dont les pores plus libres peuvent desormais admettre la matiere magnetique, & recevoir les impressions de l'aiman. Enfin la terre étant remplie de fer, & ce



YPTE
Syene
ataracates du Nil
Nil
MER
ROUGE
Souaquem
BIE
Guerri
Tacaze
Dender
Mareb
GOJAME
le Nil
Sources
du Nil
le Nil
BISSINIE
Berey sculp.
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10


EGYPTE
Tropique du Cancer
Syene
Cataractes du Nil
le Nil
MER
ROUGE
Souaquem
Corti
NUBIE
Desert de
Bihouda
le Nil
Guerri
Tacaze
Dender
Sennar
Mareb
le Nil
GOJAME
Sources
du Nil
le Nil
ABISSINIE
Berey sculp.

ce metail étant diſſoluble par preſque toute ſorte de liqueurs, les ſucs de la terre qui s'en ſont chargez, & qui ſervent à la nourriture des plantes, y portent naturellement avec eux le fer qu'ils ont diſſous; d'où je conclus qu'il y auroit bien plus de lieu d'être ſurpris ſi après cela on ne trouvoit point de fer dans les plantes, qu'on ne doit être étonné d'en trouver.

Ce raiſonnement ou cette explication de l'origine du fer qui ſe trouvent dans les cendres des plantes ne fut pas du goût de M. Geoffroy. En voici la raiſon. Becher Medecin Chimiſte, & connu pour tel par pluſieurs écrits donnez au public, voulant ranimer le courage de ceux qui travaillent à la métallification, & défendre l'Alchimie contre les injures publiques, fit imprimer en 1671 un petit Ouvrage qui eſt une eſpece de Supplément à un autre Ouvrage plus conſiderable, dont le titre eſt *Actorum laboratorii Chimici monacenſis, &c.* Dans ce petit Traité Becher prétend nous prouver qu'il eſt plus aiſé de faire des métaux qu'on ne ſe l'imagine, & il apporte pour preuve de cette verité prétenduë une experience fort curieuſe, mais qui ne prouve rien moins que ce qu'il avance; c'eſt le mêlange de l'huile de lin, & de l'argille rapporté par M. Geoffroy dans les Memoires de l'Academie de l'année 1704. pag. 285.

Ce mêlange de Becher qui pouſſé par le feu donne effectivement des grains ferrugineux, a porté cet Auteur à publier qu'il avoit fait du fer par une operation très-facile & en peu de tems, & cette même experience jointe à une autre de même nature qui donne auſſi des grains ferrugineux, a donné lieu à M. Geoffroy d'aſſurer après Becher qu'il avoit fait du fer par ces deux operations, & que ce fer artificiel avoit été formé par un acide vitriolique, & par des parties huileuſes & terreuſes unies étroitement enſemble par l'action du feu.

Si le fer ſe forme avec tant de facilité & en ſi peu de tems, & ſi pour ſa formation il ne demande que les principes dont il a été parlé, il eſt aiſé de concevoir que peu-

dant la calcination d'une plante, il se forme du fer de la même maniere par les principes mêmes de la plante. C'est-là ce qui me fut objecté, & ce qui donna occasion à un Memoire lû & imprimé en 1707, dans lequel je fis voir par des experiences claires & évidentes qu'il y avoit tout lieu de croire que les matieres dont Becher & M. Geoffroy s'étoient servis contenoient réellement du fer, & que ce n'étoit point le mêlange de ces matieres qui produisoit le fer, puisqu'elles en donnoient chacune séparément par l'analyse la plus simple; qu'ainsi ni ayant aucune apparence que M. Geoffroy eût fait du fer par les experiences dont on vient de parler, il ne lui restoit aucune preuve que le simple mêlange d'un acide vitriolique, d'une huile & d'une terre pût en general former du fer, & que celui qui se trouve dans les plantes calcinées eût été formé de la même maniere.

M. Geoffroy sentant la force de cette objection qui sappoit les fondemens de son systême sur la production du fer, & qui rendoit à la nature le peu de fer dont Becher s'étoit fait honneur, fit un Memoire en 1707 pour établir son systême par des experiences nouvelles, pour répondre à mes objections, & pour détruire mon sentiment sur l'origine du fer qui se trouve & se manifeste dans plusieurs matieres calcinées. C'est sur ce Memoire que nous allons faire nos reflexions.

M. Geoffroy après avoir avancé son sentiment sur le fer qui se trouve dans plusieurs matieres calcinées, dit que *d'autres prétendent au contraire que ce fer est déja tout formé dans ces substances; qu'ils fondent cette opinion sur la difficulté ou même l'impossibilité qu'il y a selon eux de composer ou de décomposer les metaux, sur la grande difference qu'ils croïent remarquer entre les principes des vegetaux, & ceux des mineraux pour qu'ils puissent aisément se transformer de l'un en l'autre, & qu'ils appuïent ce sentiment sur des experiences par lesquelles ils essaïent de demontrer le métal déja tout formé dans les substances qui paroissent le produire.* Ces experiences sont les miennes, & ce sont ces mêmes

experiences que M. Geoffroy examine immédiatement après.

Je n'ai jamais dit que la production artificielle des métaux fût impossible ; j'ai bien dit, & je dis encore, qu'elle est plus difficile que ni Becher ni M. Geoffroy ne se le sont imaginez, & qu'il n'y a aucune preuve ni même aucune apparence qu'ils ayent fait du fer ; ainsi j'avouë le mot de difficulté que M. Geoffroy semble m'imputer, mais celui d'impossibilité de composer & de décomposer les métaux en general m'appartient d'autant moins, que j'ai dit avant lui dans un Memoire imprimé en 1706, qu'on pouvoit décomposer le fer, non pas à la verité parfaitement, comme on le fera voir clairement dans la suite, mais en lui enlevant une partie de son huile, qui est tout ce que fait M. Geoffroy par ses experiences.

Je n'ay point dit non plus qu'il y eût une difference essentielle entre les principes des vegetaux & ceux des mineraux, & bien loin de le dire, M. Geoffroy verra dans la suite que je ne suis peut-être que trop sur cela du même sentiment que lui. Enfin je déclare que ce ne sont points-là les motifs qui m'ont engagé à faire les experiences & les raisonnemens qui sont si contraires aux siens. J'ai été bien aisé de faire faire cette remarque à la Compagnie & au public, afin que ceux qui liront le Memoire de M. Geoffroy ne m'imputent point des choses formellement opposées à ce que j'ai dit dans mes Memoires précédens, & à ce que je dirai dans celui-ci.

J'ai objecté à M. Geoffroy que ce n'étoit point le mêlange de l'argille & de l'huile de lin qui formoit du fer, & que chacune de ces matieres en contenoient réellement, puisque chacune prises séparément en donnoient par l'operation la plus simple qui n'est qu'une analyse, ou une desunion des principes.

M. Geoffroy avouë que *l'on trouve dans l'argile quelques parcelles de fer, mais en si petite quantité qu'il faut bien chercher pour les trouver; au lieu que si l'on se donne la peine de distiler cette terre avec l'huile de lin, on y trouve une tres-*

grande abondance de molecules ferrugineuses assez grosses, de sorte qu'une partie très-considerable de l'argille paroît s'être convertie on fer. Or, continuë-t'il, *il n'y a pas d'apparence que cette quantité de fer eût pû estre contenuë dans cette terre, sans s'y découvrir d'une maniere plus sensible.*

Comme j'ai fait plusieurs observations sur l'argille, & sur plusieurs matieres qui contiennent réellement du fer, je vais rapporter quelques-unes de ces observations qui serviront beaucoup à éclaircir le fait dont il s'agit presentement.

J'ai remarqué que le coûteau aimanté n'enlevoit pas une égale quantité de fer de toutes sortes d'argilles, soit que les unes en contiennent moins que les autres, soit que le fer soit plus caché dans les unes que dans les autres; car j'ai prouvé dans un Memoire donné en 1706, que pour peu que les pores du fer fussent bouchez, la matiere magnetique n'y trouvant plus un passage libre, ce métal n'étoit plus ou presque plus susceptible des impressions de l'aiman. Or comme il y a dans l'argille des parties huileuses, acides & terreuses, tout cela contribuë à enveloper le fer qui s'y trouve aussi, & à boucher plus ou moins ses pores suivant la quantité de ces parties: il ne faut donc pas croire que l'argile sechée ne contienne de fer que ce que le coûteau aimanté en enleve pour lors; car en la poussant par un feu plus considerable, il s'en échape des acides & des parties huileuses qui y laissent paroître ensuite un peu plus de fer qu'auparavant: mais il y en a certainement encore d'invisible dans cette argille, & qui demande une autre operation pour devenir sensible, comme je vais le faire voir dans un moment.

Pour ce qui est de la quantité du fer qui se trouve plus grande dans l'argille mêlée avec l'huile de lin que dans l'argille seule poussée par le feu, je ne conçois pas comment cette observation peut donner lieu à M. Geoffroy d'avancer que le fer de plus qui se rencontre dans l'une des deux experiences est une production nouvelle; car premierement puisque l'huile de lin & l'argille donnent

chacune du fer ſéparément, il ſuit delà que l'un & l'autre fer étant réünis par une même operation doivent faire une quantité plus conſiderable que quand le fer de l'argille ſe trouve ſeul; & il n'eſt pas beſoin pour expliquer cette difference d'avoir recours à une production nouvelle qui certainement n'en eſt point une conſéquence; car pour qu'elle en fût une, il faudroit que M. Geoffroy eût auparavant prouvé qu'il n'y a point de fer dans l'huile de lin, & qu'il n'y en a dans l'argille ſeule pouſſée par le feu, que ce qu'il en paroît par le ſecours de l'aiman: c'eſt certainement ce qu'il ne prouvera jamais, comme on le va voir par la ſuite.

En ſecond lieu l'huile de lin unie à l'argille n'augmente pas ſeulement par elle-même & de ſon propre fond la quantité des parties ferrugineuſes, elle ſert encore à déveloper des parties ferrugineuſes contenuës dans l'argille, & qui ſans le ſecours de l'huile de lin ou de quelqu'autre matiere ſemblable, ne ſe manifeſteroient point par le même degré de feu. Voici une experience qui le prouve ſenſiblement.

J'ay verſé ſur du fer une ſuffiſante quantité d'acides pour lui faire perdre la proprieté particuliere qu'il a d'être attiré par l'aiman; j'ai mis une égale portion de ce fer déguiſé dans deux petits creuſets après l'avoir bien fait deſſecher; dans l'un de ces creuſets j'ai ajoûté de l'huile de lin; j'ai pouſſé l'une & l'autre matiere par un même feu qui étoit mediocre, & il s'eſt trouvé que celle où il y avoit de l'huile de lin étoit devenuë noire & étoit attirée très-facilement par l'aiman, tandis que l'autre qui étoit encore fort rougeâtre n'en étoit atirée que foiblement & en beaucoup moindre quantité; & il eſt à remarquer que cette derniere matiere n'eſt devenuë ſemblable à la premiere, que quand on lui a eu donné un feu de fonte três-conſiderable.

L'huile de lin produit cet effet pour deux raiſons. Premierement parce qu'elle excite une fuſion plus prompte & plus parfaite dans les molecules ferrugineuſes, ce qui

fait qu'elles chassent & expriment plus efficacement par ce moyen les acides qui bouchoient leurs pores, & qui les empêchoient d'être attirées par l'aiman. En second lieu l'huile de lin s'accrochant à ces acides les enleve avec elle pendant qu'elle s'enflamme. & par ce moyen en dépoüille plus parfaitement ce métal.

Je prouve que l'huile de lin sert de fondant au fer. 1°. Par l'experience même qui vient d'être rapportée, & qui le suppose necessairement. 2°. Parce que nous voyons que ce métal qui est de tous les métaux le plus difficile à fondre, se fond aisément quand on y mêle quelque corps gras, & que quand on enleve au fer une partie de son huile naturelle par le verre ardent, ce même fer n'est plus ou presque plus fusible, comme M. Homberg l'a remarqué.

Je prouve ensuite par plusieurs experiences que l'huile de lin mêlée avec un fer caché par des acides contribuë à l'en dépoüiller plus parfaitement en les enlevant avec elle en l'air; & en effet quand on veut chasser plus aisément & plus parfaitement des acides incorporez dans un corps terreux ou métallique, on se sert de quelque huile pour cela; par exemple on sçait que le nitre est un sel concret composé d'un acide & d'une terre, & qu'on peut le faire devenir alkali en lui enlevant une partie de ses acides, qui en sortant de leur matrice terreuse y laissent des pores libres & disposez à recevoir dorénavant les premiers acides étrangers qui se presenteront à eux. Si donc on pousse le nitre seul par un bon feu dans un creuset, il perdra à la verité beaucoup de ses acides, & il deviendra alkali; mais il ne le deviendra pas aussi parfaitement, ni en aussi peu de tems, que si on y mêlent quelque matiere huileuse propre à servir de vehicule à ses acides, & à les détacher de la partie terreuse où ils sont engagez.

On sçait encore que quand on veut adoucir quelque préparation de mercure chargé d'acides, on y fait brûler de l'esprit de vin qui absorbe & entraîne avec lui une partie de ces acides: c'est ce qui arrive dans l'*arcane corallin*.

Je pourrois citer encore plusieurs autres experiences pour prouver la même chose, mais celles-ci suffisent ; je puis donc conclure avec assez de fondement de tout ce qui a été dit, que les molecules ferrugineuses de l'argille se dévelopant plus parfaitement quand elles sont mêlées avec l'huile de lin, que quand il n'y en a pas, parce que cette huile y excite une fusion & une exaltation d'acides plus complette, il arrive que telles molecules ferrugineuses qui dans l'argille seule poussée par le feu n'auroient point été renduës sensibles, le deviennent par le moyen de l'huile de lin ; & qu'ainsi quoiqu'on découvre dans ce dernier cas une plus grande quantité de fer, il ne se fait point une production nouvelle, mais seulement un plus grand dévelopement des parties ferrugineuses qui existoient réellement dans l'argille, & qui faute d'être assez débarrassées n'y étoient point reconnoissables par l'aimant avant que l'huile de lin y eût produit son action.

Cette verité paroît encore confirmée par quelques observations que j'ai faites sur des mines de fer, & qui viennent assez bien au sujet.

La mine de fer est un mêlange de parties terreuses & souvent pierreuses, de parties salines & sulphureuses & de grains ferrugineux. Toutes ces parties se trouvent dans une proportion, & dans une union plus ou moins grande les unes par raport aux autres, & c'est-là ce qui fait la difference des mines. Si on écrase ces mines, & qu'on y presente une lame d'acier aimantée, dans les unes elle en attire quelques grains ferrugineux, dans les autres elle n'en attire point ou presque point. J'ai même remarqué une chose assez curieuse sur ce fait : c'est qu'une mine que j'ai, & qui par la fonte fournit beaucoup de fer, étant simplement écrasée & presentée à l'aiman, donne par cette voïe beaucoup moins de grains ferrugineux que plusieurs mines mauvaises que je lui ay comparées, & qui dans la fonte fournissent très-peu de fer ; & cela parce que le fer de la bonne mine, quoiqu'en plus grande quantité que celui de la mauvaise mine est cependant plus intime-

ment uni aux parties huileuſes,ſalines & terreuſes de cette mine, qui l'enveloppent & bouchent ſes pores de maniere que la matiere magnetique n'y trouve point de paſſage.

Cette remarque prouve évidemment qu'une matiere qui dans ſon état naturel donne peu de grains ferrugineux par le moyen de l'aiman, peut en contenir beaucoup davantage qu'il n'en paroît, & qu'ainſi quoique l'argille ſeule pouſſée par le feu laiſſe paroître en cet état peu de grains ferrugineux, il y en peut avoir, & il y en a effectivement beaucoup d'autres qui y exiſtent réellement, quoiqu'ils ne ſoient pas ſenſible par l'aiman. Je reviens à la mine de fer.

Quand on pouſſe cette mine ſeule par le feu, pluſieurs grains ferrugineux qui auparavant n'étoient point ou preſque point attirez par l'aiman deviennent propres à cet effet; mais tous ne le deviennent point par cette operation, & il faut pour cela un fondant qui les dépoüille des parties étrangeres qui bouchoient leurs pores, & qui leur donne une fuſion parfaite, ce que le feu ſeul ne peut produire à cauſe de la difficulté naturelle qu'a le fer à ſe fondre. Cette verité paroît clairement dans la fonte du fer qu'on fait en pluſieurs lieux, & pour laquelle on eſt obligé d'avoir recours à un fondant ſulphureux, comme la Caſtine & le Charbon.

On voit par là qu'il arrive la même choſe du plus au moins dans la mine ordinaire de fer que dans l'argile; car l'une & l'autre dans leur état naturel laiſſent bien voir quelques particules de fer, mais elles ne donnent tout ce qu'elles en contiennent que par le moyen d'un fondant; & en effet l'argille doit être regardée comme une eſpece de mine de fer, moins riche à la verité que la mine de fer ordinaire, mais enfin qui en eſt toûjours une, puiſque de l'aveu même de M. Geoffroy elle contient du fer qui ne lui doit point ſon origine, & que de plus j'ai fait voir qu'elle en contient encore réellement qui ne ſe manifeſte que dans la ſuite, comme il arrive dans la mine de fer ordinaire.

Si

Si donc le fer qui se trouve de plus dans le mêlange de l'argille & de l'huile de lin, comparé à l'argille seule poussée par le feu, étoit un fer de la façon de Becher & de M. Geoffroy, il s'ensuivroit delà que le fer de plus qui se remarque aussi dans la mine de fer mêlée avec quelque fondant, & comparée à la même mine poussée simplement par le feu, seroit aussi un fer de nouvelle fabrique; car tout ce qui s'observe dans l'argille pour la quantité plus ou moins grande de fer qu'on y découvre en differens cas, s'observe de la même maniere dans la mine de fer, & avec les mêmes circonstances, comme je l'ai fait voir assez clairement. Il faut donc ou que M. Geoffroy mette encore sur le compte de son systême la plus grande partie du fer que donne la mine de ce métal mêlée avec un fondant, ou qu'il rende à l'argille une partie du fer que ce systême lui avoit dérobé.

Voici presentement une objection que me fait M. Geoffroy sur le fer que je soûtiens exister réellement dans la plante, & dans les sucs qu'on en retire tels que l'huile de lin & plusieurs autres. Il ne dit rien ni sur la pesanteur specifique du fer, ni sur la grossiereté naturelle de ses parties que j'ai prouvé par des experiences sensibles, & par des raisons évidentes n'être point un obstacle à l'ascension de ce métal dans les plantes, & à son passage dans leurs tuyaux les plus déliés. Il demande seulement, *comment le fer dissous par des sucs differens, & réduit apparemment dans ses dernieres parties, ne se décompose-t-il pas; puisque l'eau seule est capable de le détruire, d'en separer les principes, & de le réduire en une terre ou rouille qui n'a plus rien des proprietez du fer.*

Pour satisfaire à cette demande, il n'y a 1°. qu'à faire attention à la maniere dont j'ai prouvé dans mon systême que le fer s'insinuoit dans la plante; je n'ay pas supposé qu'il y montât sous sa forme métallique, mais sous une autre plus commode qu'il avoit acquise en s'unissant à des acides, en un mot sous une forme vitriollique. Or je demande à mon tour à M. Geoffroy quelle preuve il

a que le fer qui a été réduit en vitriol, & qui son propre de aveu existe encore réellement dans ce composé, se détruise & s'anéantisse ensuite, parce que ce vitriol aura été dissous par differentes liqueurs. Si M. Geoffroy veut soûtenir cette proposition, je m'offre à détruire ses preuves & à lui démontrer le contraire.

En second lieu, sur quel fondement assure-t'il encore que roüille est une terre qui n'a plus rien des proprietez du fer. Pour être convaincu du contraire, il n'y a qu'à faire attention à la composition & à la décomposition de cette matiere.

J'ai déja expliqué dans les Memoires de l'Academie de l'année 1706. pag. 127. comment se forme la roüille de fer, & par quelle mécanique l'eau seule est capable de roüiller ce métal; je ne repeterai donc point ce que j'en ai dit; il suffit presentement de sçavoir que ce qui fait la roüille de fer, c'est un sel qui s'est insinué dans une grande quantité de ses pores, & qui empêche par-là la matiere magnetique d'y passer; & en effet quand on veut faire de la roüille plus parfaite & en moins de tems que par la maniere ordinaire, il n'y a qu'à faire fondre un peu de sel dans l'eau dont on humecte le fer. La roüille de ce métal est donc un fer dissous aussi-bien que le vitriol, & elle n'en differe qu'en ce qu'elle contient moins d'acides, ce qui fait quelle n'a pas une forme saline comme lui.

Si donc le fer contenu dans le vitriol n'y est pas détruit comme M. Geoffroy l'avoüe formellement dans le Memoire dont il s'agit pag. 178. pourquoi la roüille qui dans sa composition a admis moins d'acides que le vitriol est-elle un fer anéanti? Car enfin l'une & l'autre matieres dépoüillées de leurs racines par un feu de fonte très-considerable, se rétablissent par-là dans la forme ferrugineuse où elles étoient avant que d'être roüille & vitriol, & elles redeviennent susceptibles des impressions de l'aiman. Est-ce que par la même operation le fer totalement détruit dans la roüille renaîtroit & ressusciteroit,

& le fer simplement caché dans le vitriol ne feroit que reparoître ? Mais comment renaîtroit-il, dans le sentiment même de M. Geoffroy, puisqu'on n'a point employé d'huile pour cela, qu'on ne s'est servi que du feu de fonte, & qu'il faut necessairement de l'huile pour la production artificielle du fer ? Il paroît donc plus vraisemblable que la roüille réprend sa forme ferrugineuse par la même mécanique que le vitriole, & par conséquent que le fer existe également dans l'un & dans l'autre.

Voici une autre objection que fait M. Geoffroy contre le sentiment où je suis que le fer est réellement contenu dans les plantes & dans leurs sucs. *Le fer*, dit-il, *n'est pas une matiere qui se puisse aisément cacher, il y a des marques pour le reconnoître ; il se découvre bien-tôt par le goût qu'il donne aux liqueurs qui le tiennent en dissolution : ces liqueurs pour peu qu'elles soient chargées de fer prennent une couleur rouge ou noire, lorsqu'on les mêlent avec les infusions de noix de galle, de feüilles de chêne & d'autres matieres semblables ; & cela est si considerable, qu'un grain de vitriol qui ne tient pas sa quatriéme partie de fer, étant dissous dans douze pintes d'eau donne un goût sensible à l'eau, & se colore d'un peu de rouge leger par le mêlange de la noix de galle. Si donc la quatriéme partie d'un grain de fer étendu en* 221184 *grains de liqueurs est encore sensible au goût & à la vûë, pourquoi ne le sera-il pas dans les sucs des plantes & dans les liqueurs qui s'en tirent, comme dans l'huile de lin, l'esprit de therebentine & autres liqueurs semblables, qui fournissent beaucoup plus de fer à proportion qu'il n'y en a dans cette eau vitriolée* ? On voit clairement par l'énoncé de cette objection que M. Geoffroy convient que le fer qui a servi à faire du vitriol, n'est pas détruit dans ce composé, comme celui de la roüille qu'il prétend l'être, & qu'ainsi je ne lui en ai point imposé.

Je répons qu'il n'en est pas du vitriol contenu dans les plantes & dans leurs sucs huileux ou autres, comme du vitriol dissous par une liqueur purement acqueuse: dans les plantes, outre le vitriol, il se trouve un grand nombre

d'autres parties ſalines, terreuſes & huileuſes qui couvrent & cachent ce vitriol vegetal, & dont quelques-unes ont leurs ſaveurs particulieres; enſorte que de l'aſſemblage de toutes ces parties fortement unies les unes aux autres, il ne ſe peut former qu'une ſaveur moyenne, qui n'eſt pas capable de faire diſtinguer le vitriol qui y reſide. C'eſt par la même raiſon qu'on n'apperçoit dans le ſucre aucune acidité, quoiqu'il contienne réellement un acide fort piquant, qui ne devient ſenſible qu'après ſa deſunion d'avec la partie huileuſe qui l'envelopoit.

Pour ce qui eſt de la couleur qui réſulte du mêlange du vitriol avec la noix de galle, ou avec quelqu'autre matiere ſemblable; j'ai prouvé dans un Memoire donné en 1707 qu'elle venoit immédiatement du fer contenu dans le vitriol, & que la noix de galle étoit un veritable abſorbant, qui ſe chargeant des acides du vitriol, laiſſoit le fer à nud dans la liqueur. La mécanique de ce phenomene étant entenduë, comment veut on que la noix de galle porte ſon action ſur le vitriol des plantes qui s'y trouve enveloppé par quantité d'autres parties ſalines, terreuſes & huileuſes qui ſont étroitement unies à ce vitriol, & qui empêchent par-là les parties abſorbantes de la noix de galle de l'aborder? De plus ne ſe peut-il pas faire encore que la noix de galle trouvant dans les plantes d'autres acides plus libres & plus dégagez que ceux du vitriol, s'uniſſent à eux, s'en raſſaſie en quelque ſorte, & devienne par-là incapable d'exercer ſon action ſur le vitriol de ces plantes? Ce que j'avance va être prouvé par des experiences ſenſibles.

J'ay mêlé enſemble un acide, une huile, & de l'eau chargée de vitriol; j'en ai fait une eſpece de nutritum qui contenoit certainement plus de vitriol qu'il n'en faudroit à un volume d'eau beaucoup plus conſiderable pour faire une encre fort noire avec un abſorbant propre à cet effet. Quand le nutritum a été fait, & que toutes ſes parties ont été intimement unies, j'en ai mêlé avec de la teinture de noix de galle, & je n'y ai apperçu aucun changement ſenſible.

J'ai fait enſuite trois experiences plus faciles & plus promptes ; j'ai mis dans trois verres de la ſolution de vitriol, j'ai ajoûté dans l'un un peu d'eau-forte, dans l'autre un peu d'eſprit de ſel, & enfin dans l'autre un peu d'eſprit de vitriol. J'ai verſé ſur ces trois mêlanges de la décoction de noix de galle ; & quelque quantité que j'en aye miſe, il ne s'eſt pas fait la moindre apparence de changement.

On voit par ces experiences & par les raiſons qui ont été alleguées que le fer ou le vitriol ſe cache ſouvent plus facilement que M. Geoffroy ne ſe l'imagine, qu'il ne ſe découvre pas toûjours au goût & à la vûë, & qu'ainſi quoiqu'il y ait à proportion plus de fer dans les plantes & dans leurs ſucs, qu'il n'y en a dans douze pintes d'eau chargée d'un grain de vitriol ; cependant comme la noix de galle ne peut porter ſon action ſur le vitriol des plantes, & qu'elle la peut porter immediatement ſur l'autre vitiiol, qui n'a pour toute union que des parties aqueuſes, le fer doit demeurer inviſible dans le premier cas, & reparoître dans le ſecond. J'ajoûterai encore une experienbe qui vient aſſez bien au ſujet.

M. Geoffroy convient qu'il y a dans l'argille un peu de fer ; il dit auſſi qu'il y a un acide vitriolique, par conſequent on y peut ſuppoſer du vitriol qui n'eſt qu'un aſſemblage de ces deux matieres. J'ai verſé de la décoction de noix de galle ſur cette terre, j'ai agité le mêlange, & je l'ai l'aiſſé un peu de tems en ſituation, ſans que j'y aye rien apperçû. Puis donc que le fer de l'argille ne paroît point par le moyen de la noix de galle, pourquoy M. Geoffroy veut-il que le fer des plantes qui vrai-ſemblablement y eſt encore plus enveloppé paroiſſe par la même voye ? Il eſt certain que quand la noix de galle mêlée avec quelque corps produit de l'encre, on peut croire ſur cela ſeul que ce corps contient du fer ou du vitriol ; mais on n'eſt pas en droit d'aſſurer qu'il n'en contient point, quand la noix de galle n'y fait rien. Il faut avant que de tirer cette conſequence avoir mis le corps à d'au-

tres épreuves ; d'où je conclus que M. Geoffroy a eu tort de nier l'existence du fer dans les plantes sur l'experience de la noix de galle.

Voilà toutes les objections que M. Geoffroy fait contre mon systême. On voit que bien loin d'en avoir reçû la moindre atteinte, il n'en est que mieux prouvé, & plus sûrement établi ; cependant M. Geoffroy prétend tout le contraire, & sûr d'avoir donné des preuves suffisantes qu'il n'y a point de fer dans les plantes, & dans leurs sucs huileux ou autres, il conclut que celui qu'on trouve dans leurs cendres y a été formé pendant la calcination par le mêlange intime d'un acide, d'un huile & d'une terre. Cette conclusion seroit juste s'il avoit effectivement détruit mon sentiment, & prouvé le sien par des experiences certaines, c'est-à-dire, en nous faisant voir du fer qui fût à l'abri de tout soupçon fondé d'avoir existé réellement avant l'operation, car tant qu'on concevra aisément comment le fer peut se loger dans les plantes ; & qu'on n'aura aucune preuve claire & distincte d'un fer nouvellement produit de la maniere dont M. Geoffroy le prétend, on sera toûjours porté à préferer l'opinion qui suppose le fer tout fait, parce qu'elle est certainement moins merveilleuse & plus vrai-semblable.

J'avois objecté la même chose sur le mêlange des huiles de vitriol & de therebentine, que sur celui de l'argille & de l'huile de lin : c'est-à-dire, que ce n'étoit point l'union de ces deux liqueurs qui formoit du fer, puisque sans cette union elles en donnoient chacune séparément, & paroissoient d'ailleurs en contenir suivant mon explication.

M. Geoffroy n'emploïe aucune raison pour justifier ce mêlange ; & pour prouver qu'il ait servi comme celui de Becher à faire veritablement du fer, ou du moins à en faire paroître une plus grande quantité que les deux liqueurs analysées séparément n'en auroient renduës. Il se contente d'examiner le résultat des operations que j'ay faites sur chaque liqueur en particulier, & il explique la

formation du fer qui se trouve dans les cendres de l'huile de therebentine, & en general des matieres inflammables, de la même maniere qu'il a expliqué celle du fer que donne l'huile de lin. Cela étant je n'ai autre chose à repliquer sur cet article que ce que j'ai déja dit.

Pour ce qui est de l'huile de vitriol, il répond 1°. que cette huile bien rectifiée ne laisse jamais de fer dans la distillation ; je lui accorde ce fait, aussi n'ay-je pas dit que j'y eusse trouvé du fer en cet état, mais seulement dans l'huile noire de vitriol que je croyois être celle dont M. Geoffroy s'étoit servi pour son experience ; mais quand aucune huile de vitriol ne donneroit de fer, mon objection seroit toûjours dans sa force ; car dès que l'huile de therebentine donne aussi-bien du fer étant seule qu'étant mêlée avec l'huile de vitriol, ce n'est point le mêlange de ces deux liqueurs qui produit le fer qu'on découvre pour lors.

On voit par-là que les grains de fer que j'ai trouvez dans l'huile de vitriol ne sont pour moi qu'un surcroît de preuve contre le sentiment de M. Geoffroy, & que j'aurois bien pû m'en passer : si je n'en eusse point parlé du tout, je lui aurois épargné bien de la peine. Pour expliquer la formation de ces grains, il a recours aux morceaux de bois & aux ordures qui se trouvent dans le vitriol avant sa distillation, à la terre qui lutoit les recipiens, ou à quelques portions de bouchons de papier, de liege, de cire, ou autres choses semblables qui seront tombées dans la liqueur, & qui en auront été rongées & dissoutes. C'est assurément là faire son profit de tout, & par ce moyen tous les ingrediens & préparatifs nécessaires pour la formation du fer se trouvent heureusement rassemblez dans une même liqueur ; car le principe sulphureux & la terre sont fournis par les matieres étrangeres, & l'acide vitriolique se rencontrant abondamment dans l'huile de vitriol, il ne s'agit plus que d'unir tout cela ensemble par l'action du feu pour la production du fer, qu'on retire de cette huile de vitriol.

On pourroit dire ce que j'ai déja avancé dans un autre Memoire, que l'huile de vitriol étant ſortie des pores d'un veritable fer, & en étant ſortie par une derniere violence de feu, peut fort bien avoir enlevé avec elle quelque portion de ce métal; mais paſſons à M. Geoffroy que le fer qu'on retire de cette liqueur ne vienne point de la baſe du vitriol, & attribuons-le aux matieres étrangeres qui s'y ſont mêlées, comment nous convaincra-t'il preſentement que ces matieres ne contenoient point elles-mêmes du fer; car j'ai prouvé aſſez clairement, & je prouverai encore dans la ſuite que les matieres vegetales en contiennent réellement, & j'ai répondu aux objections qu'il avoit faites contre ce ſentiment. Je lui ai fait voir encore que les deux mêlanges ſur leſquels il avoit fondé le ſyſtême de la production artificielle du fer ne prouvoient rien moins qu'un métal nouvellement produit. Ce ſyſtême n'eſt donc établi ſur rien, & ſans vouloir faire l'incredule ſur la poſſibilité de cette production, on pourra toûjours dire à M. Geoffroy ſur des experiences ſolides, qu'il n'a jamais fait de fer, & qu'il lui reſte encore à prouver que le mêlange d'un acide vitriolique d'une huile & d'une terre en puiſſe produire, & par conſequent qu'il n'eſt pas en droit d'appliquer ſon ſyſtême au fer qui ſe trouve dans les cendres des plantes & de leurs ſucs. Ces raiſons qu'il a bien ſenties l'ont engagé à chercher de nouvelles experiences pour ſoûtenir ſon ſyſtême qui manquoit par ſes fondemens: mais je vais faire voir que ces dernieres experiences ne le ſoûtiennent pas mieux que les premieres, & que les unes & les autres conduiſent naturellement à des conſequences parfaitement oppoſées à celles qu'il en a tirées.

Avant que d'entrer dans ſes experiences, il a crû devoir montrer que les principes des vegetaux & ceux des mineraux étoient eſſentiellement les mêmes. Je me garderai bien de combattre ce ſentiment, qui avec toute la vrai-ſemblance poſſible favoriſe ſi fort mon opinion ſur l'exiſtence du fer dans les plantes: car enfin les ſucs de la terre

terre fourniſſant aux plantes toute leur nourriture & leur ſubſiſtance, ils y portent naturellement ce qu'ils ont puiſé dans la terre même, & par conſéquent il n'eſt pas poſſible que les ſubſtances qui compoſent les mineraux & les plantes ſoient eſſentiellement differentes. Cela étant, comme il ſe rencontre dans la terre beaucoup de vitriol, il en doit monter dans les plantes, & ainſi elles en doivent contenir réellement. M. Geoffroy ne paroît pas en diſconvenir dans cet endroit de ſon Memoire. Voici ſes propres termes pag. 180. *Les principaux ſels mineraux ſont le nitre, le ſel marin & le vitriol Nous trouvons ces mêmes ſels dans les plantes.* Si l'on y trouve du vitriol, on y doit trouver auſſi du fer, qui de l'aveu même de M. Geoffroy fait la baſe de ce ſel mineral. Les plantes contiennent donc du fer.

M. Geoffroy ne manquera pas de dire qu'il n'a point entendu par le mot de vitriol dont il s'eſt ſervi, que la partie ferrugineuſe de ce mineral montât dans la plante, mais ſeulement l'acide vitriolique.

On pourroit lui répondre que qui dit vitriol dit un ſel concret, ou un aſſemblage d'un acide particulier & d'un métal, & que l'acide vitriolique ſeul ou engagé dans une matrice purement terreuſe, ne peut point être pris pour du vitriol. Quand il a dit qu'il ſe trouvoit dans les plantes du nitre & du ſel commun, il n'a pas ſeulement entendu que ce fût l'acide ſeul de ces ſels, mais ce même acide incorporé dans la matrice propre qui les conſtituë nitre & ſel commun: en un mot tels eſſentiellement qu'on les retire de la terre, & produiſant les mêmes effets chimiques, comme on le peut voir par ſon Ecrit pag. 180. & 181. par la même raiſon quand il dit qu'il ſe trouve du vitriol dans les plantes pareil au vitriol mineral, on pourroit croire qu'il n'a pas ſeulement entendu par-là un acide vitriolique, mais un vitriol veritable & tel que la terre nous le fournit. Mais enfin, quoiqu'il en ſoit, j'accepte volontiers telle réponſe qu'il me voudra donner ſur cela, d'autant plus que quand il auroit dit ſans y penſer qu'il ſe

trouve dans les plantes un parfait vitriol, cet aveu n'étant qu'une pure méprise & une contradictionpar rapport à M. Geoffroy & à son systême, il ne seroit pas d'un grand poids pour mon sentiment particulier ; il donneroit seulement lieu de croire que ce sentiment est si naturel & si conforme à la verité, qu'à moins d'être toûjours sur ses gardes, on y tombe insensiblement par les experiences & les raisons mêmes qu'on apprête pour le combattre. Je n'insisterai donc pas davantage sur cet article, je ferai seulement deux instances à M. Geoffroy, en supposant avec lui que l'acide vitriolique monte dans les plantes.

Si donc cet acide s'insinuë bien dans les plantes, pourquoi le fer, & particulierement le fer réduit en vitriol, ne s'y insinuë-t'il pas aussi ? car j'ai suffisamment prouvé dans un autre Memoire qu'il le pouvoit par lui-même, & M. Geoffroy en attaquant mon systême a passé cet article de mon Memoire sous silence, comme je l'ai déja remarqué dans celui-ci. Qu'il nous explique donc presentement par quelle mécanique l'acide vitriolique monte dans les plantes, sans que le fer ou le vitriol y puisse monter ; car jusque-là on sera porté à croire que l'un & l'autre y peuvent être reçûs, d'autant plus que si on trouve dans les plantes un acide vitriolique, on y trouve aussi du fer.

En second lieu si l'acide vitriolique retiré des plantes par le feu, comme par exemple le vinaigre distillé, n'est pas un effet du feu, pourquoi le fer qu'on retire des plantes est-il un effet de cet agent ? N'y auroit-il pas en cela une sorte de contradiction ? Et n'est-il pas au contraire plus vrai-semblable que l'acide vitriolique & le fer montent ensemble dans la plante sous la forme de vitriol, & que l'acide vitriolique & le fer qu'on en retire séparément ne se manifestent sous cette seconde forme que par une simple analyse du vitriol qui s'y étoit introduit ? comme je l'ay déja dit plusieurs fois ailleurs. Par cette analyse qui peut être comparée à celle du vitriol mineral, les acides se détachant de leur base ferrugineuse, & étant en pleine liberté, forment les sucs acides & vitrioliques.

que donnent les plantes, & par-là laiſſent à nud dans les cendres le fer qu'ils cachoient auparavant, & qui originairement vient de la terre auſſi-bien que les acides eux-mêmes. Les conſiderations ſuivantes ſervent encore à appuyer cette verité.

Si l'on examine avec attention ce qui ſe paſſe dans la découverte du fer des plantes & dans celle du fer contenu dans le vitriol ordinaire, on verra qu'elles ſe font l'une & l'autre préciſément de la même maniere & avec les mêmes circonſtances. Et en effet on remarque 1°. que les plantes ſimplement ſechées ne donnent point de fer ſenſible par le ſecours de l'aiman, non plus que le vitriol ordinaire deſſeché en blancheur ou en rougeur, parce que le vitriol vegetal & le vitriol mineral contenant encore en cet état trop d'acides, les pores de leur fer ne ſont pas aſſez libres & aſſez ouvers pour admettre la matiere magnetique.

En ſecond lieu le vitriol ordinaire deſſeché en rougeur, étant pouſſé même par un bon feu de calcination, ne laiſſe point encore paroître beaucoup de fer, parce que ce métal, comme il a déja été dit, eſt fort difficile à fondre, & qu'il ne peut ſans une forte de fuſion ſe dépoüiller des acides qui le cachoient; il faut donc employer pour cela ou un feu de fonte très-conſiderable, ou un intermede ſulphureux qui puiſſe avec un ſimple feu de calcination exciter la fuſion de ce métal, & l'exaltation des acides qui s'y étoient incorporez. Or cet intermede ſulphureux ſe trouve naturellement dans les plantes, car elles contiennent toutes de l'huile; & c'eſt-là ce qui fait que le feu qu'on employe ordinairement pour leur calcination, & qui ſeul ne ſeroit pas capable de faire paroître le fer du vitriol vegetal, devient alors ſuffiſant pour cet effet.

En troiſiéme lieu le fer tiré du vitriol mineral a perdu pendant l'operation une certaine quantité de parties huileuſes: ce qu'il eſt aiſé de reconnoître par pluſieurs experiences rapportées dans un Memoire que j'ai donné en

1706. p. 122. En un mot c'eſt un fer moins ſulphureux & moins malleable que le fer ordinaire, & qui reſſemble parfaitement à la matiere propre de l'aiman. Or j'ai reconnu que les mêmes experiences faites ſur le fer des plantes & ſur celui du vitriol, réüſſiſſoiént préciſément de la même maniere; d'où l'on peut conclure qu'ils ſont de même nature, & qu'ils ont ſouffert les mêmes alterations.

Enfin ſi l'experience nous démontre que le fer entre dans la compoſition du vitriol, la raiſon nous convainc que ce même vitriol entre dans la compoſition des plantes, & par conſequent que le fer exiſte auſſi réellement dans les plantes que dans le vitriol. Je paſſe preſentement aux experiences nouvelles de M. Geoffroy, & je vais rapporter ſes propres termes.

Quelque fixe que ſoit le principe ſulphureux dans le fer, le grand feu ne laiſſe pas de l'enlever, & de convertir ce métal, après une longue calcination en une cendre rougeatre qu'on nomme ſafran de Mars. Cette cendre ne ſe vitrifie qu'à peine ſeule au feu ordinaire, le feu du Soleil la vitrifie promptement de même que le fer. Si on mêle cette cendre avec de l'huile de lin, & qu'on les calcine enſemble, on la convertira en fer, & dans cette operation la terre du fer reprend le principe ſulphureux qu'elle avoit perdu. D'où il paroît qu'en ôtant au fer le principe ſulphureux, il ceſſe d'être métal, ce n'eſt plus qu'une terre ſuſceptible de vitrification. Si au contraire on rend à cette terre ſon principe ſulphureux, elle devient auſſi-tôt fuſible, malleable, ductile; en un mot c'eſt du métal.

Voilà les preuves & les experiences ſur leſquelles M. Geoffroy établit & fortifie ſon opinion de la production artificielle du fer; il n'y a qu'à examiner en particulier chaque operation qu'il rapporte, pour voir clairement que les conſequences qu'il en tire ne ſont pas juſtes.

Il eſt vrai que le fer calciné long-tems par un bon feu, ſe réduit en une poudre rouge qui n'eſt plus ou preſque plus attirable par l'aimant; mais qu'eſt-ce que cette pou-

dre? C'eſt un fer veritable dont le feu a fortement raréfié les souffres, & dans les pores duquel les acides du bois ou du charbon ſe ſont incorporez, & ont bouché par-là l'entrée à la matiere magnetique, La verité de ce que j'avance ſur la formation de cette poudre eſt ſenſiblement prouvée, parce que ſi on calcine du fer déja chargé d'acides, il ſe réduit en une poudre rouge ſemblable a la premiere, & qui n'en differe que par le tems de ſa formation, qui eſt beaucoup plus court; parce que ce fer contenant déja des acides, n'a beſoin du feu que pour la rarefaction de ſes ſouffres; au lieu que l'autre fer, faiſant ſa proviſion d'acides dans le feu même, ne la peut faire qu'après un tems aſſez conſiderable.

Si l'on pouſſe l'une & l'autre poudre par un feu de fonte elles ſe dépoüillent par la fuſion des acides qui s'étoient logez dans leurs pores, & elles redeviennent par-là ſuſceptibles des impreſſions de l'aiman, comme elles l'étoient auparavant. Pourquoy donc M. Geoffroy aſſure-t'il que la cendre rougeâtre dont il s'agit n'eſt qu'une terre? Une terre veritable a-t'elle cette proprieté, quand elle auroit été pouſſée par un feu égal, & même plus violent? Si M. Geoffroy nous faiſoit voir quelque terre hors de tout ſupçon de contenir du fer, & qui par un ſimple feu de fuſion ſe réduiſit entierement en une matiere propre à être attirée par l'aiman, comme la cendre rougeâtre, il ne lui faudroit point d'autre preuve pour avancer qu'il a fait du fer.

Mais il ne manquera pas de me faire une objection qui ſe trouve déja inſinuée dans ſon Memoire; c'eſt que quoique la cendre rougeâtre en queſtion ſe réduiſe en une matiere propre à être attirée par l'aiman, cette matiere n'a plus la malleabilité du fer ordinaire, & par conſequent elle n'eſt plus fer.

Je réponds que la malleabilité du fer peut-être détruite de deux manieres, ſans que pour cela le fer ſoit détruit, La premiere c'eſt quand les pores de ce métal ſont chargez de quelques acides qui ſéparent les parties veritable-

ment ferrugineuſes, & qui les empêchent de s'unir aſſez étroitement les unes aux autres pour former un corps doux & ductile. Or comme on ne peut pas dire que l'or & l'argent penetrez par des acides ne ſont plus or & argent, parce qu'ils ne ſont plus malleables en cet état : on ne le peut pas dire non plus du fer dans le même cas.

La ſeconde maniere dont ce métal peut ceſſer d'être malleable ſans ceſſer d'être fer, c'eſt quand le feu lui a enlevé une portion de la partie huileuſe qui ſervoit à lier enſemble tous ſes grains ferrugineux, en telle ſorte que quand on frapoit le tout avec un marteau, il s'applatiſſoit ſans que les grains ſe deſuniſſent, car c'eſt en cela que conſiſte la malleabilité ; mais ce fer dépoüillé de cette eſpece de colle étant encore attirable par l'aiman, ne ceſſe point d'être fer ſuivant même M. Geoffroy. Et en effet, quand il a avancé en premier lieu qu'il avoit fait du fer par le mêlange de l'argille & de l'huile de lin, & par celui des huiles de vitriol & de therebentine : a-t'il été examiner ſi les grains ferrugineux que fourniſſoient ces matieres étoient malleable ou non ? S'il l'eût fait, il auroit reconnu qu'ils ne l'étoient point ou preſque point. Sur quoi donc a-t'il avancé que c'étoit du fer ? Sur cela ſeul que l'aiman les attiroit C'eſt-là la marque eſſentielle dont il s'eſt ſervi pour reconnoître le fer : d'ailleurs que nous a-t'il voulu faire entendre par ces deux operations ? C'eſt que telles parties de terre qui étoient incapables d'être attirées par l'aiman, acqueroient cette proprieté par leur union intime avec un acide vitriolique & une huile, & par conſequent qu'elles devenoient du fer. Car s'il eût dit, par exemple, qu'il y avoit dans l'argille & dans l'huile de lin priſes ſéparément, des grains actuellement attirables par l'aiman, qui n'étoient pourtant point du fer, & qui le devenoient par le mêlange de ces matieres ; on lui auroit répondu que cettte production du fer étoit imaginaire : mais il n'a point eu cette penſée, il a ſimplement prétendu pour lors, comme je l'ai déja dit, que les grains qui ſe trouvent dans l'operation de Becher,

& dans le mêlange des huiles de vitriol & de therebentine étoient du fer veritable, par cela seul que l'aiman les attiroit, & sans examiner s'ils étoient malleable ou non. Puis donc que ces dernieres experiences sont faites pour appuyer les premieres, & pour établir la production artificielle du fer, il doit parler le même langage, & soûtenir la même chose dans les unes & dans les autres, & ne pas ôter le nom de fer dans les dernieres à ce qu'il auroit appellé dans les premieres un veritable fer, & un fer nouvellement produit.

Mais pour prouver clairement encore que le fer peut perdre sa malleabilité par la dissipation de ses parties huileuses, sans pour cela cesser d'être fer, je me servirai d'une comparaison qui toute triviale qu'elle est vient parfaitement au sujet. Quand le pain est nouveau, il est tendre & pour ainsi dire malleable, à cause de l'humidité aqueuse qu'il contient; mais quand il a été gardé long-tems, comme il a perdu alors beaucoup de cette même humidité, ses parties n'ont plus la même souplesse & la même ductilité qu'elles avoient auparavant, & elles se réduisent aisément en poussiere; comme le fer dépoüillé de son huile. Cela étant, dira-t-on que quand le pain est en l'état de secheresse dont on vient de parler, il n'est plus pain, & qu'il est détruit? Non certainement, il faudroit pour cela que les parties mêmes de la farine fussent réduites en leurs principes. Par la même raison quand le fer a été privé de la portion huileuse qui humectoit ses parties & qui le rendoit malleable, il est toûjours fer, & il ne doit être censé détruit que quand ses grains ferrugineux auront entierement perdu la qualité essentielle qui les caracterise, & dont M. Geoffroy s'est uniquement servi jusqu'ici pour reconnoître le fer. Ce que je viens de dire est non-seulement une réponse à M. Geoffroy, mais encore un éclaircissement à ce que j'ai avancé dans mon Memoire du 14 Avril 1706. sur la décomposition du fer, qui ne doit point être regardée comme une destruction veritable de ce métal, mains seulement comme une destruction de sa malleabilité.

Après avoir ſuffiſammant prouvé que le fer réduit en une poudre rouge par une longue calcination n'eſt point une pure terre, comme l'aſſure M. Geoffroy, mais un veritable fer caché par les acides qui s'y ſont incorporez, on voit clairement qu'en mêlant cette poudre rouge avec de l'huile de lin, il ne récompoſe pas du fer, puiſque ce métal n'a point été détruit, & qu'il eſt encore réellement exiſtant dans cette poudre rouge Que produit donc l'huile de lin en cette occaſion ? Elle ſert à dégager plus vîte le fer des acides qui s'y étoient incorporez, & à le faire reparoître plus promptement ſous ſa forme naturelle.

J'ai déja expliqué en pluſieurs endroits de ce Memoire comment l'huile de lin en particulier & les huiles en general operoient cette réduction ou revivification du fer; ainſi je ne repetrai point ici la même choſe, je remarqueray ſeulement qu'il y auroit lieu d'être ſurpris ſi quelqu'un oſoit avancer que le mercure penetré par les acides du nitre, & calciné en rougeur, eſt un mercure détruit; & qu'il eſt enſuite récompoſé, quand par le moyen d'un abſorbant qui arrête les acides qui le fixoient, on le diſtille ſous ſa premiere forme. Cependant la recompoſition prétenduë du fer publiée par M. Geoffroy ne differe point eſſentiellement de la revification du mercure, & l'une & l'autre ſe font par une mécanique ſemblable. La difference principale qui ſe trouve entre ces deux operations, c'eſt que le mercure étant un corps volatile, on lui donne un abſorbant fixe; & le fer étant un corps fixe, on lui donne un abſorbant volatile: car ſi l'on faiſoit autrement, le mercure & le fer demeureroient toûjours unis à des matieres étrangeres.

Mais accordons à M. Geoffroy que l'huile de lin, outre ſa qualité abſorbante par laquelle elle détache les acides qui s'étoient engagez dans les pores des grains ferrugineux, communique encore à ces grains quelques parties huileuſes, & réparant par-là en quelque ſorte la perte que le feu leur en a fait faire, entretienne le tout

dans

dans une certaine malleabilité, il arrive alors la même chose que si en rendant au pain sec les parties aqueuses qu'il a perduës, on le rétablissoit dans la souplesse & l'espece de malleabilité qu'il avoit auparavant. Mais comme on ne peut dire que le pain redevenu tendre & moû ait été recomposé, puisqu'il n'avoit point été détruit en sechant; aussi ne peut-on pas dire que le fer redevenu malleable ait été récomposé, puisqu'il n'avoit point perdu la proprieté essentielle qui le caracterise. Voilà donc où se termine toute la récomposition prétenduë du fer publiée par M. Geoffroy; mais qu'en peut-il conclure pour confirmer ses premieres experiences, & pour appuyer son systême sur la production artificielle du fer? Car quand il a avancé en premier lieu qu'il avoit fait du fer, il n'a pas prétendu nous dire qu'il avoit donné de la malleabilité à une matiere qui étoit déja attirable par l'aiman; il nous a au contraire fait entendre qu'une pure terre qui n'avoit essentiellement aucune proprieté magnetique, l'acqueroit quand elle étoit unie à une huile & un acide vitriolique. Pour donc que ses dernieres experiences prouvent quelque chose en faveur de ses premieres & de son systême, il ne suffit pas d'emporter au fer sa malleabilité, & de la rétablir ensuite tellement quellement: le point principal c'est de lui enlever entierement sa vertu magnetique par la destruction totale de ce métal, & de la rétablir ensuite par la récomposition parfaite du même métal. C'est-là ce qu'il falloit faire, & ce que M. Geoffroy n'a point fait.

Il ne lui reste donc plus de preuve qu'il ait fait du fer, ni même qu'on en puisse faire aussi promptement qu'il se l'imagine, & par le simple mêlange d'un acide, d'une huile & d'une terre; car j'ay fait voir assez clairement que les premieres & les secondes experiences sur lesquelles il appuye ce sentiment ne le prouvent point du tout, & que les consequences qu'il tire des unes & des autres ne sont pas justes. Mais enfin quand il trouveroit le secret de faire veritablement du fer, il ne s'ensuivroit pas delà

que le fer trouvé dans les cendres des plantes fût aussi nouvellement produit; & il me seroit aisé de prouver très-sensiblement que le systême que j'ai donné pour l'explication de ce phenomene seroit encore préferable à tout autre dans le cas present, d'autant plus que ce systême se trouve parfaitement établi & confirmé non seulement par les experiences & les raisons que j'ai rapportées dans d'autres Memoires; mais encore par celles que M. Geoffroy m'a fait naître en attaquant mon systême, & en défendant le sien.

Je n'examineray point ici ce que M. Geoffroy publie sur la production des autres métaux, & des matieres métalliques; il ne s'agit presentement que du fer, & mon Mémoire qui n'est déja que trop long, le deviendroit excessivement, si j'entamois cette autre matiere que je traiterai peut-être une autre fois; je remarquerai seulement que pour entrer dans le secret de la composition de ces métaux, il suit précisément la même voye, & il employe les mêmes experiences que celles dont il s'est servi pour le fer; c'est-à-dire, qu'il tâche de les détruire, & de les récomposer ensuite par des moyens semblables, & qu'il ne fait cependant ni l'un ni l'autre.



OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Soleil arrivée le 14 Septembre 1708. au matin, à l'Observatoire.

PAR M. DE LA HIRE.

LEs nuages empêcherent de pouvoir voir le commencement de cette Eclipse; mais s'étant presqu'aussitôt dissipez, on vit le Soleil éclipsé d'environ un tiers de doit à $6^h\ 53'$. Les autres Phases furent observées comme il suit avec le Micrometre appliqué à une Lunette de 7 pieds de foyer. 1708. 28. Novem.

A 6h	53′	47″	0 doits	39′
	55	45	0	57
	57	40	1	10
	59	38	1	25
7	1	13	1	40
	2	58	1	54
	4	49	2	8
	6	37	2	22
	8	27	2	36
	10	16	2	51
	12	15	3	5
	14	22	3	19
	16	36	3	33
	18	44	3	48
	21	51	4	2
	24	34	4	16
	27	33	4	30
	31	54	4	44
	37	41	4	59

C'étoit ici la plus grande obscurité.

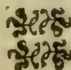
	52	46	4	44
	58	3	4	30
8	1	7	4	16

Il vint ensuite des nuages qui empêcherent de poursuivre l'Observation jusqu'à

8h	20′	17″	2 doits	22′
	24	17	1	54
	25	57	1	40
	27	43	1	25
	30	3	1	10
	31	57	0	57
	34	12	0	39
	35	46	0	29
	38	42	0	0 Fin de l'Eclipse.

On trouva le diametre du Soleil de 31′ 48″ par plusieurs Observations repetées, tant par les passages du Soleil par un meridien, que par le moyen du Micrometre.

On observa encore qu'à 7h 31′ 55″ la ligne menée par les cornes du Soleil éclipsé, étoit sensiblement parallele à l'horizon, & par conséquent les centres des deux astres étoient alors dans le même vertical, & la distance entre cette ligne & le limbe du Soleil qui étoit découvert, étoit de 25′ 20″. Mais alors la partie claire restante du Soleil étoit de 19′; d'où l'on conclut que le diametre de la Lune devoit être de 31′ 40″, qui est très-proche de celui du Soleil. Mais par le calcul de mes Tables on trouve que le diametre de la Lune étoit de 32′ 16″ un peu plus grand qu'on ne le tire de l'Observation; ce qui doit toûjours arriver dans les Eclipses de Soleil, à cause de sa grande lumiere qui diminuë un peu de la partie obscure qui est cachée par la Lune.



SUR L'OBSERVATION DE l'Eclipse de Lune arrivée le 29. Septembre au soir 1708. à l'Observatoire.

PAR M^rs DE LA HIRE.

UN peu avant l'Eclipse le Ciel étoit assez serein, & l'on observa le diametre de la Lune avec le Micrometre de 30′ 43″, la Lune étant élevée sur l'horizon de 18°. Mais ensuite le Ciel se couvrit de nuages assez épais pour ne laisser voir la Lune que fort imparfaitement & seulement par intervalles ; & quand elle paroissoit le plus clairement, on ne voyoit pas l'ombre de la Terre bien terminée sur le disque de la Lune. Ainsi on n'a pû faire aucune Observation de cette Eclipse avec exactitude.

Pour ce qui est des taches on n'en a pû rien observer, à cause des nuages qui passoient continuellement au devant de la Lune, & qui ne permettoient pas de les distinguer. Ce qu'on voyoit quelquefois le plus distinctement, c'étoit les cornes de la Lune éclipsée ; car comme la Lune paroît toûjours plus claire dans la circonference de son disque, aussi l'ombre y est-elle plus sensible.

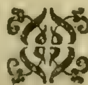
Nous observâmes le mieux qu'il nous fut possible qu'à 8^h 17′ l'Eclipse étoit d'un doit 42 minutes. Mais les Observations suivantes n'ont été faites que par la distance entre la ligne menée par les cornes de la Lune éclipsée, & la partie du limbe éclairé qui en étoit la plus éloignée ; d'où nous avons conclu en posant le diametre de la Lune tel que nous l'avions observé, & le diametre de l'ombre tiré des Tables que l'Eclipse étoit à 8^h 30′, de 3 doits 11′ ; à 8^h 33′, de 3 doits 58′ ; à 8^h 40′, de 4 doits 30′ ; & à 8^h 52′, de 4 doits 47′.

Avertissement.

Lorsque je composai mes Tables Astronomiques, je

donnai dans la 17e Table pour la correction de la Lune, le même nombre des minutes tant pour les Eclipses de Soleil que pour celles de Lune; car il me sembloit que je ne pouvois rien établir de bien certain dans les Eclipses de Lune qui peuvent varier considerablement par des causes Physiques. Cependant les circonstances particulieres qui se sont rencontrées dans quelques-unes des dernieres Eclipses de Lune, m'ont fait connoître que cette correction étoit trop forte de 3′ dans le milieu de la derniere colonne, & qui est son point le plus haut; & qu'au lieu de 13′ il faut mettre 10′, & qu'elle doit être diminuée à proportion tant en montant qu'en descendant dans les trois dernieres colonnes de cette Table, en laissant les trois premieres comme elles sont. Pour m'en assurer j'ai calculé de nouveau toutes les Eclipses de Lune que j'avois pour certaines & qui étoient presques centrales, comme celles qui me sembloient plus propres pour mon dessein, & semblablement les partiales qui s'étoient trouvées trop écartées par mes premiers calculs, ce qui m'a confirmé dans cette correction, en ajoûtant encore 30″ à 1′ que j'avois ajoûté pour le demi diametre de l'ombre dans le précepte des Eclipses page 27.

Sur cette correction j'ai trouvé que l'Eclipse de Lune que je rapporte dans ce Memoire devoit commencer à 8^h 7′ 35″; son milieu devoit être à 9^h 21′ 37″, & sa fin à 10^h 35′ 39″, & sa quantité de 5 doits 24′. On pourra la confronter avec des Observations exactes qui en auront été faites.



OBSERVATION

De l'Eclipſe du Soleil du 14. Septembre 1708.

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI

NOus nous ſommes ſervis pour obſerver cette Eclipſe des mêmes methodes que nous avions employé pour l'Obſervation de l'Eclipſe du Soleil du 12 Mai 1706. ſçavoir d'un Micrometre mis au foyer d'une Lunette de 8 pieds, de divers reticules formez par des fils paralleles mis au foyer d'une autre Lunette de même grandeur, & en troiſiéme lieu par la Lunette de 34 pieds au foyer de laquelle on avoit attaché ſur un tambour un papier ſur lequel ſe peignoit l'image du Soleil, dont le diametre étoit diviſé en douze par ſix cercles concentriques. Cette derniere methode fut celle dont l'on fit le moins d'uſage, à cauſe que pendant la durée de l'Eclipſe l'on voyoit ſouvent le Soleil au travers des nuages rares, qui empêchoient que ſon image ne ſe peignit diſtinctement ſur le tambour. 1708. 28. Novem.

Le 14 Septembre au matin on apperçut le Soleil quelque tems après ſon lever. Il ſe cacha enſuite dans des nuages qui étoient du côté de l'Orient.

A $6^h\ 52'\ 48''$ le Soleil ſe découvrit lorſqu'il étoit déja éclipſé d'environ un tiers de doigt.

Nous fîmes enſuite les Obſervations ſuivantes.

Obſervations faites par le Micrometre.

A 7^h	$1'$	$2''$	Un doigt 29 minutes.
	4	40	Deux doigts 5 minutes.
	9	34	Deux doigts 49 minutes.
	12	38	Trois doigts 20 minutes.
	15	43	Trois doigts 38 minutes.
	19	0	Trois doigts trois quarts.

A 7^h	22′	53″	Quatre doigts 21 minutes.
	28	0	Quatre doigts 49 minutes.
	31	34	Quatre doigts 53 minutes.
	37	0	Cinq doigts 7 minutes.
	41	4	Cinq doigts 10 minutes.
	42	0	Cinq doigts 10 minutes.
	45	0	Cinq doigts 10 minutes.
	46	0	Cinq doigts 10 minutes.
	53	8	Quatre doigts 48 minutes.
	56	48	Quatre doigts 33 minutes.
8	0	30	Quatre doigts un tiers.
	26	30	Un doigt 29 minutes.
	29	23	Un doigt 10 minutes.
	34	0	41 minutes.
	36	38	18 minutes.
	38	27	Fin de l'Eclipse.

La grandeur de l'Eclipse fut trouvée par le Micrometre de 5 doigts 10 minutes. On n'apperçut point avec la Lunette de 8 pieds dont l'on se servoit pour cette Observation, la Tache qui devoit être sur le bord du Soleil apparent près d'en sortir.

Observations faites par les Reticules réduites en doigts & demi doigts.

A 6^h	50′	0″	Commencement estimé.
	56	46	Un doigt.
7	3	42	Deux doigts.
	11	0	Trois doigts.
	20	28	Quatre doigts.
	26	44	Quatre doigts & demi.
	35	26	Cinq doigts.
	41	0	Cinq doigts 5 minutes.
	59	46	Quatre doigts & demi.
8	24	10	Deux doigts.
	28	22	Un doigt & demi.
	31	59	Un doigt.

A 8h 35′ 22″	Un demi doigt.
38 28	Fin de l'Eclipse.

La grandeur de l'Eclipse fut observée par les Reticules de 5 doigts & 5 minutes.

OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Lune du 29 Septembre 1708.

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

LE tems n'a pas été favorable pour l'Observation de cette Eclipse ; car pendant sa durée la Lune a été ou entierement cachée, ou couverte de broüillards qui empêchoient de distinguer avec quelque précision le terme de l'ombre de la Terre sur le disque de la Lune. 1708. 28. Novemb.

Nous n'avons pas laissé d'en faire les Observations suivantes avec deux Lunettes de 8 pieds, à l'une desquelles il y avoit un Micrometre, & à l'autre des Reticules.

A 8h 16′ 20″ la Lune paroissoit éclipsée au travers des broüillars de Un doigt 20 minutes.

	22	50	Deux doigts & demi.
	20	30	Trois doigts & 6 minutes.
	30	50	Trois doigts & 18 minut.
	32	50	Trois doigts & 42 minut.
	45	0	Quatre doigts & 54 min.
10	6	20	Trois doigts & 6 minutes.
	20	20	Un doigt & 20 minutes.

La fin de l'Eclipse ne pût pas être observée.

En comparant ensemble les deux dernieres Observations qui ont été faites lorsque l'Eclipse diminuoit, avec deux autres qui ont été faites précisément dans les mêmes phases lorsque l'Eclipse augmentoit, l'on a par la premiere Observation comparée avec la derniere le milieu de l'Eclipse à 9h 18′ 20″, & par la seconde comparaison on a le milieu à 9h 18′ 0″.

A l'égard de la grandeur de cette Eclipſe, nous n'avons pas pû la déterminer exactement ; c'eſt pourquoy il eſt plus à propos de s'en rapporter aux Obſervations qui en auront été faites en d'autres païs.

REFLEXIONS

Sur les Eclipſes du Soleil & de la Lune du mois de Septembre 1708.

PAR M. CASSINI

1708. 28. Novemb.

LEs Obſervations de l'Eclipſe du Soleil du 14 Septembre 1708. étant comparées à la figure qui a été dreſſée pour le calcul de cette Eclipſe, ont fait voir que la conjonction qui réſulte de nos Tables n'anticipe que de deux minutes d'heure celle que nous avons déterminée par nos Obſervations.

Ayant corrigé cette difference enſorte que la figure repreſente exactement l'Eclipſe telle qu'elle a été obſervée à Paris, nous avons trouvé qu'elle repreſentoit auſſi avec la même exactitude les tems & les phaſes obſervées en d'autres lieux, eu égard à la difference des meridiens.

Nous avons déja reçû les Obſervations qui en ont été faites à Montpellier, à Marſeille, à Langres, à Genes, à Bologne & à Rome; & nous eſperons d'en recevoir encore d'autres faites dans des païs où l'Eclipſe aura été plus grande qu'à Paris.

Nous avons en attendant déterminé les lieux de la Terre où elle a paru ſous diverſes phaſes, & nous trouvons qu'elle a dû être totale au lever du Soleil dans le Groenland à 71 degrez de latitude ſeptentrionale ; que l'ombre totale de la Lune a enſuite parcouru la Norvege & la Moſcovie, & que l'Eclipſe a été totale ſur le parallele de Paris 57 degrez à l'Orient de cette ville ; qu'elle a dû paſſer enſuite par la Perſe, par le Mogol près d'Agra,

par le Royaume de Siam & par la Cochinchine, & qu'elle a cessé de paroître totale au coucher du Soleil 112 degrez à l'Orient de Paris, & à 14 degrez de latitude septentrionale.

La trace qu'a décrit l'ombre totale de la Lune dans cette Eclipse croise fort obliquement celle qui fut décrite dans l'Eclipse totale du mois de May 1706, qui commença dans la mer entre la Cayenne & les Canaries, passa par la partie meridionale de l'Espagne, de la France, & alla terminer dans la Tartarie. Ces deux traces se coupent dans la partie septentrionale de Moscovie, quelques degrez au Nord de Moscou, où elle aura été vûë totale cette année-cy, de même qu'en 1706.

L'Eclipse de l'année 1699 qui fut aussi totale en divers endroits de la Terre, paroît avoir décrit une route qui a plus de conformité à celle que l'ombre totale de l'Eclipse de cette année a parcouru sur la Terre.

On a rapporté dans les Memoire de l'Academie de l'année 1699, que cette Eclipse a commencé à paroître totale dans une Isle du Groenland; qu'elle a ensuite passé par les côtes septentrionales de l'Ecosse, par la partie meridionale du Danemark, & par les parties septentrionales de la Pomeranie, par la petite Tartarie, par la Mer Noire, par la Perse, par le Royaume du Mogol, & par les Indes Orientales jusqu'aux confins du Royaume de Siam.

En comparant cette trace avec celle de l'Eclipse de cette année, l'on voit qu'elles ont commencé toutes les deux à paroître totales au lever du Soleil dans le Groenland. Que la derniere a passé par l'Europe dans des lieux plus septentrionaux; & que les deux traces de l'ombre se sont rencontrées dans la Perse & dans le Mogol, où ces Eclipses auront été vûës toutes les deux totales dans un espace de païs considerable.

Nous avons aussi déterminé les lieux où l'Eclipse de cette année a été de 6 doigts tant du côté du Midy que du Septentrion.

Du côté du Midy elle a dû commencer à paroître de 6 doigts au lever du Soleil dans la Mer de Tartarie ou Glaciale à la distance de 9 degrez du Pole septentrional; & après avoir traversé une partie de la Tartarie à peu près du Nord vers le Midy, elle a du paroître de 6 doigts au coucher du Soleil 119 degrez à l'Orient de Paris, & à 42 degrez $\frac{1}{2}$ de latitude Septentrionale.

La trace septentrionale de 6 doigts commence 29 degrez $\frac{1}{2}$ à l'Occident de Paris à 52 degrez $\frac{1}{2}$ de latitude septentrionale. Elle passe ensuite par la partie meridionale de l'Angleterre, par la partie septentrionale de la France, par la Hongrie, par la Mer Noire, par le Golfe Persique, par la côte de Coromandel, au Nord de l'Isle de Sumatra, & va terminer à la partie meridionale de l'Isle de Borneo.

La ligne qui separe les païs où l'on a vû l'Eclipse, de ceux où elle n'a point paru, passe par les Isles Terceres, par la partie meridionale de l'Afrique, par la nouvelle Hollande, par les Philippines; par le Japon & par la côte orientale de la Tartarie; de sorte que cette Eclipse a du paroître dans toute l'Europe & presque dans toute l'Asie.

Reflexions sur l'Eclipse de Lune du 29 Septembre 1708.

Une des plus exactes Observations que l'état de l'air a permis de faire de la derniere Eclipse arrivée le 29 Septembre de cette année 1708, est celle qui a été faite à Marseille par le Pere Laval Jesuite Professeur Royal d'Hydrographie, & par M. Chazelles de l'Academie Royale des Sciences. Ils ont eu le tems très-favorable, au lieu qu'il étoit fort broüillé à Paris. Cette Observation est d'une très-grande importance, car elle sert à verifier plusieurs Elemens de la Théorie de la Lune, cet Astre se trouvant alors dans une situation propre pour cet effet. Elle étoit proche de la moyenne distance de la Terre, où la premiere inégalité de son mouvement est

plus grande, ce qui sert à verifier son excentricité qui regle cette inégalité. Et le Soleil étoit aussi très-proche de la moyenne distance, où est sa plus grande équation, dont nous assignons la 10e partie à la Lune, mais d'une affection contraire, qui dans cette Eclipse étoit plus grande que dans toutes les autres situations du Soleil; ce qui nous faisoit souhaiter une Observation exacte de cette même Eclipse pour la mieux verifier à cette occasion qui étoit une des plus favorables.

Nous avons eu la satisfaction de voir que la premiere Equation de la Lune que nous employons, & qui ne differe point sensiblement de celle des Tables Rudolphines, est conforme à celle que nous avions employée dans le calcul de cette Eclipse aussi exactement que l'on peut souhaiter, & que l'Equation tirée de celle du Soleil qui est la 4e Equation de la Lune, s'accorde à cette Observation avec la même exactitude.

Car ayant appliqué ces deux Equations au moyen mouvement de la Lune verifié par toutes les Eclipses précédentes que nous avons pû comparer ensemble, le calcul nous avoit donné le milieu de cette Eclipse à la même heure & à la même minute qu'elle a été observée à Marseille, ayant employé la difference des meridiens entre Paris & Marseille telle qu'elle est marquée dans le Livre de la Connoissance des Tems, & employant l'Equation des jours inserée dans nos Tables des Satellites de Jupiter.

Il y a eu une difference d'un tiers de doigt dans la grandeur de l'Eclipse qui fut observée à Marseille de 5 doigts un tiers. Mais cette difference ne dépend que d'une minute de latitude de la Lune qu'il est difficile de regler à une minute près.

Car dans le calcul on ne tient pas compte de la difference qu'il y a entre la veritable figure de la Terre, qui par diverses Observations a été trouvée un peu Elliptique, & sa figure supposée spherique. On ne tient pas compte non plus de quelque variation de son ombre, qui

peut être causée par quelque diversité de la refraction des rayons du Soleil dans la rencontre de diverses parties de l'Atmosphere de la Terre plus ou moins dense en un endroit qu'en un autre.

On neglige aussi dans la détermination de l'ombre les inégalitez dans sa circonference, qui peuvent être causées par les montagnes qui se rencontrent aux lieux de la Terre où le Soleil se leve & où il se couche à l'heure de l'Eclipse, parce que ces inégalitez des hauteurs des montagnes n'ont pas une proportion sensible au demi-diametre de la Terre. Neanmoins si l'on avoit une description assez distincte des chaînes des montagnes telle que M. le Comte Marsigli a entrepris de faire, l'on pourroit observer dans les Eclipses de Lune s'il n'y en paroît point quelques vestiges dans la penombre.

Les divers états de l'air contribuënt aussi à causer dans cette ombre quelques diversitez apparentes. L'état de l'air qui à Paris étoit fort broüillé au tems de cette Eclipse, ne permettoit que très-rarement de voir le terme de l'ombre ; neanmoins la Lune s'étant laissé voir dans un espace un peu moins trouble, un peu après le commencement & un peu avant la fin de l'Eclipse, deux phases égales, une en croissant, l'autre en décroissant, on a conclu le milieu de l'Eclipse à $9^h\ 18'\ 20''$, à quelques secondes près de ce qui résulte de l'Observation de Marseille, aïant eu égard à la difference des meridiens déterminée par d'autres Observations.



COMPARAISON

De diverses Observations de l'Eclipse du Soleil du 14 Septembre 1708.

PAR M. CASSINI le fils.

NOus avons reçu de divers lieux les Observations de l'Eclipse du Soleil du 14 Septembre 1708, & nous les avons comparées à notre Observation suivant la methode que nous avons pratiquée dans de semblables occasions, pour connoître la difference des meridiens entre Paris & les lieux où cette Eclipse a été observée. 1708. 1. Decembre.

Quoique cette Eclipse ait dû être totale en divers endroits de la Terre, nous n'en avons encore reçu aucune relation, & toutes les Observations que l'on nous en a envoyé marquent sa grandeur plus petite qu'elle n'a été vûë à Paris, où elle fut observée de $5^d\ 5'$.

Nous n'avons pas pû voir à Paris le commencement de cette Eclipse; mais nous l'avons conclu des Phases suivantes à $6^h\ 50'\ 0''$, ce qui nous a servi à dresser la Figure que nous avons employée pour déterminer la difference des meridiens qui résulte des Phases differentes observées en divers lieux.

Nous avons comparé non seulement les Observations du commencement & de la fin, mais aussi celles des Phases ou doigts observez, dont les plus exactes sont celles qui ont été faites près du commencement & de la fin. Celles qui sont vers le milieu ne pouvant pas se distinguer avec la même évidence, à cause que l'augmentation ou la diminution des doigts se fait alors moins sensiblement.

Comparaison de l'Eclipse observée à Montpellier par les Astronomes de la Societé Royale des Sciences.

	A Montpellier.	A Paris par la figure.	Diff. des merid. entre Paris & Montpellier.
Commencement	7h 3′ 6″	6h 57′ 0″	6′ 6″
Fin	8 36 17	8 29 40	6 37

La grandeur de l'Eclipse fut observée de trois doigts.

En prenant une moyenne entre les differences qui résultent de la comparaison des Phases observées de part & d'autres, l'on aura la differences des meridiens entre Paris & Montpellier de 6′ 18″.

A Marseille par le P. Laval & M. Chazelles.

	A Marseille.	A Paris par la figure.	Diff. des merid. entre Paris & Marseille.
Commencement	7h 10′ 37″	6h 58′ 0″	12′ 37″
Fin	8 43 24	8 31 5	12 19

La grandeur de l'Eclipse fut observée de 3 doigts 20 minutes.

En prenant une moyenne entre les differences qui résultent de la comparaison des Phases, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Marseille de 12′ 17″.

A Langres par M. de Tancarville.

	A Langres.	A Paris par la figure	Diff. des merid. entre Paris & Langres.
Commencement douteux	7h 5′ 18″	6h 51′ 40″	13′ 38″.
Fin exacte	8 52 35	8 40 30	12 5

Suivant l'Observation de la fin de l'Eclipse qui a été observée plus exactement tant à Langres qu'à Paris, l'on a la difference des meridiens entre Paris & Langres de 12′ 5″ de tems, qui réduits en degrez font 3d 1′ 15″. dont Langres est plus Oriental que Paris. Le lieu où l'Observation a été faite est plus près du meridien de Paris de

de 22″ de degré que la Tour de l'Eglise de S. Pierre qui est au centre de Langres. M. de Tancarville a aussi déterminé la hauteur du Pole de Langres de 47^d 50′ 50″.

A Gennes par le Marquis Salvago & M. l'Abbé Barabbini.

	A Genes.	A Paris par la figure	Diff. des merid. entre Paris & Genes.
Commencement	7^h 22′	6^h 57′	25′ 0″
Fin	9 6	8 39 50	26 10

La grandeur de l'Eclipse fut observée de 4 doigts précisément.

A Bologne par M. Manfredi.

Le commencement de l'Eclipse ne put pas être observé à Bologne, & on n'apperçut le Soleil qu'à 8^h 22′ 21″ qu'il étoit déja éclipsé de quatre doigts.

	A Bologne.	A Paris par la figure.	Diff. des merid. entre Paris & Bologne.
Fin	9^h 20′ 27″	8^h 34′ 0″	36′ 27″

En prenant une moyenne entre les differences qui résulte de la comparaison des Phases, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Bologne de 36′ 21″.

M. Manfredi apperçut dans le bord de la Lune une cavité fort longue & fort délié qui étoit au milieu entre les cornes de l'Eclipse vers les premieres Phases.

A Rome par M. Bianchini.

Le commencement de l'Eclipse ne put pas être observé à Rome.

	A Rome.	A Paris par la figure.	Diff. des merid. entre Paris & Rome.
Fin	9^h 20′ 20″	8^h 39′ 30″	40′ 50″

En prenant une moyenne entre les differences qui résultent de la comparaison des Phases, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Rome de 41′ 10″.

OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Lune du 29 Septembre 1708, faites à Genes par Mrs le Marquis Salvago & l'Abbé Barabbini, & à Marseille par le P. Laval & M. Chazelles. Rapportées,

PAR MRS CASSINI ET MARALDI.

1708. 12. Decemb. LE tems nebuleux qu'il fit à Paris pendant la durée de cette Eclipse ne nous permit pas de l'observer avec beaucoup d'exactitude ; mais les observations qui en ont été faites à Genes & à Marseille, dont nous connoissons la difference des meridiens à l'égard de Paris, pourront suppléer au défaut des nôtres. Voici l'extrait de ces Observations.

Observation faite à Genes.

A 8h 33′ 49″ à Genes l'Eclipse paroissoit commencer à la vûë simple, mais on doutoit de son commencement par une Lunette.

10 57 21 Fin de l'Eclipse.

Observation faite à Marseille.

A 8h 21′ 0″ Commencement de l'Eclipse observée par M. Chazelles par une Lunette de 8 pieds.

8 20 45 Commencement observé par le P. Laval avec une Lunette de 8 pieds.

10 41 30 Fin de l'Eclipse observée par M. Chazelles.

10 41 26 Fin de l'Eclipse observée par le P. Laval.

La grandeur de l'Eclipse fut trouvée par le P. Laval de 5 doigts 20′, & le diametre apparent de la Lune de 33′40″.

AUTRES SOLUTIONS.

Du Problême déja résolu dans le Mémoire du 18. Juillet dernier, pag. 251. &c. touchant la Courbe que décriroit un corps de pesanteur constante, jetté dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps.

PAR M. VARIGNON.

DAns ce Mémoire du 18 Juillet dernier j'ai donné deux Solutions du Problême où il s'agissoit de trouver cette Courbe, lesquelles ne dépendent de la vitesse de projection, que comme d'une vitesse simple, sans qu'il y soit besoin d'avoir égard aux vitesses verticales & horizontales résultantes des projections obliques ou inclinées. Et dans le Mémoire du 22. Aoust dernier, pag. 303. &c. j'ai fait voirl 'accord de ces deux Solutions avec celles de M. Newton & de M. Hughens, dépendantes de la considération de ces vitesses verticale & horizontale, dans lesquelles ils ont décomposé celle de projection oblique. Voici encore deux autres Solutions du même Problême, en considérant aussi le mouvement de projection oblique comme composé d'un vertical & d'un horizontal, toutes differentes encore des leurs, & cependant encore d'accord avec elles, pour faire voir comment ce mouvement ainsi consideré les donne aussi à notre maniere, & pour confirmer encore la validité de toutes ces Solutions, suivant la promesse que j'en ai faite à la fin du Mémoire du 18. Juillet, pag. 274. & de celui du 22. Aoust dernier, pag. 312. Je n'ai differé jusqu'ici à donner ces deux dernieres Solutions, que parce que les aïant trouvées d'abord, chacune en deux manieres, avec quantité de Corollaires, le Mémoire que j'en avois fait, étoit devenu trop long, & qu'il m'a fallu du tems pour le réduire à celui-ci.

1708. 5. Decembre.

Comme on fera quelquefois ici mention des deux Solutions qui se trouvent dans le Mémoire du 18 Juillet dernier, pag. 250. &c. appellées *Solut.* 1. 2. de leur identité entr'elles, & de leurs Corollaires qui y sont au nombre de 21. celles-ci vont être appellées *Solut.* 3. 4. & leurs Corollaires, *Corol.* 22. 23. *&c.* pour la commodité des citations.

LEMME I.

FIG. I. II. III. IV. *Par deux points quelconques* A Z . *d'une ligne droite* AZ *divisée à volonté en* K, *soient deux arcs* AVO, ZRO, *d'une même logarithmique aussi quelconque, sur une asymptote commune* KO *perpendiculaire en* K *sur* AZ, *& sur laquelle soit prise* Kϖ=KZ. *En suite après avoir tiré des points* A, Z, *par le point* ϖ, *les droites* Aϖ, Zϖ, *indéfiniment prolongées de part & d'autre des côtez de* O; *soit aussi tirée une ordonnée quelconque* VR *parallele à* AZ, *& qui rencontre les arcs logarithmiques* AVO, ZRO, *en* V, *R*; *leur asymptote commune en* T; *& les droites* AO, ZO, *en* F, G. *Enfin des points* V, R, *soient* VΠ, RE, *paralleles à* KO, *& qui rencontrent les droites* AO, ZO, en Π, E.

Cela fait, je dis que l'on aura par tout ici VΠ=RE *correspondante.*

DEMONSTRATION.

Puisque l'abscisse *KT* est (*constr.*) commune aux deux arcs *AV*, *ZR*, correspondans d'une même logarithmiques sur l'asymptote *KO*, l'on aura ici *VT. TR* : : *AK. KZ* : : *FT. TG.* ou (en permutant) *VT. FT* : : *TR. TG.* Et (en divisant ou en composant) *VF. FT* : : *GR. TG.* ou (en permutant) *VF. GR* : : *FT. TG* : : *AK. KZ.* (la construction donnant *K*ϖ=*KZ*) : : *AK. K*ϖ (à cause des triangles semblables *AK*ϖ, *FV*Π) : : *VF. V*Π. Donc *V*Π=*GR.* Mais la construction donnant *K*ϖ=*KZ*, & les triangles *ZK*ϖ, *GRE*, étant (*constr.*) semblables, l'on aura de même *GR*=*RE.* Donc *V*Π=*RE* correspondante, quoique le contraire paroisse aux yeux en quelques endroits des Figures qui sont mal tracées, *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Donc le cas de $V\Pi=o$, rendra auſſi la correſpondante $RE=o$. Mais $V\Pi=o$, & $RE=o$, rendent de même $VF=o$, & $RG=o$. Donc le cas de $VF=o$, rendra pareillement la correſpondante $GR=o$; & réciproquement.

COROLLAIRE II.

Donc auſſi lorſqu'une des droites AO, ZO, coupe un des arcs AVO, ZRO : par exemple; lorſque la droite AO coupe l'arc AVO en A, C; ſi du point C on fait $C\Psi$ parallele à AZ, & qui rencontre l'autre arc ZRO en Ψ; cet arc déja (*hyp.*) rencontré en Z par ZO, le ſera encore en Ψ par la même ZO; puiſque (*Corol.* 1.) $VF=o$ en C, doit auſſi rendre $GR=o$ en Ψ. Par conſéquent non ſeulement la droite ZO coupera l'arc ZKO en Z, Ψ; mais encore les points C, Ψ, dans leſquels les droites AO, ZO, rencontrent ainſi les arcs AVO, ZRO, ſeront ſur une même ordonnée $C\Psi$ perpendiculaire à KO, de méme que les poinss A, Z, où ces droites rencontrent encore (*hyp.*) ces arcs, ſont ſur une même droite AZ auſſi perpendiculaire à KO : de ſorte que les arcs AVC, $ZR\Psi$, compris entre ces points de rencontre ſeront auſſi compris entre deux ordonnées AZ, $C\Psi$, perpendiculaires à KO. FIG. II.

COROLLAIRE III.

On voit delà que ſi l'ordonnée $C\Psi$ étoit muë parallelement à elle-même vers AZ, & les droites AO, ZO, autour des points fixes A, Z en paſſant toûjours par les points C, Ψ, de rencontre de cette ordonnée $C\Psi$ avec les arcs logarithmiques AVO, ZRO; non ſeulement cette ordonnée $C\Psi$ ſe confondroit enfin avec AZ; mais encore les points C, Ψ, ſe confondant auſſi pour lors avec A, Z, les ſecantes AO, ZO, ſe trouveroient alors tangentes en ces points A, Z, des arcs AVO, ZRO, qu'elles coupoient, ayant alors $K\varpi$ pour leur ſoûtangente commune, ainſi

que dans la Fig. 1. tout le reste demeurant le même que lorsqu'elles étoient secantes dans la Fig. 2.

LEMME II.

FIG. V. *Soient imaginées les deux Fig. 1. 2. du précédent Lem. 1. réduites en une seule Fig. 5. dans laquelle sur l'ordonnée* KZ, *soit prise* KY *égale à la la soûtangente commune* (hyp.) *aux deux arcs logarithmiques* AVO, ZRO. *Par* Y *soit* YQ *parallele à leur asymptote commune* KO, *& qui rencontre l'arc* ZRO *en* N; *par lequel point* N *soient la tangente* ON *de cet arc, & l'ordonnée* NU *parallele à* ZA, *lesquelles rencontrent* KO *en* S, U. *Du point* B *où l'autre arc* AVO *est rencontré par l'ordonnée* NU *prolongée, soit tirée par* S *la droite* BS, *laquelle sera aussi tangente en* B *de cet arc* AVO *puisqu'on le suppose ici de même soûtangente que l'autre* ZRO. *Soient* L, M, *les points où l'ordonnée* AZ *est rencontrée par les tangentes* SB, SN, *prolongées vers* O. *Enfin par les points* A, Z, *où cette ordonnée* AZ *rencontre les arcs* AVO, ZRO, *soient deux secantes* OA, OZ, *paralleles à ces tengentes, & qui prolongées rencontrent encore ces arcs en d'autres points* C, Ψ.

Cela fait, je dis que ces secantes OA, OZ, *prolongées jusqu'à l'asympte* KO, *la rencontreront en un même point.*

DEMONSTRATION.

Soit, si l'on veut ϖ le point où la secante OA rencontre cette asymptote KO, & ω celui où cette asymptote est rencontrée par l'autre secante OZ. Le parallelisme supposé de ces secantes avec les tangentes OB, ON, donnera $AK.K\varpi :: LK.KS$ (la construction qui donne $US = UN$, donnant aussi $KS = KM$, & $K\omega = KZ$) :: $LK.KM :: BU.UN$ (à cause de l'abscisse commune KU) :: $AK. KZ$ (à cause de $K\omega = KZ$) :: $AK. K\omega$. c'est-à-dire, $AK.K\varpi :: AK.K\omega$. Donc $K\varpi = K\omega$; & par conséquent les secantes OA, OZ, prolongées jusqu'à l'asymptote KO, doivent la rencontrer en un même point ϖ ou ω. *Ce qu'il falloit démontrer.*

CORALLAIRE I.

Donc (*Corol.* 2. *Lem.* 1.) les points *C*, Ψ, dans lesquels les secantes *OA*, *OZ*, tirées par les points *A*, *Z*, d'une même ordonnée *AZ*, parallelement aux touchantes *OB*, *ON*, couperont encore les arcs logarithmiques *AVO*, *ZRO*, seront aussi sur une même ordonnée *C*Ψ parallele à *AZ*; & réciproquement, Il est indifferent pour la verité de tout ceci, de quel côté *AZ*, *C*Ψ, soient de *BN* qui est toûjours entr'elles.

COROLLAIRE II.

Il suit de là qu'après avoir mené les tangentes *OB*, *ON*: comme ci-dessus, si d'un point ϖ quelconque pris sur *KO*, au-dessous de *S* (du côté où les arcs logarithmiques s'approchent de cette asymptote commune (on mene les secantes ϖ*O* paralleles aux tangentes *SO*; leurs premiers points *C*, Ψ, de rencontre avec les arcs *AVO*, *ZRO*, seront sur une même ordonnée *C*Ψ perpendiculaire à l'asymptote *KO*; & les seconds *A*, *Z*, pareillement sur une même ordonnée *AZ* perpendiculaire aussi à *KO*: sans cela il est visible que les secantes tirées des extremitez *A*, *Z*, d'une même ordonnée *AZ* parallelement aux tangentes précédentes ne rencontreroient pas *KO* en un seul & même point; ce que le present Lemme fait voir être faux. Donc, &c.

COROLLAIRE III.

Puisque (*Constr.*) *KM*=*KS*, *KZ*=*K*ω (*Lem.* 2.)= *K*ϖ, &c. si après avoir marqué des lettres *F*, *G*, les points où les tangentes *BO*, *NO*, prolongées sont rencontrées par les Π*V*, *ER*, du Lem. 1. prolongées aussi jusqu'à ces tangentes: tout le reste demeurant le même que dans ce Lemme & ses Fig. 1. 2. il donnera ici *VF*=*RG*, *V*Π= *RE* correspondante; & conséquemment *BP*=*NQ*.

Il est manifeste que pour la verité des deux Lemmes précédens & de leurs Corollaires, il est indifferent que les arcs

logarithmiques AVO, ZRO, *soient du même ou de differens côtez de leur asymptote commune* KO : *c'est pour cela qu'on neglige d'exprimer ici cette varieté de position dans plusieurs cas, qui non seulement en auroit embarrassé les Figures, mais encore les auroit multipliées d'autant plus inutilement, qu'il est presentement aisé de les imaginer sur le modele de celles-ci. Je passe donc au Problême dont il est ici question.*

PROBLEME.

FIG. VI. VII. VIII. *Soit un corps de pesanteur constante jetté de* A *vers* F *suivant une direction quelconque* AF, *d'une force aussi quelconque, dans un milieu qui lui résiste à chaque instant en raison de ses vitesses actuelles : On demande la Courbe que ce corps ainsi jetté décrira dans ce milieu.*

SOLUTION III.

S'agissant ici (*hyp.*) de considérer le mouvement de projection oblique, comme composé d'un horizontal & d'un vertical; ce vertical, qui peut être de bas en haut, ou de haut en bas, en fait deux cas, dont voici les Solutions séparées. Celle des projections horizontales en résultera sans peine, n'y ayant qu'à considérer ce mouvement vertical comme nul.

I. CAS.

Des projections obliques de bas en haut.

FIG. VI. I. Soit donc à present le mouvement du corps jetté obliquement de bas en haut de *A* vers *F* suivant *AF*, d'une force quelconque *AF*, consideré comme composé d'un horizontal suivant *AK*, & d'un vertical suivant *KF*, dont les vitesses soient à celle de projection suivant *AF*, comme *AK*, *KF*, sont à *AF*, en supposant toûjours *AK* perpendiculaire en *K* sur la verticale *FO*. Soit ensuite cette horizontale *AK* divisée de maniere en *X*, que *AX* soit à *XK*, comme la vitesse verticale est à la terminale du corps jetté, c'est-à-dire, (*pag.* 123. *Corol.* 9.) à la plus grande qu'il put acquerir en vertu de sa pesanteur en tombant

bant dans le milieu suppofé. Sur *AK* prolongée vers *Z*, foit auffi prife *KY* à *KF* comme cette viteffe terminale eft à cette verticale, c'eft-à-dire, *KY*. *KF* : : *XK*. *XA*. Après cela par le point *A*, & fur l'afymptote *KO*, foit un arc quelconque *ABO* d'une logarithmique qui ait fes foûtangentes égales chacune à *KY*. Par le point *X* foit *XB* parallele à *KO*, & qui rencontre cet arc *ABO* en *B*, par lequel point foit la touchante *BS*, avec l'ordonnée *BU* parallele à *AK*, lefquelles rencontrent *KO* en *S*, *U*, & donnent ainfi (*hyp.*) *US*=*KY*. Du point *A* foit la droite *A*ϖ parallele à *BS*, & qui rencontre l'arc logarithmique *ABO* encore en un autre point *C*, fon afymptote *KO* en ϖ, & *XB* prolongée en *P*. Par tant de points *V*, *u*, *C*, *v*, &c. qu'on voudra de cet arc, foient les droites *h*Π *hp*, *lC*, *v*π, &c. paralleles à *KO*, lefquelles rencontrent l'ordonnée *AK* en *H*, *l*, *n*, &c. la tangente *BS* en *f*, *z*, φ, &c. & fa parallele *A*ϖ en Π, *p*, π, &c.

Je dis que fi fur ces mêmes lignes prolongées du côté *F* on prend par tout *HL*=*V*Π, *X*Λ=*BP*, *l*λ=*up*, *nx*=*v*π, &c, c'eft-à-dire, les droites *HL*, *X*Λ, *l*λ, *nx*, &c. perpendiculaires à l'axe *AK*, par-tout égales à leurs correfpondantes *V*Π, *BP*, *up*, *u*π, &c. comprifes entre l'arc logarithmique *ABO*, & la droite *A*ϖ parallele à fa tangente *BS*; la ligne *AL*Λλ*xO*, qui paffera par tous les poins *L*, Λ, λ, *x*, &c. ainfi trouvez, fera la Courbe requife.

DEMONSTRATION.

II. Sur *AK* prolongée vers *Z*, foit prife *YX*=*KF*; par le point *Z* fur l'afymptote *KO*, foit encore un autre arc *ZRO* de la même logarithmique que le précédent *ABO*. Il eft vifible que ce dernier arc *ZRO* paffera par le point *N* dans lequel *BU* prolongée rencontre *YO* parallele à *KO*, & que la droite *NS* fera tangente de ce dernier arc en ce point *N*: de forte qu'on y aura *UN*=*KY* (*hyp.*) = =*US*.

III. Soient prefentement faites *VR*, *ur*, *C*Ψ, *vp*, &c. paralleles à *AZ*, lefquelles rencontrent l'arc logarithmi-

que *ABO* en *V*, *u*, *C*, *v*, &c. l'autre *ZNO* en *R*, *r*, *Ψ*, *ρ*, &c. leur asymptote commune *KO* en *T*, *t*, *a*, *θ*, &c. la droite *YO* en *D*, *d*, *δ*, &c. & la tangente *NO* en *b* *β*, &c. Soient de plus par les points *R*, *r*, *ρ*, &c. parallelement à *KO* les droites *ME*, *me*, *με*, &c. lesquelles rencontrent l'ordonnée *ZK* en *M*, *m*, *μ*, &c. la tangente *NO* en *g*, *γ*, &c. & sa parallele *Zϖ* en *E*, *e*, *ε*, &c. laquelle est aussi rencontrée en *Q* par *YN* prolongée, & coupe (*Lem.* 2.) *KO* au même point *ϖ* que la droite *AC*, ayant *Kϖ*=*KZ*, puisque (*art.* 2.) *US*=*UN*.

IV. En prenant, comme dans la construction, *AF* pour la vitesse oblique de projection de *A* vers *F* suivant cette ligne *AF*, l'on aura aussi *AK* pour la vitesse horizontale résultante de cette projection, & *FK* pour la verticale qui en résulte aussi : de sorte qu'ayant (*constr.*) *KY* à *KF* comme la vitesse terminale du corps jetté est à cette verticale, & (*art.* 2.) *YZ*=*FK*; l'on aura ici *AF* pour la vitesse oblique de projection, *AK* pour l'horizontale qui en résulte, *FK* ou *YZ* pour la verticale qui en résulte aussi, & *KY* pour la terminale résultante de la pesanteur du corps jetté malgré les résistances supposées.

V. Soient enfin appellées *YK* ou (*art.* 2.) *US*, *a*; *AK*, *e*; *FK* ou (*art.* 2.) *YZ*, *c*; *KT*, *t*; *VT*, *u*; & *RD*, *v*.

1°. La Solut. du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 391 donnant $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{u}$ pour l'équation de la logarithmique. *ABO*, dont les ordonnées *VT* (*u*) expriment les vitesses qui à la fin des tems *KT* (*t*), & malgré les résistances supposées, resteroient de l'horizontale *AK* résultante (*art.* 4.) de celle *AF* de projection, donnera conséquemment $udt = -adu$: & (en intégrant) $\int udt (AKTV) = -au + q$, que le cas de $AKTV = o$, qui rend $VT\,(u) = AK\,(e)$, réduit à $o = -ae + q$: ce qui donnant $q = ae$, donne aussi $AKTV = ae - au = a \times \overline{AK - VT} = KY \times AH = US \times AH$ conformément au Corol. 2. du Probl. 1. des Memoires de 1707. pag. 391. & 392.

2°. La Solution du Probl. 3. des Mem. du 7. Mars der-

nier, pag. 136. donnant pareillement $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{a+u}$ pour l'équation de la logarithmique *ZNO*, dont les ordonnées *RD* (*v*) expriment les viteſſes qui à la fin des tems *YD* ou *KT* (*t*), & malgré les réſiſtances tant de la peſanteur du mobile que du milieu ſuppoſé, reſteroient de la viteſſe verticale *KF* ou (*art.* 2. & 4.) *YZ* (*c*) de bas en haut, réſultante auſſi de celle *AF* de projection, donnera de même $adt + vdt = -adv$, ou $vdt = -adt - adv$: de ſorte qu'en intégrant, l'on aura pareillement ici $\int vdt$ (*ZYDR*) $= -at - av + q$, que le cas de $ZYDR = 0$, qui rend auſſi *YD* ou *KT* $(t) = 0$, & $DR\ (v) = YZ\ (c)$, réduit à $0 = -ac + q$: ce qui donnant $q = ac$, donne pareillement $ZYDR = ac - at - av = a \times \overline{YZ - KT - DR} = a \times \overline{MZ - MR}$ (à cauſe que l'art. 1. donnant $UN = US$) donne auſſi $MZ = ME$) $= a \times \overline{ME - MR} = YK \times RE = US \times RE$.

3°. Donc (*nombre* 1. & 2.) $AKTV. ZYDR :: US \times AH. US \times RE :: AH. RE$ (*Lem.* 1.) $:: AH. V\Pi$ (la conſtruction exigeant ici $HL = V\Pi$) $:: AH. HL$.

4°. Mais ſuivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. les eſpaces ici parcourus pendant un même tems quelconque *KT* (*t*) ſont entr'eux comme les ſommes *AKTV*, *ZYDR*, des viteſſes *VT* (*u*), & *RD* (*v*), en vertu deſquelles ils ont été parcourus. Donc les eſpaces ici parcourus pendant le même tems *KT* en vertu de ces viteſſes reſtantes de l'horizontale *AK*, & de la verticale *KF*, ou (art. 4.) *YZ* de bas en haut, réſultantes l'une & l'autre de celle *AF* de projection, & retardées de la maniere qu'on les ſuppoſe ici ; doivent y être entr'eux (*nomb.* 3.) :: *AH*. *HL*. Par conſéquent en y prenant *AH* pour l'horizontal parcouru pendant le tems *KT* en vertu des viteſſes *VT* reſtantes de l'horizontale *AK* malgré les réſiſtances du milieu oppoſé, l'on y aura auſſi *HL* pour le vertical parcouru en même tems de bas en haut en vertu des viteſſes *RD* reſtantes de la verticale *KF*, ou (*art.* 4.) *YZ* malgré ces mêmes réſiſtances & malgré celle de la

pesanteur du même corps jetté suivant AF. Donc ce corps se trouvera en L à la fin de ce tems KT par le concours de ces vitesses ; & par tout ici de même depuis A jusqu'en $X\Lambda = BP$, qui est la plus grande hauteur à laquelle ce corps puisse ici monter au-dessus de l'horizontale AK, à cause que (*Lem.* 1.) $BP = NQ$, & que (*nomb.* 2.) NQ est la valeur de tout ce qu'il parcourt d'espace en vertu des vitesses RD de bas en haut, restantes de la verticale KF ou (*art.* 2.) YZ pendant le tems KU ou YN à la fin duquel elles se trouvent entierement éteintes. D'où l'on voit que ce même corps doit ici décrire l'arc $AL\Lambda$ en vertu du concours des vitesses horizontales VT, & de ces verticales RD, pendant le tems KU ou YN, ou XB, & malgré les résistances tant de sa pesanteur que du milieu supposé ; & qu'après être ainsi arrivé en Λ, il en doit aussi-tôt retomber en vertu de sa pesanteur, par le concours de laquelle & de ce qui lui reste encore de force ou de vitesse horizontale XK ou BU, il décrira depuis le commencement U du tems UO, le reste ΛlO de sa Courbe de projection malgré les résistances du milieu supposé.

VI. Pour le voir soient à present Ut ou $Nd = t$, $rd = v$, au lieu de KT ou $YD = t$, $DR = v$, du précédent art. 5. & le reste comme dans cet article, c'est-à-dire, comme dans la construction & dans la démonstration précédente. La Solution du Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 119. donnera presentement $\frac{dt}{a} = \frac{dv}{a - v}$ pour l'équation de la logarithmique ZNO ; ce qui suit aussi de la précédente (*art.* 5 .*nomb.* 2.) équation $\frac{dt}{a} = \frac{-dv}{a + u}$, RD se trouvant négative en rd, & v se changeant par-là en $-v$.

1°. Donc on aura ici $adt - vdt = adv$, ou $vdt = adt - adv$; & par conséquent (en intégrant) $\int vdt\ (Nrd) = at - av = a \times \overline{Nd - rd}$ (à cause que l'art. 2. donnant $UN = US$, donne aussi $bd = Nd$, & $br = rg$) $= a \times \overline{bd - rd} = a \times br = a \times rg$ (*Lem.* 1.) $= a \times uf = KT \times uf = US \times uf$.

2°. Donc auſſi (*art.* 5. *nomb.* 1.) $AK \times TV . Nrd :: US \times AH . VS \times uf :: AH . uf :: AH . pf - pu :: AH . BP - pu$ (la conſtruction donnant $\Lambda X = BP$) $:: AH . \Lambda X - pu$ (ſoit $\Lambda\Delta$ parallele à l'horizontale AK, & rencontrée en Λ, ω, σ, q, Δ, par les verticales BX, uh, Cl, vn, OK, prolongées juſqu'à elle) $:: AH . h\omega - up$ (la conſtruction de l'art. 1. exigeant $h\lambda = up$) $:: AH . h\omega - h\lambda :: AH . \omega\lambda$. Par conſéquent ſuivant le Lem. 2. cité ci-deſſus dans le nomb. 4 de l'art. 5. ſi l'on prend encore ici AH pour l'eſpace horizontal parcouru pendant le tems KT malgré les réſiſtances du milieu ſuppoſé, en vertu des viteſſes VT qui malgré ces réſiſtances reſtent de l'horizontale AK réſultante de celle AF de projection ; l'on aura pareillement ici $\omega\lambda$ pour l'eſpace vertical parcouru de haut en bas pendant le tems Nd ou Ut en vertu de la peſanteur du mobile malgré les mêmes réſiſtances.

3°. Mais le nomb. 1. de l'art. 5. fait voir que ſi le mobile parcourt AH pendant le tems KT en vertu de ſes viteſſes TV reſtantes de l'horizontale AK, elles lui feront parcourir de même AX pendant le tems KU, & Ah pendant le tems Kt ; & par conſéquent auſſi Xh ou $\Lambda\omega$ pendant le tems Ut en vertu de ces mêmes viteſſes inſtantanées ſucceſſivement reſtantes de la même horizontale AK pendant ce tems malgré les réſiſtances du milieu ſuppoſé. Donc pendant le même tems Ut que ce corps parcourt l'eſpace $\Lambda\omega$ en vertu des viteſſes ut ſucceſſivement reſtantes de l'horizontale AK à chaque inſtant de ce tems malgré les réſiſtances du milieu ſuppoſé, il parcourra auſſi (*nomb.* 2.) l'eſpace vertical $\omega\lambda$ en vertu de ſa peſanteur malgré les mêmes réſiſtances. Par conſéquent à la fin t de ce tems il ſe trouvera en λ par le concours de ces viteſſes ut reſtantes de l'horizontale AK pendant le tems Ut, & des acquiſes rd pendant ce même tems en vertu de ſa peſanteur, & malgré les réſiſtances du milieu ſuppoſé.

4°. En prenant $\sigma l = cz$, $qx = z\varphi$, &c. on trouvera de même que pendant les tems Ua, $U\vartheta$, &c. que ce corps parcourroit Xl, Xn, &c. ou $\Lambda\sigma$, Λq, &c. en vertu des vi-

tesses horizontales instantanées Ca, $v\theta$, &c. restantes de la primitive AK pendant ces tems malgré les résistances du milieu supposé ; il parcourroit aussi les hauteurs σl, qx, &c. en vertu de sa pesanteur malgré les mêmes résistances; & qu'ainsi il devroit pareillement se trouver en l, x, &c. à la fin de ces tems correspondans.

5°. Donc (*nomb.* 2.3.4.) en prenant par tout $\omega\lambda = uf$, $\sigma l = Cz$, $qx = v\varphi$, &c. depuis Λ jusqu'en Δ, l'arc $\Lambda\lambda lxO$ qui passera par tous les points λ, l, x, &c. ainsi trouvez à l'infini, sera celui que le corps jetté suivant AF, décrira ici pendant le tems UO malgré les résistances du milieu supposé.

VII. Mais on vient de voir (*art.* 5. *nomb.* 4.) que ce corps ainsi jetté, décrira aussi l'arc $AL\Lambda$ pendant le tems KU, en prenant par tout $HL = V\Pi$ correspondante depuis A jusqu'en X, & enfin $X\Lambda = BP$. Donc en prenant par tout (*art.* 5. *nomb.* 4.) $HL = V\Pi$ correspondante depuis A jusqu'en X, & de même (*art.* 6. *nomb.* 5.) $\omega\lambda = uf$, $\sigma l = Cz$, $qx = v\varphi$, &c. correspondantes depuis X jusqu'en K; la ligne $AL\Lambda\lambda lxO$, qui passera par tous les points L, Λ, λ, l, x, &c. ainsi trouvez, sera la Courbe cherchée de projection.

VIII. Or $up = fp - fu = BP - fu$ (*art.* 5. *nomb.* 4.) $= X\Lambda - fu = \omega l - fu$ (*art.* 6. *nom.* 5.) $= \omega l - \omega\lambda = l\lambda$, $\pi v = \varphi v - \varphi\pi = \varphi u - BP$ (*art.* 5. *nomb.* 4.) $= \varphi v - X\Lambda = \varphi v - qn$ (*art.* 6. *nomb.* 5.) $= qx - qn = nx$, &c. depuis X jusqu'en K. Donc (*art.* 7.) en prenant également par tout $HL - V\Pi$, $X\Lambda = BP$, $l\lambda = up$, $nx = v\pi$, &c. c'est-à-dire, les ordonnées verticales HL, $X\Lambda$, $h\lambda$, nx, &c. par tout égales aux verticales $V\Pi$, BP, up, $v\pi$, &c. correspondantes aux abscisses AH, AX, Ah, An, &c. de l'axe horizontal AK depuis l'origine A, & comprises entre la logarithmique ABO & la droite $A\varpi$ parallele à sa tangente BS au point B, d'où BX (parallele à l'asymptote OK) va diviser cet axe en deux parties AX, XK, qui sont entr'elles comme la vitesse verticale FK résultante de celle AF de projection, est à la terminale KY

du corps jetté, ainsi que l'ordonne la construction ; la ligne $AL\Lambda\lambda xO$, qui passera par tous les points L, Λ, λ, x, &c. ainsi trouvez, sera la Courbe que le corps jetté suivant AF, de la force ou vitesse AF, doit ici décrire malgré les résistances du milieu supposé. *Ce qu'il falloit démontrer.*

II. CAS.

Des projections obliques de haut en bas.

IX. Soit encore le mouvement de projection oblique de A vers F suivant AF, consideré comme composé d'un horizontal AK, & d'un vertical KF qui soit presentement de haut en bas, & conséquemment qui soit négatif par rapport au précédent (*cas* 1.) qui étoit de bas en haut : de sorte que si l'on prend encore ici KY à KF, comme la vitesse terminale du corps jetté, est à la vertical KF résultante de celle AF de projection oblique de haut en bas ; & $YZ = KF$, quoique le contraire paroisse aux yeux dans la Fig. 7. qui est mal faite : cette YZ devenuë ainsi négative, de positive qu'elle étoit dans le premier cas, doit être ici à gauche de la verticale YO, avec l'arc logarithmique ZRO, au lieu qu'ils étoient (*art.* 2. *fig.* 6.) à droite, cet arc & l'autre AVO de la même logarithmique ayant toûjours la verticale KO pour leur asymptote commune, & sur elle leurs soûtangentes chacune $= KY$ prise sur l'horizontale AK prolongée de ce côté-là. FIG. VII. VIII.

Cela conçû, soit encore (sur OK) $K\varpi = KZ$ comme on l'a trouvé dans l'art. 3. pour le premier cas. Du point ϖ par A, Z, soient les droites ϖA, ϖZ ; soit ensuite une ordonnée quelconque VD parallele à l'horizontale AY, & qui rencontre les verticales YO, KO, en D, T ; l'oblique $Z\varpi$ en Q ; & les arcs logarithmiques ZRO, AVO, en R, V. Enfin du point V soit VH parallele à OK, & qui rencontre les droites AK, $A\varpi$, en H, π.

Cela fait, je dis que si l'on prend par tout $HL = V\pi$, la ligne ALO, qui passera par tous les points L ainsi trouvez, sera Courbe requise.

DEMONSTRATION.

X. Après avoir fait ZO, RE, paralleles à KO, & qui rencontrent les droites VD, $Z\varpi$, en P, E; ſoient encore appellés KY, a; AK, c; FK ou YZ, c; KT, t; VT, u; RD, v.

1°. En ſe ſervant de ces noms comme dans le nomb. 1. de l'art. 5. du premier cas, on trouvera encore ici comme là, $AKTV = KY \times AH$: l'arc AVO ayant ici (*conſtr.*) comme-là, ſes ſoûtangentes chacune $= KY = a$, & $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{u}$ pour ſon équation, dont les ordonnées u (VT) expriment les viteſſes qui à la fin des tems KT (t), & malgré les réſiſtances ſuppoſé reſteroient de l'horizontale AK réſultante de celle AF de projection.

2°. La ſolution du Probl. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 128. donnant ici $\frac{dt}{a} = \frac{dv}{a-u}$ pour l'équation de l'arc logarithmique ZRO qu'on ſuppoſe auſſi avoir ſes ſoûtangentes chacune $= KY = a$, & dont les ordonnées v (RD) expriment les viteſſes verticales de haut en bas, qui à la fin des tems KT (t) & malgré les réſiſtances ſuppoſées reſteroient de la verticale KF & des acquiſes en vertu de la peſanteur du corps jetté: cet arc ZRO doit être non ſeulement poſé comme on le voit ici par rapport à ſon aſymptote KO dans les Fig. 7. 8. conformément au Corol. 1. 2. & 4. de ce Probl. 2. Mais encore avoir $adt - vdt = adv$, ou $vdt = adt - adv$; & (en integrant) $\int vdt$ ($ZYDR$) $= at - av + q$. Mais le cas de $ZYDR = o$, qui rend RD (v) $= ZY$ (c), KT (t) $= o$, réduiſant cette intégrale à $o = -ac + q$, donne $q = ac$. Donc $ZYDR = at - av + ac = a \times \overline{KT - RD + ZY} = a \times \overline{KT \mp PR} = a \times \overline{ZT \mp PR}$ (l'hypothêſe de $K\varpi = KZ$ donnant auſſi $ZP = QP$, & $QR = RE$) $= a \times \overline{QP \mp PR} = a \times QR = a \times RE = KY \times RE$ (*Lem.* 1.) $= KY \times V\Pi$.

3°. Donc (*nomb.* 1. & 2.) $AKTV . ZYDR :: KY \times AH . KY \times V\Pi :: AH . V\Pi$ (*conſt. art.* 9.) $:: AH . HL$.

XI. Mais ſuivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier,

nier, pag. 117. les eſpaces ici parcourus pendant un même tems quelconque *KT* (*t*) ſont entr'eux comme les ſommes *AKTV*, *ZYDR*, des viteſſes *VT* (*u*) *RD* (*u*), en vertu deſquelles ils ont été parcourus. Donc (*art.* 10. *nomb.* 3.) les eſpaces ici parcourus pendant un même tems quelconque *KT* en vertu de ces viteſſes reſtantes de l'horizontale *AK*, & de la verticale *KF* jointe à ce qu'il en a réſulté de la peſanteur du corps jetté malgré les réſiſtances du milieu ſuppoſé, doivent ici être entr'eux :: *AH*. *HL*. Par conſéquent en prenant encore ici *AH* pour l'horizontal parcouru pendant le tems *KT* en vertu des viteſſes *VT* ſucceſſivement reſtantes de l'horizontale *AK* pendant ce tems & malgré les réſiſtances du milieu ſuppoſé; l'on y aura auſſi *HL* pour l'eſpace vertical parcouru en même tems (*KT*) de haut en bas en vertu des viteſſes *RD* ſucceſſivement reſtantes de la verticale *KF* ou (*art.* 9.) *YZ* & des acquiſes par la peſanteur pendant ce tems malgré les mêmes réſiſtances. Donc le corps obliquement jetté de haut en bas de *A* vers *F*, d'une force ou viteſſe quelconque *AF*, ſe trouvera en *L* à la fin du tems *KT* par le concours de ces viteſſes reſtantes; & par tout ici de même. Par conſéquent la ligne *ALO*, qui paſſera par tous les points *L* trouvés comme ci-deſſus (*art.* 10.) en prenant par tout $HL = V\pi$, ainſi qu'il eſt preſcrit dans l'art. 9. ſera la Courbe que ce corps doit ici décrire malgré les réſiſtances du milieu ſuppoſé. *Ce qu'il falloit encore démontrer.*

COROLLAIRE XXII.

Il ſuit en général de la Solution des deux cas précédens, que ſuivant quelque direction *AF* que la projection d'un corps ſe faſſe dans un milieu réſiſtant en raiſon des viteſſes de ce corps : ſi après avoir fait l'horizontale *AZ* avec la verticale *FO* qui la rencontre en *K*; avoir pris *KY* à *KF* comme la viteſſe terminale du corps jetté, eſt à la verticale réſultante de celle *AF* de projection; avoir pris $YZ = KF$, $K\varpi = KZ$; avoir mené la droite $A\varpi$; & avoir ſuppoſé une logarithmique *AVO*, qui ait *KO* FIG. VI. VII. VIII.

pour aſymptote, & les tangentes (ſur cette aſymptote) chacune$=$*KT*: par quelque point *V* de cette logarithmique qu'on faſſe *VH* parallele à *OK*, & qui prolongée rencontre *AF*, *AK*, *Aϖ*, en *G*, *H*, π; la ligne qui paſſera par toute les extrémitez *L* d'ordonnées *HL*$=$*V*π correſpondantes, ſur l'axe *AK*, ſera la Courbe de projection ici requiſe, laquelle aura ſa concavité ou ſa convexité tournée vers *AK* tant que la logarithmique *AVO* l'aura vers *Aϖ*; & conſéquemment cette Courbe *ALO* ſera au-deſſus & au-deſſous de ſon axe horizontal *AK*, tant que cette logarithmique aura ſa concavité ou ſa convexité tournée vers *Aϖ*, & rencontrera cet axe *AK* au point corrreſpondant à celui (autre que *A*) où cette même logarithmique *AVO* rencontrera la droite *Aϖ*.

FIG. VI. D'où l'on voit que la Courbe de projection *ALO* ne doit préſenter ſa concavité à ſon axe horizontal *AK*, que dans les projections obliques de bas en haut, exprimées dans la Fig. 6. Cette Courbe y ſera d'abord au-deſſus de cet axe horizontal en lui repreſentant ſa concavité depuis le premier inſtant de la projection, c'eſt-à-dire, depuis *A*, juſqu'à ce que *V*π ſoit devenuë $=o$ en *C*; qu'alors elle coupera cet axe dans le point *l* correſpondant, & qu'après cela elle ne lui préſentera plus jamais que ſa convexité en s'approchant toûjours de *KO* qui en ſera l'aſymptote, ainſi qu'on l'a déja vû dans les Cor. 1. & 6. du Mem. du 18. Juillet dernier, p. 254. & 256. la viteſſe horizontale *AK* réſultante de celle *AF* de projection, s'éteignant entierement en *K* après un tems infini *KO*, ainſi que le marquent les ordonnées *VT* de la logarithmique *AVO*, qui en expriment les viteſſes reſtantes à la fin des tems *KT*, & qui ne s'anéantiront qu'à la fin de ſon aſymptote infinie *KO*.

COROLLAIRE XXIII.

FIG. VII. VIII. La démonſtration du cas des projections obliques de haut en bas, fait auſſi voir que celui où la viteſſe verticale *KF* ou (*art. 9.*) *YZ* ſeroit égale à la terminale *KY*, la Courbe de projection *ALO* ſeroit, elle-même, une logarith-

mique confonduë avec *AVO*; puisqu'alors *KZ* ou (*hyp.*) *Kϖ* se trouvant nulle, l'arc logarithmique *ZRO* se confondroit aussi avec son asymptote *KO*, & rendroit ainsi partout *VH*=*RM*=*RE* (*Lem.* 1.)=*Vπ* (*constr. art.* 9.)=*HL*, c'est-à-dire, *L* en *V*, & conséquemment la Courbe de projection *ALO* confonduë avec l'arc logarithmique *AVO*; ce qui s'accorde avec le Corol. 10. du Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 258. &c. où l'on a aussi fait voir qu'en ce cas cette Courbe de projection *ALO* seroit effectivement une logarithmique qui auroit *KO* pour asymptote, & *KY* (expression de la vitesse terminale du corps jetté) pour la valeur de chacune de ses soûtangentes sur cette asymptote, de même (*hyp.*) que l'arc logarithmique *AVO* avec lequel elle se confondroit en ce cas-ci de la vitesse terminale du corps jetté à sa verticale résultante de celle de sa projection oblique de haut en bas.

COROLLAIRE. XXIV.

Les projections horizontales ayant toutes *KF* ou (*art.* 9.) *YZ*=*o*, larc logarithmique *ZRO* y passeroit par le point *Y*, ayant toûjours *KO* pour asymptote, les Fig. 7. 8. y dégénérant en la Fig. 9. Ce qui rendant *Z* en *Y*, & *ϖ* vers *O* sur *KO*, en donnant encore *Kϖ*=*KZ* (ici)=*KY* (*hyp.*)= à chacune des soûtangentes des arcs logarithmiques *AVO*, *ZRO*; les droites *Aϖ*, *ZϖO*, en seroient les tangentes aux points *A*, *Z*, lesquelles donneroient encore par tout (*Lem.* 1.) les *RE*=*Vπ* correspondantes, Ainsi (*Solut.* 3.) en prenant encore ici toutes les *HL*=*Vπ* correspondantes, la ligne *ALO* qui passeroit par tous les points *L* ainsi trouvez, seroit aussi la Courbe des projections horizontales faites dans le milieu résistant en raison des vitesses du corps jetté. FIG. IX.

Tous les autres Corollaires des deux autres Solutions de ce Problême-ci, déja données dans le Mem. du 18. *Juillet dernier, pag.* 254. *&c. suivront pareillement de celle-ci, dont voici l'accord avec elles & avec celles de M. Newton & de M. Hughens.*

IDENTITE'

Des Courbes précédentes ALO *de projection, & entr'elles, & avec celles tant de Solut.* 1. 2. *du Mem. du* 18 *juil. dernier, p.* 251. *&* 264. *que de M. Newton & de M. Hughens.*

FIG. VI. *Premier cas.* Outre les noms emploïez dans la précédente Solut. 3. ſçavoir $YK = a$, $AK = e$, FK ou $YZ = c$, $KT = t$, $VT = u$, $RD = v$; ſoient de plus $AF = b$, $AG = y$, & $GL = x$ en prolongeant HL juſqu'à la rendre de AF en G.

Les triangles (*conſtr.*) ſemblables AKF, AHG, donneront $AF\ (b) . AG\ (y) :: FK\ (c) . GH = \frac{cy}{b}$. Mais ſuivant le premier cas de la précédente Solut. 3. (*art.* 1.) $HL = l\Pi$ (*Lem.* 1.) $= RE = ME - MR$ (l'art. 3. de la Solut. 3. qui donne $KZ = K\varpi$, donnant auſſi $MZ = ME$) $= MZ - MR = YZ - YM - MR = YZ - DR - KT = c - v - t$. Donc $\frac{cy}{b} - c + v + t = GH - HL = GL = x$, & $\frac{cdy}{b} + dv + dt = dx$. Or $AF\ (b) . AG\ (y) :: AK\ (e) . AH\ (e - u)$. D'où réſulte $be - bu = ey$, ou $u\ (VT) = \frac{be - ey}{b}$ & $du = \frac{-edy}{b}$; & conſéquemment auſſi $\frac{dy}{b - y} = \frac{-du}{u}$ (*Solut.* 3. *cas* 1. *art.* 5. *nomb.* 1.) $= \frac{dt}{a}$, ou $dt = \frac{ady}{b - y}$. Donc $dx = \frac{cdy}{b} + du + \frac{ady}{b - y}$. Or AVO, ZRO, étant (*hyp.*) des arc d'une même logarithmique, & ayant leurs ordonnées AK, VT, en même diſtance (KT) entr'elles que ZK, RT; l'on aura de plus ici $AK\ (e) . VT \left(\frac{be - ey}{b}\right) :: KZ\ (a + c) . RT\ (a + v)$. D'où réſulte $v = \frac{\overline{a + c} \times \overline{b - y}}{b} - a = \frac{bc - ay - cy}{b}$, & $dv = \frac{-ady - cdy}{b}$. Donc $dx = \frac{cdy}{b} - \frac{ady - cdy}{b} + \frac{ady}{b - y} = -\frac{ady}{b} + \frac{ady}{b - y} = \frac{-ab + ay + ab}{bb - by} \times dy = \frac{aydy}{bb - by}$, ou $dx = \frac{aydy}{bb - by}$ ſera l'équation de la Courbe de projection ALO trouvée pour le premier cas de la précédente Solut. 3.

Second cas. Les noms demeurant les mêmes, l'on aura encore ici $AF(b).AG(y)::FK(c).GH=\frac{cy}{b}$, excepté dans la Fig. 9. qui ayant $FK=o=GH$, a pareillement $c=o$. Donc le second cas de la précédente Solut. 3. art. 9. donnant $HL=V\Pi$ (*Lem.* 1.) $=RE=MR\mp ME$ (cet art. 9. de la Solut. 3. qui donne $KZ=K\varpi$, donnant aussi $MZ=ME$) $=MR\mp MZ$ (les signes superieurs sont pour les Fig. 7. 9. & les inferieurs pour la Fig. 8.) $=MR-YM+YZ=KT-RD+YZ=t-v+c$. Donc $t-v+c-\frac{cy}{b}=HL-GH=GL=x$, & $dt-dv-\frac{cdy}{b}=dx$. Mais on trouvera ici, comme dans le cas précédent, $dt=\frac{ady}{b-y}$. Donc $dx=\frac{ady}{b-y}-dv-\frac{cdy}{b}$. On aura pareillement ici, comme dans le cas précédent, $AK(e).VT\left(\frac{be-ey}{b}\right)::KZ(\pm a\mp c).TR(\pm a\mp v)$. c'est-à-dire (en multipliant les deux derniers termes de cette Analogie par ∓ 1, & les deux premiers par $\frac{b}{e}$) $b.b-y::-a+c.-a+v::c-a.v-a$. D'où résulte $v=\frac{b-y\times c-a}{b}+a=\frac{bc-cy-ba+ay+ba}{b}=\frac{bc+ay-cy}{b}$, & $dv=\frac{ady-cdy}{b}$. Donc $dx=\frac{ady}{b-y}-\frac{ady+cdy}{b}-\frac{cdy}{b}=\frac{ady}{b-y}-\frac{ady}{b}=\frac{ab-ab+ay}{bb-by}\times dy=\frac{aydy}{bb-by}$, c'est-à-dire, que $dx=\frac{aydy}{bb-by}$ sera aussi l'équation de la Courbe de projection *ALO* trouvée par le second cas de la précédente Solut. 3.

Identité. Mais cette équation $dx=\frac{aydy}{bb-by}$ pareillement trouvée par le premier cas, est aussi celles des Courbes de projection trouvées, tant (*Mem.* 18. *juil. pag.* 255. & 270.) dans nos deux premieres Solut. que (*Mem. du* 22. *Aoust*, *p.* 303. &c.) par Mrs Newton & Hughens. Donc nos deux premieres Solutions & les leurs s'accordent parfaitement avec la précédente; ou (ce qui revient au même) ce n'est par tout-là & ici qu'une même nature de Courbe de projection. *Ce qu'il falloit démontrer.*

FIG. VII. VIII. IX.

SCHOLIE.

FIG. VI. VII. VIII. IX. I. L'Analogie $dx.dy::ay.bb-by$. résultante de la précédente équation $dx=\frac{aydy}{bb-by}$, se réduisant à $dx.dy::o.bb$. dans le cas de y (*AG*) $=o$, fait voir que la droite *AF* de projection est toûjours touchante en *A* de la Courbe *ALO* que décriroit ici le corps jetté de *A* vers *F* dans le milieu supposé ; ce qu'on sçait d'ailleurs aussi devoir être, étant évident en général que cela doit arriver dans toutes sortes de projections faites dans quelques milieux que ce soient, soit qu'ils résistent ou non, & quelles que soient leurs résistances, c'est-à-dire, quelles que soient les Courbes que les corps jettés y devroient décrire.

II. Presentement si outre les noms précédens, on donne celui de m à *HL* ; l'on aura ici *AF* (b). *AG* (y) : : *AK* (e). *AH* ($e-u$). D'où résulte $y=\frac{be-bu}{e}$, $b-y=b-\frac{be-bu}{e}=\frac{bu}{e}$, $dy=-\frac{bdu}{e}$; & par conséquent $ydy=\frac{bbu-bbe}{ee}\times du$, $aydy=\frac{abbu-abbe}{ee}\times du$, $bb-by=\frac{bbu}{e}$. Donc $\frac{aydy}{bb-by}=\frac{audu-aedu}{eu}$.

L'on aura de plus *AF* (b). *AG* (y) : : *KF* (c). $HG=\frac{cy}{b}$. De sorte qu'ayant (*hyp.*) $GL=x$, l'on aura ici $\frac{cy}{b}\mp x=HG\mp GL=HL=m$, & $\frac{cdy}{b}\mp dx=dm$, ou $\mp dx=dm-\frac{cdy}{b}$ (à cause de $dy=-\frac{bdu}{e}$) $=dm+\frac{cdu}{e}$, ou bien aussi (en multipliant le tout par ∓ 1) $dx=\mp dm\mp\frac{cdu}{e}$: les signes superieurs sont pour le cas de la Fig. 6. & les inferieurs pour ceux des Fig. 7. 8. 9.

Mais l'identité précédente donne $dx\,\frac{aydy}{bb-by}$ pour tous les cas. Donc $\mp dm\mp\frac{cdu}{e}=\frac{audu-aedu}{eu}$, ou $\mp dm=\frac{audu-aedu}{eu}\pm\frac{cdu}{e}=\frac{au-ae\mp cu}{eu}\times du$: de sorte qu'en mul-

tipliant encore le tout par ∓ 1, l'on aura encore $dm = \frac{\mp au \pm ae - cu}{eu} \times du$ pour une nouvelle équation générale des Courbes *ALO* de projection, décrites par des corps jettez de *A* vers *F* ſuivant des directions quelconques *AF*, avec des forces ou viteſſes auſſi quelconques dans un milieu qui leur réſiſteroit en raiſon de leurs viteſſes actuelles, les ſignes ſuperieurs étant pour le cas des projections obliques de bas en haut, & les inferieurs pour tous les autres.

III. De ſorte que l'équation de ces Courbes *ALO* ſera $dm = \frac{ae - au - cu}{eu} \times du$ dans le cas (*Fig.* 6.) des projections obliques de bas en haut; $dm = \frac{au - cu - ac}{eu} \times du$ dans celui (*Fig.* 7. 8.) des projections obliques de haut en bas; & $dm = \frac{au - ae}{eu} \times du$ dans celui (*Fig.* 9.) des projections horizontales qui rendent *FK* $(c) = o$.

IV. Il ſuit encore de-là que dans le cas des projections obliques de haut en bas, ſi la viteſſe verticale *KF* qui en réſulte, ſe trouve égale à la terminale *KT*; cette égalité de *KF* (c) = *KT* (a) réduiſant à $dm = -\frac{adu}{u}$ l'équation $dm = \frac{au - cu - ae}{eu} \times du$ (*art.* 3.) de la Courbe de projection de ce cas, cette Courbe *ALO* ſera pour lors une logarithmique confonduë avec *AVO*, dont l'équation eſt (*Solut.* 3. *art.* 4. & 9. *nomb.* 1.) $dt = -\frac{adu}{u}$, ainſi qu'on le vient auſſi de voir dans le Corol. 23. & qu'on l'avoit déja vû dans le Corol. 10. du Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 258. &c. FIG. VII. VIII.

SOLUTION. IV.

I. CAS.

Des projections obliques de bas en haut.

I. Soit encore ici le mouvement de projection du corps jetté obliquement de bas en haut de *A* vers *F* ſuivant *AF*, conſideré comme compoſé d'un horizontal ſuivant *AK*, & d'un vertical ſuivant *KF*, dont les viteſſes ſoient FIG. X.

à celle de projection, comme AK, KF, sont à AF, en supposant toûjours AK perpendiculaire en K sur la verticale OF prolongée vers S : de sorte qu'en prenant encore AF pour cette vitesse quelconque de projection, l'on aura pareillement encore AK pour la vitesse horizontale qui en résulte, & KF pour la verticale qui en résulte aussi. Soit ensuite une hyperbole équilaterre quelconque CBS entre les asymptotes orthogonales AK, KS; & l'horizontale AK divisée en X de maniere que AX soit à XK, comme la vitesse verticale KF résultante de celle AF de projection, est à la terminale du corps jetté, c'est-à-dire, (*Corol. 9. pag. 123. du Prob. 1. du Mem. du 7. Mars dernier*) à la plus grande que ce corps puisse acquerir en tombant en vertu de sa pesanteur dans le milieu supposé résistant en raison des vitesses de ce corps, laquelle vitesse terminale soit exprimée par KY prise sur AK prolongée de ce côté-là de maniere que KY soit à KF comme cette vitesse terminale est à la verticale résultante de celle AF de projection, & conséquemment $AX. XK :: KF. KY$. Des points A, X, & de tel autre H ou h qu'on voudra, de l'horizontale AK, pris à volonté depuis l'origine A jusqu'en K, soient les ordonnées AC, XB, HV ou hu, paralleles à KS, & qui rencontrent l'hyperbole CBS en C, B, V ou u. Par le point B soit PT parallele à AK, & qui rencontre KS, hu, HV, AC, prolongées en T, p, Π, P. Enfin entre les asymptotes orthogonales KY, KS, soit encore l'hyperbole φNS précisément la même que la précédente, ensorte qu'en lui faisant une ordonnée YN parallele à KS, & qui la rencontre en N, l'on ait $KY \times YN = AK \times AC$; & par tout de même.

Cela fait, je dis que si l'on prend ici par tout $HL = \frac{PCV\Pi}{YN}$ correspondante depuis A jusqu'en X, $X\Lambda = \frac{CBP}{YN}$ en X, & $l\lambda = \frac{CBP - Bpu}{YN}$ pareillement correspondante depuis X jusqu'en K; la ligne $AL\Lambda\lambda O$, qui passera par tous les points L, Λ, λ, &c. ainsi trouvez, sera la Courbe requise de projection.

DEMONST.

DEMONSTRATION.

II. Sur l'horizontale *AK* prolongée vers *Z*, soit prise *YZ*=*KF*; ce qui donnera (*constr. art.* 1.) *ZY*. *YK* : : *AX*. *XK*. Et conséquemment *ZK*. *YK* : : *AK*. *XK*. ou *ZK*. *AK* : : *YK*. *XK*. Soient prises par tout de l'origine *K* sur *KZ*, des portions *KM*. *KH* : : *KZ*. *KA* : : *YK*. *XK*. ou *Km*. *Kh* : : *KZ*. *KA* : : *YK*. *XK*. Et après avoir mené les ordonnées *MR*, *mr*, paralleles à *KS*, & qui rencontrent l'hyperbole φ*NS* en *R*, *r*; soit par le point *N* la droite *DQ* parallele à *KZ*, & qui rencontre *KS*, *mr*, *MR*, *Z*φ, prolongées en *D*, *e*, *E*, *Q*.

III. Cela fait, si l'on prend suivant le Corol. 8. du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 393. & 394. les airs hyperboliques *CAHV*, à commencer en *A* jusqu'en *K*, pour les tems écoulez depuis le commencement du mouvement; ce Corol. 8. donnera les *HK* correspondantes depuis leur origine *K* vers *A*, pour les vitesses instantanées qui à la fin de ces tems, & malgré les résistances supposées, resteroient de l'horizontale primitive *AK* résultante de celle *AF* de projection. Et en prenant de même suivant le Corol. 20. du Probl. 3. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 150. les aires hyperboliques φ*ZMR*, à commencer en *Z* jusqu'en *Y*, pour les tems écoulez depuis le commencement du même mouvement; le Corol. 19. de ce Probl. 3. pag. 149. & 150. donnera pareillement les *YM* correspondantes depuis leur origine *Y*, pour les vitesses qui à la fin de ces tems, malgré la pesanteur du mobile & les résistances du milieu supposées en raison des vitesses de ce corps jetté suivant *AF*, resteroient de sa vitesse verticale *YZ* ou (*art.* 2.) *KF* de bas en haut, résultante aussi de celle *AF* de projection.

IV. Cela étant ainsi reconnu, soit appellé t le premier de ces tems à la fin duquel restent les vitesses horizontales *HK*; & θ le second à la fin duquel restent de même les vitesses verticales *YM* de bas en haut. Soient aussi appellées, comme dans la precédente Solut. 3. *KY*, a; *YZ* ou *KF*, c; *AK*, e; *KH*, u; *YM*, v; *HV*, s; *MR*, r; & *YN*, m.

V. Suivant ces noms l'hyperbole *CBS* étant (*art.* 1.) la même que φNS, l'on aura ici $HV(s).\ YN(m)::KY(a).\ HK(u)=\frac{am}{s}$. Et $MR(r).YN(m)::KY.(a).KM(a+v)=\frac{am}{r}$. D'où résulte $v=\frac{am}{r}-a=\frac{am-ar}{r}$. Donc,

1°. Le Probl. 1. des Mem. de 1707. p. 391. donnant ici $\frac{dt}{a}=\frac{-du}{n}$, l'on y aura $\frac{dt}{a}=\frac{-sdu}{am}$, ou $dt=\frac{-sdu}{m}$, & $udt=-adu$; dont les intégrales sont $t=-\int\frac{sdu}{m}+q=-\frac{SVHKS}{YN}+q$, & $\int udt=-au+q=-YK\times HK+q$. Mais le cas de $t=o$, rendant $\int udt=o$, $HK=AK$, & par conséquent $SVHKS=SCAKS$, réduit ces intégrales à $o=-\frac{SCAKS}{YN}+q$, $o=-YK\times AK+q$; d'où résulte $q=\frac{SCAKS}{YN}$ dans la premiere, & $q=YK\times AK$ dans la seconde. Donc ces intégrales complettes sont $t=\frac{SCAKS-SVHKS}{YN}=\frac{CAHV}{YN}$, & $\int udt=YK\times AK-YK\times HK=AH\times YK$.

2°. Le Probl, 3. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 136. donnant ici $\frac{d\theta}{a}=\frac{-dv}{a+v}$, l'on aura $\frac{d\theta}{a}=\frac{-rdv}{am}$, ou $d\theta=-\frac{rdv}{m}$, & $vd\theta=\frac{-amdv+ardv}{m}$; dont les intégrales sont $\theta=-\int\frac{rdv}{m}+q=-\frac{SRMKS}{YN}+q$, & $\int vd\theta=-\frac{a}{m}\times mv+\frac{a}{m}\times\int rdv+q=-\frac{a}{m}\times YN\times YM+\frac{a}{m}\times SRMKS+q$. Mais le cas de $\theta=o$, rendant $\int vd\theta=o$, $YM=YZ$, & conséquemment $SRMKS=S\varphi ZKS$, réduit ces intégrales à $o=-\frac{S\varphi ZKS}{YN}+q$, $o=-\frac{a}{m}\times YN\times YZ+\frac{a}{m}\times S\varphi ZKS+q$; d'où résulte $q=\frac{S\varphi ZKS}{YN}$ pour la premiere, & $q=$

$= \frac{a}{m} \times YN \times YZ - \frac{a}{m} \times S\varphi ZKS$ pour la seconde. Donc ces intégrales complettes sont $\theta = \frac{S\varphi ZKS - SRMKS}{YN} = \frac{\varphi ZMR}{YN}$, $\int v\,d\theta = \frac{a}{m} \times YN \times YZ - \frac{a}{m} \times S\varphi ZKS - \frac{a}{m} \times YN \times YM +$ $+ \frac{a}{m} \times SRMKS = \frac{a}{m} \times \mathcal{Q}ZME - \frac{a}{m} \times \varphi ZMR = \frac{a}{m}\, \mathcal{Q}\varphi RE$ $= \frac{YK \times \mathcal{Q}\varphi RE}{YN}$.

3°. Donc (*nomb.* 1. & 2.) $t.\ \theta :: \frac{CAHV}{YN} . \frac{\varphi ZMR}{YN} :: CAHV$ φZMR. Et $\int udt . \int v d\theta :: AH \times YK . \frac{YK \times \mathcal{Q}\varphi RE}{YN} :: AH . \frac{\mathcal{Q}\varphi RE}{YN}$.

VI. Or suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. les espaces ici parcourus pendant les tems t, θ, ou (*art.* 5. *nomb.* 3.) $CAHV$, φZMR, sont entr'eux comme les sommes $\int udt$, $\int ud\theta$, des vitesses u (HK), v (YM), en vertu desquelles ils ont été parcourus. Donc les espaces ici parcourus pendant ces tems, sont aussi (*art.* 5. *nomb.* 3.) entr'eux $:: AH . \frac{\mathcal{Q}\varphi RE}{YN}$.

VII. Mais CBS, φNS, n'étant ici (*art.* 1. qu'une même hyperbole repetée aux deux côtés de son asymptote KS.

1°. La supposition qu'on y fait par tout (*art.* 2.) de $KM . KH :: KZ . KA :: YK . XK :: Km . Kh$. doit rendre les aires $Z\varphi RM = ACVH$, $Z\varphi NY = ACBX$. $Z\varphi rm = ACuh$ correspondantes; & par conséquent $NYmr = BXhu$.

2°. Elle doit aussi rendre $MZ . HA :: KZ . AK :: YK . XK :: BX . NY :: AP . Z\mathcal{Q}$. Et $YZ . AX :: ZK . AK :: AP . Z\mathcal{Q}$. Et pareillement $m.Z\,hA :: ZK . AK :: AP . Z\mathcal{Q}$. D'où résulte $MZ \times Z\mathcal{Q} = HA \times AP$, $YZ \times Z\mathcal{Q} = AX \times AP$, $mZ \times Z\mathcal{Q} = hA \times AP$; ou $Z\mathcal{Q}EM = AP\Pi H$, $Z\mathcal{Q}NY = APBZ$, $Z\mathcal{Q}em = APph$; & conséquemment aussi $YNem = XBph$.

3°. En retranchant de ces parallelogrammes du nomb. 2. les aires hyperboliques correspondantes du nomb. 1.

depuis Z jusqu'à Y, & depuis A jusqu'à X; l'on aura pareillement ici les aires hyperboliques $\mathcal{Q}\varphi RE = PCV\Pi$, $\mathcal{Q}\varphi N = PCB$. Et en retranchant au contraire des aires hyperboliques du nomb. 1. les parallelogrammes correspondans du nomb. 2. depuis Y & X jusqu'en K; l'on aura de même les aires hyperboliques $Ner = Bpu$, &c.

VIII. Donc (*art.* 7. *nomb.* 3.) $\frac{\mathcal{Q}\varphi RE}{YN} = \frac{PCV\Pi}{YN}$, & par conséquent (*art.* 6.) les espaces ici parcourus pendant les tems $ACVH$ (t) $Z\varphi RM$ (θ), seront non seulement entr'eux :: $AH. \frac{PCV\Pi}{YN}$ (*art.* 1.) :: $AH. HL.$ mais encore parcourus en tems égaux ou pendant le même $ACVH$ (t), puisque (*art.* 7. *nomb.* 1.) $ACVH = Z\varphi RM$.

IX. Ces espaces parcourus pendant un même tems quelconque $ACVH$ en vertu des vitesses restantes de l'horizontale AK, & de la verticale KF de bas en haut à chaque instant de ce tems, étant ici entr'eux (*art.* 8.) :: $AH. HL.$ Il est visible que si l'on prend, par exemple, AH pour l'horizontal parcouru pendant ce tems, l'on aura aussi HL pour le parcouru de bas en haut pendant le même tems. Par conséquent le mobile ici jetté de A vers F suivant AF, doit se trouver en L à la fin de ce tems $ACVH$ par le concours des vitesses restantes de l'horizontale AK & de la verticale KF; résultantes de celle AF de projection, malgré les résistances supposées; & par tout de même en prenant toûjours $HL = \frac{PCV\Pi}{YN}$ depuis A jusqu'en X où l'on aura $X\lambda \frac{PCB}{YN}$. Donc l'arc $AL\lambda$ qui passera par tous les points L ainsi trouvés, sera celui que ce corps décrira malgré sa pesanteur & les résistances du milieu supposé, pendant le tems $CAXB$. Et sa vitesse (YM) d'ascension se trouvant nulle ou zero à la fin de ce tems égal (*art.* 7. *nomb.* 1.) à φZYN, le point λ sera le plus haut où ce corps puisse ici monter au-dessus de l'horizontale AK, & duquel il doit retomber aussi-tôt en vertu de sa pesanteur, par le concours de laquelle &

du reste (*art.* 3.) XK ou $\lambda\Delta$ (en faisant $\lambda\Delta$ parallele à AK, & qui rencontre KS, hu, en Δ, ω) de sa vitesse horizontale AK, il décrira le reste $\lambda\lambda O$ de la Courbe requise de projection.

X. Pour le voir soit présentement Ym la vitesse acquise de ce corps en vertu de sa pesanteur malgré les résistances du milieu supposé, en tombant de λ pendant un tems quelconque appellé τ. Si l'on appelle encore hu, s; mr, r; hK, u; Ym, v; & le reste comme ci-dessus, art. 4. l'hyperbole φNS donnera encore ici mr (r). YN (m) :: YK (a). $mK(a-v) = \frac{am}{r}$. D'où résulte $v = a - \frac{am}{r} = \frac{ar-am}{r}$.

1°. Donc le Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 119. donnant ici $\frac{d\tau}{a} = \frac{dv}{a-v}$, l'on y aura $\frac{d\tau}{a} = \frac{rdv}{am}$, ou $d\tau = \frac{rdv}{m}$, & $vd\tau = \frac{ardv - amdv}{m}$; desquelles équations les intégrales sont $\tau = \int \frac{rdv}{m} = \frac{NYmr}{YN}$, & $\int vd\tau = \frac{a}{m} \times \int rdv - \frac{a}{m} \times mv = \frac{a}{m} \times NYmr - \frac{a}{m} \times NYme = \frac{a}{m} \times Ner = \frac{YK \times Ner}{YN}$.

2°. Donc aussi (*art.* 5. *nomb.* 1.) t. τ :: $\frac{CAHV}{YN}$. $\frac{NYmr}{YN}$ :: $CAHV$. $NYmr$. Et $\int udt$. $\int vd\tau$ :: $AH \times YK$. $\frac{YK \times Ner}{YN}$ :: AH. $\frac{Ner}{YN}$.

XI. Mais (*art.* 7. *nomb.* 3.) $Ner = Bpu$, d'où résulte $\frac{Ner}{YN} = \frac{Bpu}{YN}$. Donc (*art.* 10. *nomb.* 2. $\int udt$. $\int vd\tau$ :: AH. $\frac{Bpu}{YN}$ (en prenant $\omega\lambda = \frac{Bpu}{YN}$) :: AH. $\omega\lambda$. c'est-à-dire, suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. que les espaces parcourus en vertu des vitesses u (HK), v (Ym), pendant les tems t, τ, ou (*art.* 10. *nomb.* 2.) $CAHV$, $NYmr$, seront ici entr'eux :: AH. $\omega\lambda$. Donc aussi en prenant AH pour l'espace horizontal parcouru pendant le tems t ou $CAHV$ en vertu des vitesses HK

(u) qui malgré les résistances du milieu supposé resteroient alors de la vitesse horizontale AK résultante de celle AF de projection ; l'on aura pareillement $\omega\lambda$ pour l'espace vertical parcouru de haut en bas, en tombant (*art.* 9.) du point A pendant le tems τ ou $NYmr$ malgré ces résistances en vertu de la pesanteur du mobile.

XII. Or en prenant ainsi AH pour l'espace horizontal parcouru pendant le tems $CAHV$, on trouvera pareillement AX pour l'horizontal parcouru pendant le tems $CAXB$, & Ah pour l'horizontal aussi parcouru pendant le tems $CAhu$; & par conséquent Xh ou $\text{A}\omega$ pour l'horizontal parcouru pendant le tems $BXhu$. Donc (*art.* 11.) $BXhu$, $NYmr$, sont les tems pendant lesquels les espaces $\text{A}\omega$ $\omega\lambda$, seroient ici parcourus ; & par conséquent (*art.* 7, *nomb.* 1.) ces espaces seroient ici parcourus en tems égaux, ou pendant le même $BXhu$. Donc aussi le mobile se trouvera en λ à la fin de ce tems.

XIII. Mais puisque (*art.* 11.) $\omega\lambda = \frac{Bpu}{YN}$, & (*art.* 9.) $X\text{A}$ ou $h\omega = \frac{CBP}{YN}$, l'on aura $h\lambda$ ($h\omega - \omega\lambda$) $= \frac{CBP - Bpu}{YN}$. Donc en prenant encore ici $h\lambda = \frac{CBP - Bpu}{YN}$, le mobile (*art.* 12.) s'y trouvera en λ à la fin du tems $BXhu$; & ainsi de tous les autres points à l'infini où ce corps se doit trouver depuis $\text{A}X$ jusqu'en ΔO pendant le tems infini $SBXKS$: De sorte que l'arc $\Delta\text{A}O$, qui passera par tous les points λ ainsi trouvés depuis BX jusqu'en SO, sera encore celui que ce corps doit ici décrire pendant ce reste infini de tems.

XIV. Donc (*art.* 9.) en prenant par tout depuis A jusqu'en X, les $HL = \frac{PGV\Pi}{YN}$ correspondantes ; $X\text{A} = \frac{CBP}{YN}$ en X ; & (*art.* 13.) depuis X jusqu'en K, les $h\lambda = \frac{CBP - Bpu}{YN}$ pareillement correspondantes ; la ligne $AL\text{A}\lambda O$, qui passera par tous les points L, A, λ, &c. ainsi trouvés, sera la Courbe requise de projection. *Ce qu'il falloit démontrer.*

II. CAS.

Des projections obliques de bas en haut.

XV. Soit encore ici le mouvement de projection oblique *AF* de *A* vers *F* suivant *AF*, consideré comme composé d'un horizontal *AK*, & d'un vertical *KF* présentement de haut en bas, & qui conséquemment soit négatif par rapport au précédent qui étoit de bas en haut : de sorte que si l'on prend encore ici (sur l'horizontale *AK* prolongée vers *K*) *KY* à *KF* comme la vitesse terminale du corps jetté est à la verticale *KF* résultante de celle *AF* de projection, & *YZ* = *KF*; cette *YZ* devenuë ainsi négative de positive qu'elle étoit dans le premier cas, doit être ici à gauche du point *Y* avec l'arc hyperbolique *φRS*, au lieu qu'ils y étoient (*art.* 1. *fig.* 10.) à droite. FIG. XI. XII.

Cela posé, soit encore l'autre arc *CVS* de la même hyperbole équilatere entre les asymptotes *AK*, *KS*, comme le premier *φRS* est entre les mêmes asymptotes dans la Fig. 12. d'une vitesse verticale *KF* plus grande que la terminale *KY*, & entre les asymptotes *YK*, *KS*, dans la Fig. 11. d'une vitesse verticale moindre que la terminale; après avoir mené les droites *AC*, & *VG* quelconque perpendiculairement à *AK*, lesquelles rencontrent l'arc *CVS* en *C*, *V*, & les droites *AK*, *AF*, en *H*, *G*; soit prise (sur *KY*) *KM*.*KZ* :: *KH*.*KA*. Soient ensuite les ordonnées *Zφ*, *MR*, paralleles aussi à *KS*, & qui rencontrent l'arc *φRS* en *φ*, *R*. Soient de plus par les points *C*, *φ*, les droites *Cπ*, *φP*, paralleles à *AY*: la premiere *Cπ* rencontrant *HV*, *KS*, en *U*, *π*; & la seconde *φP* rencontrant de même *MR*, *KS*, en *E*, *P*. Soit enfin l'arc *NS* de la même hyperbole que les précédens entre les asymptotes *YK*, *KS*, lequel soit rencontré en *N* par *YN* parallele à *KS*.

Cela fait, je dis que si sur *HG* prolongée du côté de *G*, on prend par tout $HL = \frac{CVV}{YN} + HG$, la ligne *ALO* qui passera par tous les points *L* ainsi trouvés, sera la Courbe que le corps ici jetté de *A* vers *F* obliquement de haut

en bas ſuivant *AF*, y doit décrire malgré les réſiſtances du milieu ſuppoſé.

DEMONSTRATION.

XVI. Si l'on prend encore ici (comme dans l'art. 4.) t pour les tems écoulés depuis le commencement du mouvement horizontal réſultant de celui de projection ; & (comme dans l'art. 3.) les *HK*, appellées u, depuis leur origine *K* juſqu'en *A*, pour les viteſſes inſtantanées qui à la fin de ce tems & malgré les réſiſtances du milieu ſuppoſé, reſteroient de l'horizontale primitive *AK* réſultante de l'oblique *AF* de projection : l'on aura encore ici, comme dans le nomb. 1. de l'art. 5. $t = \frac{CAHV}{YN}$, & $\int udt = KY \times AH$.

XVII. En prenant de même ici θ pour les tems écoulés depuis le commencement du mouvement vertical de haut en bas, réſultant de celui de projection & de la peſanteur du mobile, dont les viteſſes faites des reſtantes de ce mouvement vertical ; & des acquiſes par la peſanteur à la fin de ce tems & malgré les réſiſtances du milieu ſuppoſé, ſoient (ſuivant le Corol. 11. pag. 133. & 134. du Mem. du 7. Mars dernier) *YM* appellées v, depuis leur origine *Y* juſqu'entre *K*. *Z*. Soient encore appellées ici (comme dans l'art. 4.) *KY*, a ; *YZ* ou (*art.* 15.) *KF*, c ; *MR*, r ; *YN*, m ; l'hyperbole φRS donnera $MR\,(r)\;YN\,(m) :: KY\,(a).\;KM\,(\pm a \mp v)$. D'où réſulte $a - v = \pm\frac{am}{r}$, & $v = a \pm \frac{am}{r} = \frac{ar \mp am}{r}$. Donc le Probl. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 128. donnant ici $\frac{d\theta}{a} = \frac{dv}{a-v}$, l'on y aura.

1°. $\frac{d\theta}{a} = \pm\frac{rdv}{am}$, ou $d\theta = \pm\frac{rdv}{m}$, dont l'intégrale eſt $\theta = \int \pm\frac{rdv}{m} = \frac{Z\varphi RM}{m} = \frac{Z\varphi RM}{YN}$, comme dans le nomb. 1. du Corol. 11. pag. 134. du Mem. du 7. Mars dernier, en d'autres lettres deſquelles m y ſignifie la même choſe qu'ici. Les ſignes ſuperieurs ſont ici pour la Fig. 11. & les inférieurs pour la Fig. 12.

2°.

2°. $v d\theta = \pm \frac{ardv - amdv}{m}$, dont l'intégrale est $\int v d\theta = \pm \frac{a}{m} \times \int r dv - \frac{a}{m} \times mv + q = \frac{a}{m} \times Z\varphi RM - \frac{a}{m} \times YN \times YM + q$. Mais le cas de $\int v d\theta = 0$, rendant aussi $Z\varphi RM = 0$, & $YM = YZ$, réduit cette intégrale à $0 = -\frac{a}{m} \times YN \times YZ + q$, d'où résulte $q = \frac{a}{m} \times YN \times YZ$. Donc cette intégrale complette sera $\int v d\theta = \frac{a}{m} \times Z\varphi RM - \frac{a}{m} \times YN \times YM + \frac{a}{m} \times YN \times YZ = \frac{a}{m} \times Z\varphi RM \mp \frac{a}{m} \times YN \times ZM$ (soit ND parallele à YK, & qui rencontre OS, RM, φZ, en D, B, $\mathcal{Q}$) $= \frac{a}{m} \times Z\varphi RM \mp \frac{a}{m} \times Z\mathcal{Q} \times ZM = \frac{a}{m} \times \varphi \mathcal{Q} BR = \frac{a}{m} \times \varphi ER + \frac{a}{m} \times \varphi \mathcal{Q} \times MZ = \frac{KY \varphi ER}{YN} + \frac{KY \times \varphi \mathcal{Q} \times MZ}{YN}$, comme dans le nomb. 2. du Corol. 11. pag. 134. où l'on a négligé les doubles signes $\pm$, $\mp$, emploïés ci-dessus, la considération de ce qu'un des deux cas de ce Corol. 11. a de négatif par rapport à l'autre, produisant le même effet.

3°. Mais les arcs NS, φRS, (*art.* 15.) d'une même hyperbole, donnant $KY. KZ :: Z\varphi. YN$. donne aussi $KY. YZ :: Z\varphi. \varphi\mathcal{Q}$, ou $KY \times \varphi\mathcal{Q} = YZ \times Z\varphi$. Donc (*nomb.* 2.) $\int v d\theta = \frac{KY}{YN} \times \varphi ER - \frac{YZ}{YN} \times Z\varphi \times MZ$.

4°. Or la construction (*art.* 15.) donnant $KA. KH :: KZ. KM$. donne aussi (en convertissant) $KA. AH :: KZ. ZM = \frac{AH \times KZ}{KA}$. D'où résulte $Z\varphi \times MZ = \frac{Z\varphi \times AH \times KZ}{KA}$ (à cause de $Z\varphi \times KZ = KY \times YN$) $= \frac{AH \times KY \times YN}{KA}$. Donc (*nomb.* 3.) $\int v d\theta = \frac{KY \times \varphi ER}{YN} + \frac{YZ \times AH \times KY}{AK}$ (l'art. 15. donnant $YZ = KF$) $= \frac{KY \times \varphi ER}{YN} + \frac{KY \times KF \times AH}{AK}$ (à cause de $AK. KF :: AH. HG = \frac{KF \times AH}{AK}$) $= \frac{KY \times \varphi ER}{YN} + KY \times HG$.

5°. De plus, puiſque la conſtruction (*art.* 15.) donne $KA. KH :: KZ. KM$. Et que delà il réſulte (*nomb.* 4.) $AH. ZM :: AK. KZ :: Z\varphi. AC$. la premiere de ces deux Analogies donnera $CAVH = \varphi ZMR$, & la ſeconde $AH \times AC = ZM \times Z\varphi$: d'où réſulte auſſi $CUV = \varphi ER$. Donc (*nomb* 4. $\int vd\theta = \frac{KY \times CVV}{YN} + KY \times HG$.

XVIII. Donc enfin (*art.* 16. & *art.* 17. *nomb.* 1. & 5.) l'on aura ici $t. \theta :: \frac{CAHV}{YN}. \frac{Z\varphi RM}{YN} :: CAHV. Z\varphi RM$. Et $\int udt. \int vd\theta :: KY \times AH. \frac{KY \times CVV}{YN} + KY \times HG :: AH. \frac{CVV}{YN} + HG$ (*art.* 15.) :: $AH. HL$.

XIX. Mais ſuivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. les eſpaces ici parcourus pendant les tems t, θ, ou (*art.* 18.) $CAHV$, $Z\varphi RM$, qui (*art.* 17. *nomb.* 5.) ſont égaux, ou le même, ſont entr'eux comme les ſommes $\int udt$, $\int vd\theta$, des viteſſes u (HK), v (YM), en vertu deſquelles ils ont été parcourus. Donc les eſpaces ici parcourus en vertus de ces ſommes de viteſſes pendant le même tems $CAHV$, ſont auſſi entr'eux (*art.* 18.) :: $AH. HL$.

XX. Par conſéquent en prenant AH pour l'eſpace horizontal ici parcouru pendant ce tems $CAHV$ en vertu de la ſomme $\int udt$ des viteſſes horizontales u (HK), l'on aura pareillement ici HL pour le vertical parcouru de haut en bas pendant le même tems en vertu de la ſomme des viteſſes verticales v (YM). Par conſéquent auſſi le corps jetté ici obliquement de haut en bas de A vers F ſuivant AF, doit ſe trouver en L à la fin de ce tems $CAHV$ malgré les réſiſtances du milieu ſuppoſé, par le concours des viteſſes reſtantes de l'horizontale AK réſultante de celle AF de projection, & des viteſſes verticales de haut en bas, faites des acquiſes par la peſanteur de ce mobile, & des reſtantes de la verticale KF réſultante auſſi de celle AF de projection; & par tout de même en y prenant toutes les $HL = \frac{CVV}{YN} + HG$ correſpondantes depuis A juſqu'en K. Donc la ligne ALO, qui paſſera par tout les points L ainſi

trouvés, sera encore ici la Courbe requise de projection : c'est-à-dire, la Courbe que le corps ici jetté obliquement de haut en bas y doit décrire malgré les résistances du milieu supposé. *Ce qu'il falloit encore démontrer.*

COROLLAIRE XXV.

Puisque suivant cette démonstration (*art.* 15. & 20.) du second cas de la Solut. 4. la Courbe ALO que décriroit un corps jetté obliquement de haut en bas, de A vers F suivant AF dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps, doit passer par toutes les extremitez L des verticales $HL = \frac{CVV}{YN} + HG$; il est manifeste qu'elle passera aussi par les extremitez de toutes les $GL = \frac{CVV}{YN}$: c'est-à-dire, que cette Courbe passera aussi toujours par tous les points L trouvez en prenant par tout les verticales $GL = \frac{CVV}{YN}$ correspondantes depuis A jusqu'en F. FIG. XI. XII.

COROLLAIRE XXVI.

La même chose suit aussi de la démonstration du premier cas de la même Solut. 4. en tirant $C\pi$ parallele à AK, & qui rencontre HV, XB, hu, KS, en U, β, v, π, dans la Fig. 10. Car, en ne citant que les art. de cette Solut. 4. sans la nommer, pour abreger les citations. FIG. X.

1. Puisque (*art.* 1. & 14.) $HL = \frac{PCV\Pi}{YN} = \frac{PAh\Pi - ACVH}{YN}$, & que $AK. KF :: AH. HG = \frac{KF \times AH}{AK}$; l'on aura GL $(HG - HL) = \frac{KF \times AH}{AK} - \frac{PAH\Pi + ACVH}{YN}$. Mais l'art. 2. donnant $AX. XK :: ZY. YK$. ou (en composant) $AK. XK :: ZK. YK$. Et l'hyperbole CBS donnant aussi $AK. XK :: BX. AC$. l'on aura ici $BX. AC :: ZK. YK$. ou (en divisant) $B\beta. AC :: ZY. YK$. De sorte que les arcs CBS, φNS, d'une même (*art.* 1.) l'hyperbole, donnant $AC. YN :: KY. AK$. l'on aura pareillement ici (en raison ordonnée) $B\beta, YN :: ZY. AK$ (*art.* 2.) :: KF.

AK. ou $\frac{B\beta}{YN} = \frac{KF}{AK}$. Donc $GL = \frac{B\beta \times AH}{YN} - \frac{PAE\Pi + ACVH}{YN} = \frac{PCV\Pi - PAH\Pi + ACVH}{YN} = - \frac{ACVH + ACVH}{YN} = \frac{CVV}{YN}$.

2°. Puisque aussi (*art*, 1. & 14.) $h\lambda = \frac{CBP - Bpu}{YN}$, & que $AK. KF :: Ah. hg = \frac{KF \times AH}{AK}$. l'on aura ici $g\lambda$ ($hg - h\lambda$) $= \frac{KF \times Ah}{AK} - \frac{CBP + Bpv}{YN}$ (le nomb. 1. donnant $\frac{B\beta}{YN} = \frac{KF}{AK}$) $= \frac{B\beta \times Ah}{YN} - \frac{CBP - Bpu}{YN} = \frac{PCvp - CBP + Bpu}{YN} = \frac{Cvu}{YN}$.

3°. Donc (*nomb*. 1. & 2.) les points *L*, λ, &c. seront ici les mêmes, soit qu'on prenne $HL = \frac{PCV\Pi}{YN}$ depuis *A* jusqu'en *X*, & $h\lambda = \frac{CBP - Bpu}{YN}$ depuis *X* jusqu'en *K*, ou qu'on prenne par tout $GL = \frac{CVV}{YN}$, $g\lambda = \frac{Cvu}{YN}$, &c. depuis *A* jusqu'en *F*. Or on a vû (*art*. 14.) que la ligne *ALO*, qui passera par tous les points *L* λ, &c. trouvés de la premiere de ces deux manieres, sera la Courbe de projection que décriroit le corps ici jetté obliquement de bas en haut de *A* vers *F* suivant *AF*, dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps. Donc la ligne qui passera par tous les points *L*, λ, &c. trouvés de la seconde maniere, sera aussi la même Courbe *ALO* que ce corps ainsi jetté décriroit malgré les résistances de ce milieu.

COROLLAIRE XXVII.

Ces deux derniers Corol. 25. & 26. font voir que suivant quelque direction oblique *AF* qu'un corps soit jetté de *A* vers *F*, dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps; si l'on prend de tous les points *G* de *AF* depuis *A* jusqu'en *F*, des verticales $GL = \frac{CVV}{YN}$ correspondantes, la ligne *ALO* qui passera par tous les points *L* ainsi trouvés à l'infini, sera la Courbe que ce même corps devroit alors décrire malgré les résistances de ce milieu

ainsi que nous l'avons déja démontré dans notre Solut. 2. pag. 265. &c. du Mem. du 18. Juillet dernier, sans décomposer (comme ici) le mouvement de projection.

Tous les Corollaires des trois autres Solutions se déduiront pareillement de cette quatriéme-ci.

SCHOLIE.

M. Newton dans ses Princ. Math. Liv. 2. Sect. 1. Prop. 4. pag. 241. après avoir pris une grandeur $N. B\beta :: AK. KF.$ a aussi démontré que si l'on prend par tout ici les verticales $GL = \frac{CVV}{N}$ correspondantes, la ligne ALO qui passera par tous les points L ainsi trouvés, sera la Courbe de projection que décriroit un corps jetté de A vers F suivant AF dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps. Mais le Corol. 26. nomb. 1. donnant aussi $YN. B\beta :: AK. KF.$ Et faisant voir par-là que $YN = N$, & conséquemment aussi que $\frac{CVV}{YN} = \frac{CVV}{N}$, fait pareillement voir (*nomb.* 3.) que la Courbe de projection de notre Solut. 4. & celle de M. Newton, sont précisément la même. Ce qui nous dispense de faire voir l'identité de la premiere avec celle dont M. Hughens a donné la construction à la fin de son *Discours de la cause de la pesanteur*, pag. 171. & avec celle de nos trois autres Solutions, dont les deux premieres sont dans le Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 251. 254. & la troisiéme au commencement de celui-ci, pag. 424. y ayant déja démontré (pag. 436.) & dans le Mem. du 22. Août dernier, pag. 303. &c. que la Courbe de projection trouvée dans ces trois premieres Solutions, & par M. Hughens, est la même que celle de M. Newton, qu'on voit pareillement ici être la même que celle de la derniere Solut. 4. Ainsi nous voilà d'accord en tout ceci avec ces deux grands Geometres, dont les manieres de trouver cette Courbe, si differentes entr'elles & des nôtres, auroient peut-être fait apprehender quelque diversité (pour ne pas dire pis) entre la leur & la nôtre. Fig. X.

REMARQUE.

Voici présentement comment la parabole trouvée dans le Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 270. &c. pour celle que le corps jetté ci-devant dans un milieu résistant en raison des vitesses ausquelles il s'oppose, auroit décrite si ce milieu eût été sans résistance, est aussi précisément la même que celle que M. Newton lui a assignée dans ses Princ. Math. pag. 243. Pour le démontrer il suffit de faire voir que le parametre en A de la nôtre est le même que celui de la sienne en ce même point : voici comment.

Ce parametre en A s'est trouvé $= \frac{2AF \times AF}{FS} = \frac{2AF \times AF}{BF}$ dans le Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 271. & 273. dans lequel FS, BF, étoient chacune en même raison qu'est ici KY à la même AF, ou à la même AK, ou enfin à la même KF; & conséquement chacune égale à KY: d'où l'on voit que ce même parametre doit être pareillement ici $= \frac{2AF \times AF}{KY}$. M. Newton, lui, a trouvé $\frac{2AF \times AF \times AX}{XK \times KF}$ pour ce parametre en A. Il ne s'agit donc ici que de faire voir que $\frac{2AF \times AF}{KY} = \frac{2AF \times AF \times AX}{XK \times KF}$.

Pour cela il n'y a qu'à considérer que (*Solut.* 4. *art.* 2. $AX.\ XK :: ZY.\ YK :: KF.\ KY = \frac{XK \times KF}{AX}$. Puisqu'en substituant cette valeur de KY en sa place dans $\frac{2AF \times AF}{KY}$, l'on aura effectivement $\frac{2AF \times AF}{KY} = \frac{2AF \times AF \times AX}{XK \times KF}$: c'est-à-dire, le parametre en A de notre parobole, égal à celui que M. Newton y assigne à la sienne. Donc sa Parabole & la nôtre sont précisément la même. *Ce qu'il falloit encore démontrer.*

Au reste, si l'on compare les deux premieres Solutions du Mem. du 18. *juillet dernier, pag.* 250. *&c. déduites du mouvement de projection consideré comme simple, avec ces deux dernieres-ci déduites de ce même mouvement consideré comme composé d'un horizontal & d'un vertical, on verra*

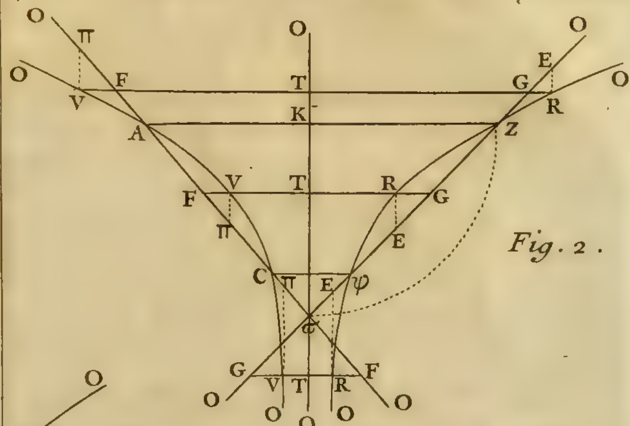


Fig. 2.

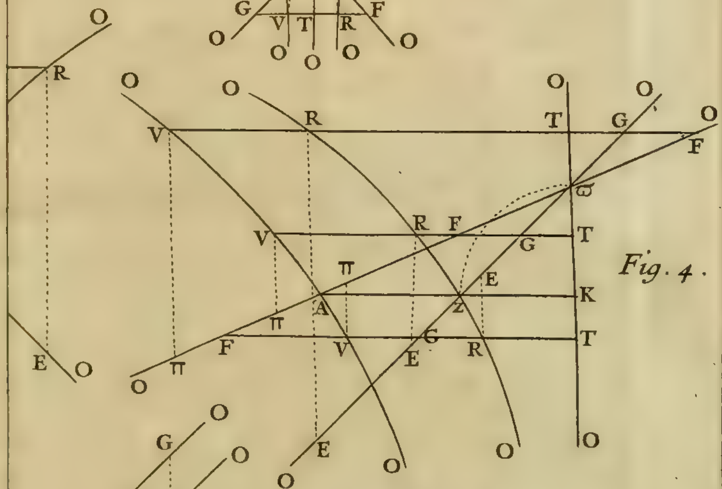


Fig. 4.

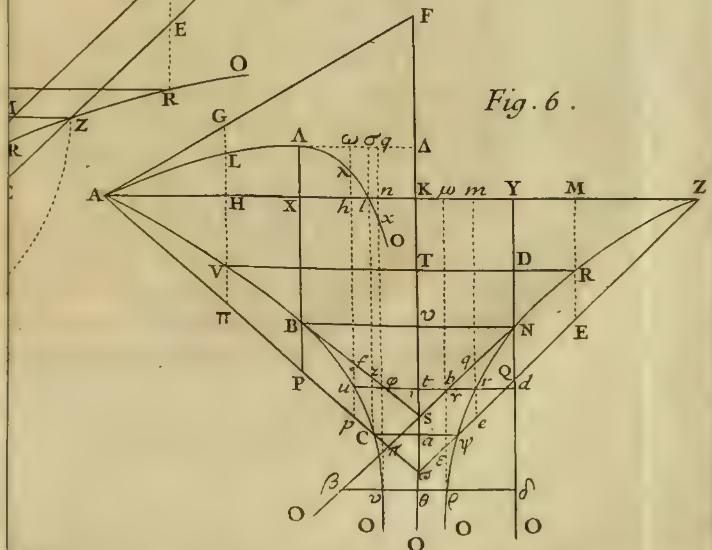
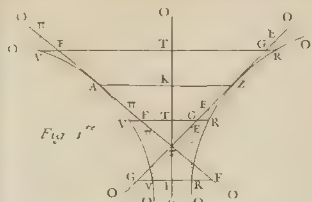
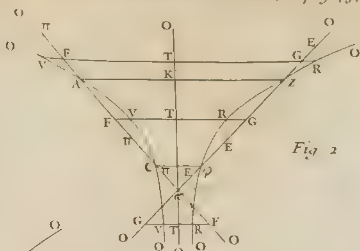
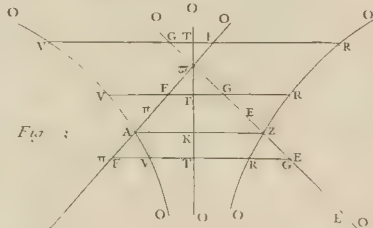
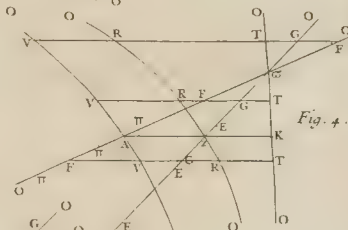


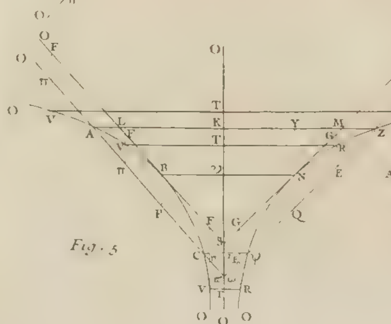
Fig. 6.

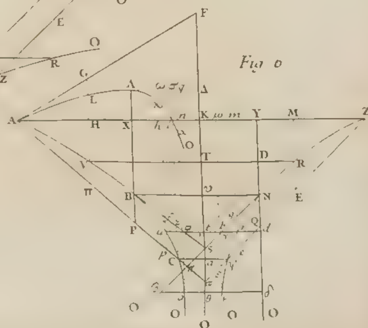




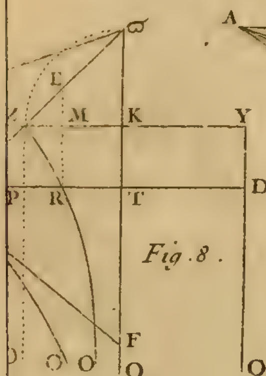








Bar. sculp



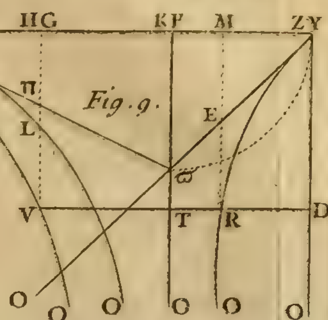


Fig. 12.

Gravé par Bucy

Fig 7

Fig 8

Fig 9

Fig 10

Fig 11

Fig 12

sans peine que ces sortes de Solutions se déduisent beaucoup plus simplement de la premiere de ces deux considérations que de la seconde : aussi ne les vient-on de déduire de celle-ci, emploïé par M. Newton & par M. Hughens, que pour faire voir comment on les en peut tirer aussi par notre Methode ; & on ne les vient de partager, chacune en deux cas, que pour le soulagement de ceux à qui la démonstration du premier n'auroit peut-être pas paru satisfaire au second, quand même on l'auroit poussée jusqu'à l'accord de Solution qu'on voit entr'eux dans le Corol. 27. le mouvement d'ascension que cette décomposition de mouvement oblige de considérer dans le premier, ne se trouvant pas dans le second, non-plus que dans les deux premires Solutions qui pour cette raison les comprennent chacune tous deux en un seul, dans lequel le mouvement de chûte n'est même à considérer que de la part de la pesanteur du mobile, au lieu que dans le second cas même de chacune des deux dernieres Solutions, ce mouvement de chûte doit être consideré & de cette part & de celle du vertical résultant de celui de la projection oblique de haut en bas. Ce peu d'égard qu'il faut avoir dans les deux premieres Solutions, par rapport à ce qu'il en faut avoir dans les deux dernieres, est ce qui rend celles-là beaucoup plus simples que celles-ci, & vient de ce que le mouvement de projection n'est point décomposé là comme ici. L'on auroit cependant épargné ici les deux Lemmes précédens, si au lieu de prendre les expressions des vitesses primitives, égales à celles des tems correspondans dans le Mem. du 7. Mars dernier, pag. 113. &c. emploïé ci-dessus, on les y eût prises en raison constante quelconque.

Voilà jusqu'ici pour les mouvemens faits dans des milieux qui leur résisteroient en raison des vitesses des corps mûs, & pour les Courbes de projection que ces corps y décriroient. On verra dans d'autres Memoires ce qui leur ariveroit dans des milieux qui leur résisteroient en raison des quarrés de leurs vitesses, comme on le suppose d'ordinaire.

REFLEXIONS

Sur les Obſervations faites par le P. Laval à la Sainte Baume & aux montagnes des environs.

PAR M. CASSINI le fils.

1708. 22. Decemb. LE P. Laval a envoïé à M. le Comte de Pontchartrain diverſes Obſervations Aſtronomiques & Geographiques qu'il a faites à la Sainte Baume & ſur les montagnes qui ſont aux environs. Entre ces Obſervations il y en a pluſieurs de la hauteur du Barometre faites à la Sainte Baume & au Saint Pilon, en divers jours & à diverſes heures du jour, qu'il a comparées à celles qui avoient été faites dans le même tems à ſon obſervatoire de Marſeille.

Pour connoître plus aiſément le rapport qu'il y a entre ces Obſervations, il a dreſſé une Table où il marque dans la premiere colomne les jours du mois & les tems auſquels ces Obſervations ont été faites. Dans la ſeconde ſont marquées les hauteurs du mercure à l'Obſervatoire de Marſeille. A la troiſiéme & la quatriéme les hauteurs du mercure correſpondantes obſervées à la Sainte Baume & au Saint Pilon; & à la cinquiéme la hauteur du Thermometre au Saint Pilon.

A ces obſervations il en a ajoûté trois du Barometre, dont une a été faite le 27 Juin au bas du rocher du Saint Pilon, là où il ceſſe d'être à plomb, & où il s'unit avec le talu de la montagne.

La ſeconde le 29 Juin au matin ſur la montagne des Beguignes qui eſt ſituée à l'Orient du Saint Pilon, & la troiſiéme le même jour après midi dans la plaine audeſſous de la Sainte Baume, qu'on appelle le Plan d'Aups.

Pour déterminer la hauteur de ces lieux l'un à l'égard de l'autre, le P. Laval meſura dans la plaine d'Aups une baſe

base de 155 toises, qu'il jugea suffisante pour des hauteurs qui n'étoient pas considerables, & il observa des extremitez de cette base les angles entre le Saint Pilon & la montagne des Beguignes; & ayant observé les angles de la hauteur apparente de ces montagnes, il détermina geometriquement la hauteur de la montagne des Beguignes au-dessus de la plaine d'Aups de 264 toises, & celle du Saint Pilon sur cette même plaine de 181 toises; ce qui donne l'élevation de la montagne des Beguines au-dessus du Saint Pilon de 83 toises.

Pour la hauteur du bas du rocher où il fit le 27 Juin l'experience du Barometre, ce rocher étant à plomb depuis le Saint Pilon jusqu'à cet endroit, il eut la commodité de la mesurer avec un cordeau, & il la trouva de 63 toises.

Comme le P. Laval n'a pas encore déterminé geometriquement la hauteur immediate de ces montagnes sur le niveau de la mer, l'on peut en attendant examiner ce qui résulte des Observations du Barometre faites à l'Observatoire de Marseille, à la Sainte Baume & aux environs, comparées aux diverses élevations qui ont été observées geometriquement.

Pour le faire avec le plus d'exactitude qu'il est possible, nous avons consideré premierement qu'à la hauteur de l'Observatoire de Marseille au-dessus du niveau de la mer qui est de 24 toises, il convient précisément deux lignes & un tiers d'abaissement de mercure, comme on le peut voir dans la Table dressée sur la regle de M. Maraldi inserée dans les Memoires de l'Academie de 1705. pag. 72.

Ayant pris ensuite les differences entre les hauteurs du mercure observées dans le même tems à l'Observatoire de Marseille & au Saint Pilon, qui sont au nombre de 15, & dont la plus petite est de 2P $9^{l}\frac{1}{2}$, & la plus grande de 2P $11^{l}\frac{1}{4}$, nous avons pris la moyenne entre toutes ces differences qui est de 2P $10^{l}\frac{13}{45}$. Nous avons ajoûté à cette difference $2^{l}\frac{1}{3}$ qui conviennent à la hauteur de l'Observatoire de Marseille sur le niveau de la mer, & nous avons trou-

vé 3 pouces 0 ligne & $\frac{28}{45}$ pour l'abaiſſement du vif argent qui convient à la hauteur du Saint Pilon ſur le niveau de la mer.

Suivant la Table citée ci-deſſus à $3^p\ 0^l$ & $\frac{28}{45}$, il convient 481 toiſes pour la hauteur du Saint Pilon au-deſſus du niveau de la mer, tirée des Obſervations du Barometre.

En comparant de même les Obſervations du Barometre faites dans le même temps à l'Obſervatoire de Marſeille & à la Sainte Baume qui ſont au nombre de 16, l'on a pour la plus petite difference $2^p\ 5^l\frac{1}{2}$ d'abaiſſement de mercure, & pour la plus grande $2^p\ 6^l\frac{3}{4}$ En en prenant une moyenne entre toutes les differences, l'on aura $2^p\ 6^l\frac{7}{48}$, qui étant ajoûtées à $21^l\frac{1}{2}$ pour la hauteur de l'Obſervatoire de Marſeille, donne $2^p\ 8^l\frac{23}{48}$ pour la hauteur de la Sainte Baume ſur le niveau de la mer, à laquelle il répond ſuivant la Table $415^t\frac{1}{2}$. Les retranchant de 481 toiſes que l'on vient de trouver pour la hauteur du Saint Pilon au-deſſus du niveau de la mer, l'on aura $65^t\frac{1}{2}$ pour la hauteur du Saint Pilon ſur la Sainte Baume. Cette hauteur, ſuivant le P. Laval, n'eſt que d'environ 53 toiſes; car il meſura avec un cordeau la hauteur perpendiculaire depuis le Saint Pilon juſqu'au bas du rocher dans l'endroit où il s'unit avec le talu de la montagne qu'il trouva de 63 toiſes, & il jugea que la chambre du Logis de la Sainte Baume, où le Barometre étoit en experience, étoit élevé au-deſſus du bas du rocher de 10 toiſes, ce qui s'accorde à l'Obſervation du Barometre faite au bas de ce rocher, où la hauteur du mercure fut trouvée plus grande qu'à la Sainte Baume d'un peu moins de ligne. Mais comme la difference entre la hauteur du Saint Pilon & celle de la Sainte Baume eſt trop petite pour pouvoir établir quelques regles ſur les Obſervations qui y ont été faites, voyons ce qui réſulte des Obſervations faites ſur des hauteurs dont les intervalles ſont plus grands, telles que ſont la plaine d'Aups, & la montagne des Beguines qui eſt élevée ſur cette plaine de 284 toiſes.

Le 29 Juin au matin ſur la montagne des Beguignes, la

hauteur du Barometre fut observée de 24p 1l. Elle fut observée en même tems à Merseille de 27p 4l ; ce qui donne pour la hauteur des Beguignes au-dessus de l'Observatoire de Marseille 3p 3l d'abaissement de vif argent, ausquels si l'on ajoûte 2l $\frac{1}{3}$ pour la hauteur de l'Observatoire au-dessus du niveau de la mer, l'on aura pour la hauteur de la montagne des Beguignes sur le niveau de la mer 3p 5l $\frac{1}{3}$ d'abaissement de vif argent, ausquels il répond dans la Table 559 toises & un pied.

Le même jour au soir sur la plaine d'Aups, la hauteur du mercure fut observée de 25p 6l. Elle fut observée en même tems à l'Observatoire de Marseille de 27p 4l $\frac{1}{4}$: la difference est d'un pouce 10l $\frac{1}{4}$, qui étant ajoûtée à 2l $\frac{1}{3}$ pour la hauteur de l'Observatoire sur le niveau de la mer, donne pour la hauteur de la plaine d'Aups au dessus du niveau de la mer 2p 0l $\frac{7}{12}$, ausquels il répond dans la Table 298t 1p $\frac{1}{2}$. Les retranchant de la hauteur des Beguignes au-dessus du niveau de la mer que l'ont vient de trouver de 559 toises, l'on aura 261 toises pour la hauteur de la montagne des Beguignes au-dessus de la plaine d'Aups, qui résultent des Observations du Barometre, comparées à la Table qui a été dressée sur nos Observations.

Le P. Laval a déterminé, comme nous avons dit ci-dessus, cette hauteur geometriquement de 264 toises plus grande de 3 toises que celle qui résulte de la regle tirée de nos Observations du Barometre ; ce qui est une précision que nous n'avons jamais osé esperer, & qui doit paroître assez grande, si l'on considere qu'une erreur d'un quart ou d'un tiers de ligne dans les Observations de la hauteur du Barometre faites de part & d'autre suffit pour causer cette difference.

Si l'on retranche de même de 481 toises, hauteur du Saint Pilon sur le niveau de la mer déterminée par les Observations du Barometre, la hauteur de la plaine d'Aups sur le niveau de la mer que l'on vient de trouver de 298t 1p $\frac{1}{2}$, l'on aura par l'Observation du Barometre la

hauteur du Saint Pilon au-dessus de la plaine d'Aups de 182 toises 5 pieds, plus grande d'une toise 5 pieds que celle qui résulte des Observations du P. Laval, qui avoit déterminé cette hauteur geometriquement de 181 toises.

Il paroît par ces Observations que suivant la regle établie sur les Observations du Barometre, l'on peut connoître avec assez d'exactitude les differences entre les hauteurs de deux lieux élevez l'un au-dessus de l'autre, pourvû qu'on sçache la hauteur du Barometre observée dans le même tems au niveau de la mer.

Lorsqu'on n'a pas d'Observation faite au niveau de la mer, alors on peut supposer la hauteur moyenne du mercure au niveau de la mer de 28p 0l; mais il ne faut pas s'attendre d'arriver à la même précision.

Reflexions sur la bassesse apparente de l'horizon de la mer.

La hauteur du Saint Pilon au-dessus du niveau de la mer ayant été déterminée par les Observations du Barometre de 481 toises, comme nous l'avons dit ci-dessus, l'on peut voir ce qui résulte des Observations de la bassesses apparente de l'horizon de la mer que le P. Laval a faites sur cette montagne.

Ces Observations sont representées dans une Table où il a marqué l'état de l'air & le vent qu'il faisoit dans le tems de ses Observations, avec la hauteur correspondante du Barometre & du Thermometre.

La plus grande bassesse apparente de l'horizon de la mer fut observée le 25 Juin à 3^h du soir de 57′ 45″. le tems étant à la brume & le vent Nord-Oüest mediocre, & la plus petite fut observée le 26 Juin au matin de 56′ 0″ le Ciel étant assez serein & le vent Sud-Oüest foible. En prenant un milieu entre ces deux Observations qui different l'une de l'autre de 1′ 45″, l'on aura la moyenne bassesse apparente de l'horizon de la mer de 56′ 52″.

Si l'on suppose presentement le demi-diametre de la Terre de 3271600 toises, tel qu'il résulte des Observa-

tions faites dans le Voyage de la Meridienne, l'on trouve qu'à la hauteur du Saint Pilon sur le niveau de la mer qui est de 481 toises, la bassesse veritable de l'horizon de la mer doit être de 58′ 57″ plus grande de 2′ 5″ que la moyenne bassesse apparente qui a été observée au Saint Pilon de 56′ 52″. Cet excès doit être attribué à la refraction qui éleve le rayon visuel apparent au-dessus du veritable d'environ la 28e partie de l'angle de la bassesse apparente moyenne.

Le P. Laval remarque sur ses Observations, *qu'à des hauteurs plus grandes que celles de l'Observatoire de Marseille, il y a encore de la variation dans la refraction, mais que cette variation n'est pas aussi considerable que dans les endroits plus bas. Car dans toutes les Observations que le tems a permis de faire sur le S. Pilon, cette variation n'est montée qu'à une minute 45 secondes, au lieu qu'à l'Observatoire de Marseille elle est montée à 3 minutes 20 secondes.*

Comme le P. Laval a fait un plus grand nombre de ces sortes d'Observations à Marseille qu'au Saint Pilon, il se pourroit faire qu'en observant plus long-tems sur cette montagne, on y trouveroit une plus grande difference, que celle qu'il y a observée pendant son séjour.

Le P. Laval remarque aussi que ses Observations confirment ce qu'il a marqué dans les Memoires qu'il a envoyé à l'Academie, que lorsqu'il y a eu de la brume causée par le vent Nord-Oüest la refraction a été plus grande, & cela plus ou moins selon que le vent a été plus ou moins frais; & qu'au contraire la mer n'a jamais paru moins basse que le 26 Juin au matin, auquel le vent étoit Sud-Oüest foible & l'horizon assez serein. Le soir de ce même jour auquel le vent étoit Sud Oüest foible & la brume grande, la refraction a augmenté d'une minute 30 secondes. Il juge que la pesanteur & la chaleur de l'air ne contribuënt en rien à la refraction, puisque le 25 & le 26 Juin le Barometre & le Thermometre se sont tenus à peu près à la même hauteur, & cependant la variation de la refraction a été très-considerable & aussi grande qu'elle l'ait pû être dans toutes ces Observations.

Outre ces Observations du Barometre, du Thermo-

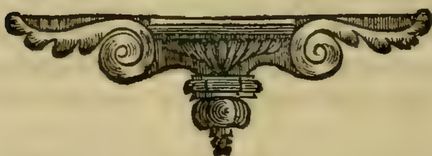
metre, & la basseſſe apparente de l'horizon de la mer, dont j'ai rapporté ici l'extrait, le P. Laval en a fait plusieurs tant Aſtronomiques que Geographiques, pour déterminer la ſituation de la Sainte Baume, du Saint Pilon, & des autres lieux qui ſont aux environs à l'égard de Marſeille. Comme il a deſſein d'en faire encore quelques-unes pour les mettre à leur perfection, nous nous contenterons de remarquer qu'il a déterminé par diverſes hauteur meridiennes du Soleil la latitude du S. Pilon & de la Sainte Baume de $43^d 21' 10''$ plus ſeptentrionale que celle de Marſeille d'environ 2 minutes.

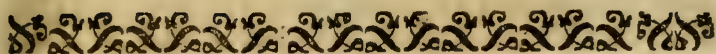
Le 25 Juin à $8^h 56' 25''$ du ſoir il obſerva au Saint Pilon l'Emerſion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter.

$8^h 42' 1''$ à Paris par le calcul corrigé.

$14' 24''$ Differences des meridiens entre Paris & le Saint Pilon.

Comme nous n'avons pû obſerver cette Immerſion à Paris, & que celles que nous y avons obſervé en ſont fort éloignées, l'on ne peut pas tirer rien de fort exacte de cette Obſervation.





MESSIEURS DE LA SOCIETE' Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Academie l'Ouvrage qui ſuit, pour entretenir l'union intime qui doit être entr'elles, comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordées par le Roy au mois de Fevrier 1706.

CONJECTURE.

SUR LE REDRESSEMENT DES PLANTES INCLINEES A L'HORIZON.

PAR M. ASTRUC.

IL ſemble que les faits les plus communs & les plus ordinaires ſoient les plus difficiles à expliquer. Seroit-ce que l'occaſion de les voir frequemment en ôte tout le merveilleux, & que l'eſprit en étant par-là frapé moins vivement, en recherche les cauſes avec plus de negligence?

La queſtion preſente nous fournit une preuve de la verité de cette reflexion. Tout le monde ſçait que les Plantes croiſſent & s'élevent par une ligne perpendiculaire à l'horizon, & que pour peu qu'on les en écarte en les courbant vers la terre, loin de continuer à pouſſer dans cette nouvelle direction, elles ſe redreſſent à leur extremité pour reprendre la perpendiculaire. On ſçait que la même choſe arrive aux Arbres & aux Plantes, que le

vent ou que quelqu'autre cause abat avec toute leur racine, & à celle qui croissent dans un pot de terre, lorsqu'on le renverse sur le côté. Tous les faits sont certains, & l'experience les confirme tous les jours; on n'en a pourtant point encore donné de raison entierement convaincante.

J'avouë que cette recherche paroît peu considerable; mais puisqu'un membre * illustre de l'Academie Royale des Sciences n'a pas crû qu'il fût indigne de ses soins de tâcher d'en découvrir la cause, je crois qu'on ne trouvera pas mauvais que je communique les reflexions & les conjectures que j'ai faites sur le même sujet.

* M. Dodart. ann. 1700.

On n'observe aucun changement dans les Plantes qu'on courbe vers la terre, que le seul changement de situation: elles étoient perpendiculaires à l'horizon, elles lui sont à présent inclinées. C'est donc de là qu'il faut déduire la cause, qui fait redresser en haut leur extremité. Il est vrai que dans ce cas la partie de la Plante où se fait la courbure, souffre quelque compression. Mais comme cette compression est égale des deux côtez, dans la partie concave & dans la partie convexe, elle ne doit pas plus contribuer à porter en haut leur extremité, qu'à la porter en bas. D'ailleurs cette compression ne se trouve point dans les Plantes, qui croissent dans un pot de terre qu'on couche sur le côté; il n'y a alors que la seule situation qui soit changée: elles se redressent cependant de même que les autres. Il faut donc convenir que cela ne dépend dans ce cas, que du seul changement de situation. On a raison de juger que la cause en doit être la même dans tous les autres cas; l'uniformité de la nature dans ses productions ne nous permet pas d'en douter.

La difficulté est de déterminer en quoi la situation oblique des Plantes peut contribuer à faire redresser leur extremité. Les deux propositions suivantes serviront à faire comprendre assez aisément comment elle peut produire cet effet.

1°. Il est certain qu'il coule dans les Plantes un suc nourricier

ricier depuis la racine jusqu'au haut, par des tuyaux qui suivent la longueur de la Plante & qui sont paralleles à ses côtez. Ces tuyaux communiquent ensemble ou par eux-mêmes, ou par le moyen de plusieurs autres canaux horizontaux, qui de la circonference de la Plante vont se terminer vers la moëlle, comme tout autant de rayons de cercle.

2°. D'autre par la raison & l'experience nous apprennent que les liquides, qui sont dans des tuyaux paralleles ou inclinez à l'horizon, pesent sur la partie inferieure de leurs tuyaux, & n'agissent point du tout sur leur partie superieure.

Il est aisé de conclure de ces deux principes, que lorsque les Plantes sont dans une situation parallele ou incliné à l'horizon, le suc nourricier qui coule de leurs racines vers leur tige, doit par son propre poids tomber dans les tuyaux de la partie inferieure, & s'y ramasser en plus grande quantité que dans ceux de la partie superieur. Ces tuyaux devront par là être plus distendus, & leurs pores plus ouverts. Les parties du suc nourricier qui s'y trouve ramassé, devront par consequent y penetrer en plus grande quantité, & s'y attacher plus aisément que dans la partie superieure, d'autant plus que leur propre poids les y pousse & les y détermine. En un mot la partie inferieure de la Plante devra dans ce cas-là recevoir plus de nourriture & croître plus que la partie superieure, puisqu'il suffit pour qu'une partie croisse plus qu'une autre, qu'il s'y attache une plus grande quantité de parties de suc nourricier. Mais la partie inferieure ne peut point être mieux nourrie & croître plus à proportion que la partie superieure, que l'extremité de la Plante ne soit obligée de se courber vers le haut. Lors donc que les Plantes sont paralleles ou inclinées à l'horizon, leur extremité doit se redresser vers le haut par une suite necessaire de leur situation, qui fait que le suc nourricier qui pese & qui croupit sur la partie inferieure, la nourrit plus que la superieure.

Ce raiſonnement ſe trouve conforme à l'experience. On obſerve conſtamment un nœud ou une eſpece de tumeur dans la partie inferieure ou convexe des Plantes, qui ſouffrent une courbure pour ſe redreſſer en haut. Ce nœud ou cette tumeur ne peut venir que de ce que la partie inferieure de ces Plantes prend plus de nourriture & plus d'accroiſſement à proportion, que les parties voiſines & ſurtout que la partie ſuperieure, ce qui oblige ces Plantes à ſe redreſſer vers le haut.

Ce redreſſement des Plantes doit toûjours ſe faire à l'endroit où les fibres ligneuſes ſe trouvent aſſez flexibles pour prêter & ceder aiſément à l'entrée du ſuc nourricier, qui doit s'inſinuer dans la partie inferieure. Or les fibres ligneuſes ſont principalement molles & flexibles vers l'extremité de la Plante ; le redreſſement des Plantes inclinées doit donc ſe faire vers leur extremitez, ce qui eſt conforme à l'experience.

L'extremité des Plantes inclinées doit continuer à ſe redreſſer vers le haut, juſqu'à ce que le ſuc nourricier agiſſe ſur tous les côtez d'une force égale & les nourriſſe tous également. Or le ſuc nourricier ne peut agir d'une force égale ſur tous les côtez & les nourrir tous également, que lorſqu'ils ſont perpendiculaires à l'horizon ; l'extremité donc des Plantes inclinées doit continuer à ſe redreſſer, juſqu'à ce qu'elle ſoit revenuë à la perpendiculaire, ce qui eſt confirmé par l'experience.

Lorſque la tige des Plantes qui ſont attachées à une muraille eſt trop peſante, elles ne peuvent point croître directement en haut, de la maniere que nous avons établie, mais elles croiſſent à peu près parallelement à l'horizon, ſi leur tige eſt aſſez forte pour les ſoûtenir, où elles tombent en bas, ſi elle eſt trop foible. Nous avons un exemple du premier cas dans la Juſquiame, lorſque ſes tiges ſont chargées de beaucoup de fruits dans leur partie ſuperieure ; comme ſes tiges ſont alors fort peſantes, elles ne peuvent point ſe redreſſer, & elles reſtes dans une ſituation parallele à l'horizon. Pour ce qui eſt du ſecond

cas nous en avons un exemple de même dans le *Sedum*, qui tombe d'abord en bas, sa tige étant trop foible pour le soûtenir. Il est pourtant aisé d'observer dans ces Plantes mêmes, des marques visibles de la pente naturelle, pour ainsi dire, qu'elles ont vers le haut; les tiges de la Jusquiame font malgré tout leur poids un arc, dont l'extremité est tournée en haut; le *Sedum* de même tombe à la verité d'abord en bas, mais il remonte ensuite par une ligne parallele à la muraille où il est attachée, & perpendiculaire à l'horizon.

La maniere dont nous venons d'expliquer les faits précédens, peut encore servir à rendre raison d'un autre fait de Botanique, qui n'est pas moins curieux. On observe que dans toutes les graines qui germent dans la terre, la radicule est toûjours tournée vers le bas, dans le tems que la plume où la petite tige remonte vers le haut. Cela ne peut arriver naturellement & comme de soi-même, que dans une seule position, qui est lorsque les graines sont semées de telle maniere, que la plume se trouve directement en haut, & la radicule en bas. Dans toutes les autres positions, qui sont ou differentes ou opposées, la plume & la radicule doivent souffrir chacune une courbure en des sens opposez, pour pouvoir l'une remonter vers le haut, & l'autre s'enfoncer dans la terre. Or dans les graines semées au hazard, pour une dont la radicule est tournée directement en bas, & la plume en haut, il y en a un nombre infini, qui sont dans des situations differentes. Toutes cependant poussent également leur racine en bas & leur tige en haut; il faut donc que la plume & la radicule se courbent en des sens opposez dans la plûpart des graines, qui germent dans la terre.

On peut voir à l'œil cette courbure de la plume & de la radicule dans une feve, qu'on seme à contre sens, la radicule en haut, & la plume en bas. La plume & la radicule croissent d'abord directement près de la longueur d'un pouce; mais peu après elles commencent à se courber l'une vers le bas pour s'y enfoncer, & l'autre vers le

haut pour percer la terre qui la couvre.

On obſerve encore la même choſe dans un tas de blé, qu'on fait germer pour faire de la bierre, ou dans un monceau de glands ou de féves, qui germent dans un lieu humide : chaque grain de bled dans le premier cas, ou ce qui eſt la même choſe, chaque féve ou chaque gland dans le ſecond, ont des ſituations differentes : tous les germes pourtant tendent directement en haut, dans le tems que les racines ſont tournées en bas, & la courbure qu'elles font eſt plus ou moins grande, ſuivant que leur ſituation approche plus ou moins de la ſituation directe, où elles pourroient croître ſans ſe courber.

Pour expliquer des mouvemens ſi contraires dans les parties d'une même Plante, leſquelles paroiſſent ſi ſemblab es, il faut qu'il y ait quelque difference notable entre la plume & la radicule. Nous n'y en connoiſſons point d'autre, que celle qui eſt dans leur maniere de ſe nourrir. C'eſt delà donc qu'il faut déduire les differentes directions qu'elles prennent. La plume ſe nourrit par le ſuc, que des tuyaux paralleles à ſes côtez lui portent : la radicule au contraire prend ſa nourriture du ſuc, qui penetre dans tous les pores de ſa circonference. Toutes les fois donc que la plume ſe trouve dans une ſituation ou parallele ou inclinée à l'horizon, le ſuc nourricier doit croupir dans ſa partie inferieure, il doit par conſéquent la nourrir plus que la ſuperieure, & redreſſer par-là ſon extremité vers le haut, par les raiſons que nous avons déja expliquées.

Au contraire lorſque la radicule eſt dans une ſituation ſemblable, le ſuc nourricier doit penetrer en plus grande quantité par les pores de la partie ſuperieure, que par ceux de l'inferieure. Les cauſes qui y pouſſent ce ſuc agiſſent à la verité également ſur les deux côtez, & il devroit par la y avoir une égalité entiere ; mais la propre peſanteur de ce ſuc y met une difference conſiderable : elle s'oppoſe à ſon entrée dans les pores de la partie inferieure, & la facilite au contraire dans ceux de la ſuperieure.

Le

Le ſuc nourricier devra donc par-là entrer en plus grande quantité dans les pores de la partie ſuperieure de la radicule, que dans ceux de l'inferieure ; la partie ſuperieure devra par conſéquent dans ce cas croître plus que l'inferieure, & faire courber vers le bas l'extremité de la radicule.

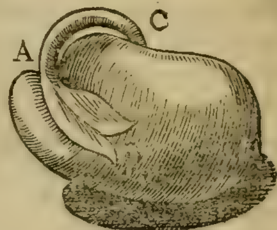
Cette courbure mutuelle de la plume & de la radicule doit continuer juſqu'à ce que leurs côtez ſe nourriſſent égalcment, ce qui n'arrive que lorſque leur extremité eſt perpendiculaire à l'horizon. C'eſt la ſeule ſituation où le ſuc nourricier qui coule dans la plume agiſſe également ſur chaque côté, & où celui qui entre dans la radicule y penetre en tout ſens avec une égale facilité.

On obſerve que dans les graines qui germent à l'air, la plume & la radicule ſe courbent de la même maniere que dans celles qui pouſſent dans la terre : la raiſon en eſt évidente. L'humidité répanduë dans l'air qui fait germer ces graines, agit ſur leurs radicules de même que l'humidité qui les environne dans la terre, elle doit par conſéquent produire le même effet.

La ſeule difficulté qu'on peut faire eſt, que ſuivant cette explication la plume ni la radicule ne devroient point ſe courber, lorſque les graines ſont ſemées de telle maniere, que la plume eſt tournée directement en bas, & la radicule directement en haut. Cela eſt pourtant contraire à l'experience ; on voit que dans ce cas la plume ſe courbe comme à l'ordinaire pour remonter en haut, & que la radicule en fait autant pour deſcendre en bas.

La choſe devroit effectivement arriver comme on le ſuppoſe, c'eſt-à-dire, que ni la plume ni la radicule ne devroient point ſe courber, ſi on pouvoit ſemer une graine de telle maniere, que ces parties fuſſent toutes entieres dans une ſituation renverſée & perpendiculaire à l'horizon. Mais cela eſt impoſſible par la diſpoſition que ces deux parties ont dans les ſemences : la radicule fait un arc de cercle autour des lobes de la ſemence, la plume en fait une autre ſemblable entre les deux lobes, comme

on le voit dans la Figure. Quelque ſoin par conſequent qu'on prenne de les mettre à plomb, on ne ſçauroit y mettre qu'une petite partie *A*. La partie *B* de la plume & la partie *C* de la radicule doivent toûjours reſter obliques à l'horizon, & ainſi par les raiſons que nous avons déja rapportées l'une doit ſe courber en haut & l'autre en bas conformément à l'experience.



Fin des Memoires.

